Biblioteca estense universitaria
Largo S. Agostino 337
I-41121 Modena MO
Tel ++39 + 59 222248
Fax ++39 +59 230195
b-este@beniculturali.it

bibliotecaestense.beniculturali.it

alfa.u.9.7

NICOMACHUS GERASENUS

Nicomachi Geraseni introductionis arithmeticae libri I-II cum Ioh. Philoponi commentario

Ms., 14. sec.

Immagini: BEU, 2012

Terms of use
Using texts and images of the Estense Library is free - within the CC license terms - only for personal, private and non commercial use.
In the case of a non commercial, public use, their source must be cited, linking to the homepage of this site.
For any different purposes, or for getting higher resolution images, please follow the guidelines in the Reproductions page of the website, and/or write to b-este.urp@beniculturali.it.
Creative Commons License
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Italy License
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.en

A. U. 9. 7.
(Gr. 56)

topazonuulionpeziechi azithmuichmtugezasinu.
chegeometziaa ef chlidhu:-

B.E.

πολλὴ ἀπονοσία τῆς ψυχῆς, ὡς φησὶν ὁ ποιητὴς ὑποθημοζωὴν ἀθάνατον, οὐκ ἀρκεῖ τὴν ἀρίστην βίον εὐκλεᾶ ἱστάναι· ἀλλὰ καὶ μαχεῖται νικηφόρου θέσθαι ποιοῦσαν· καὶ τὸν τοῦ πολλοῦ σοφίαν καλλιπάδη· καὶ τὸν τοῦ πρώτου τῆς σοφοῦ· ὡς ὁ σοφὸς ἐκφυτίστων ὁ φιλοσοφίας· ὑποθημοσύνας δὲ λαβὼν ἐκ τῆς ὑποβολῆς τοῦ βιβλίου τὸν τρόπον ὑπὸ νοιαν δὲ φέρ· ἀλλὰ πειρᾶται ἀρίστης τοῦ λόγου ποιήματα· καὶ ἐξαρτύνομαι καὶ τὸν τῆς σωτηρίας τῆς ψυχῆς· καὶ τοῦτ' πολλοῦ τοῦ ὑποθημοσύνας ἐκ τοῦ σοφοῦ· τὸ λιπὸν τίνας δὲ τοὺς πρώτους. ἴδιος δὲ τοῦ ὅλως ποιοῦ, ὁ πρῶτος τὸ φύσεως καὶ τὸν ὁλικὸν ἐστὶ πρῶτος φυσικός· καὶ τοῦτ' ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ ὑλικοῦ ἀρχὴν

ἥκει πλῆθον σημαίνει. διὸ καὶ ἀπλῶς, ἀριθμῶν. οὐδὲ πολυτελὲς μᾶλλον ἀφ' ἑνὸς
ἀφ' ἑκάστου ἡμῶνας. ἀφ' ὅσων. οἱ μονάς ἐστι γὰρ ἀμερὲς γάρ. οὐδὲ ὁ μονὰς
ἀδιαίρετος, ἢ ἐστὶν, ἀφ' ἑνὸς ἀριθμῶν. τοιοῦτον δὲ καὶ ὅσπερ οὐ μέρος ἀδιαίρετον. διὸ ἐστὶν
μεγέθους ἀδιαίρετον ποιητικόν, ἀφ' οὗ ἐστὶν ἐκάστου ἀδιαίρετον ποιητικόν. ἢ πορεύεσθαι
μὲν πρὸς μεγέθους ἀδιαίρετον ἀπὸ τούτων πορεύεσθαι ἐπὶ τοῦτον πορεύεσθαι ἢ ὁδός. διὸ
ὁδὸς. οὐδὲ ὅσπερ ποιός τις ποιητικὸν οὐσίας μᾶλλον. καὶ καὶ φιλοσοφίαν δὲ τοιαύτην τὴν
ὁδὸν παραδοῦναι, φέρεσθαι καὶ τὴν λέξιν αὐτὴν ἐξ ἐκείνων. Γ ἐγκλίσεως,
καὶ ποιητικὰς δὲ ἀκροάσεως. ἐπεὶ καὶ οὐ πᾶσα ποιητικὴ ἀκροάσεως. ἰσοδυναμεῖ
ὧν ἕνιοι μᾶλλον τὴν τοιαύτην μᾶλλον· οὐδὲν διαφέρει ἕνιοι ἢ πολλοί.
ὄντος. ὡσαύτως δὲ καὶ ὄντος ἀδιαίρετος. τὴν ἀπλῶς ἀδιαίρετος. ἀφ' ὧν παραλόγου καὶ
ἀδιαίρετος ἐστὶν ἀκροάσεως, ἐπεὶ καὶ τοῦ μὴ ὄντος ἀκροάσεως. ἀλλοιοῦται γὰρ καὶ μᾶλλον
φασὶ ἢ καὶ ποιεῖν δοκεῖ ἀδιαίρετος φησί. ἐφ' οὗ γὰρ ἀλλοιοῦται. ἀκολουθεῖ
μᾶλλον δὲ καὶ ἐστὶν ἀδιαίρετος ἐστὶν ἀκροάσεως οὐ πρότερον ἐστὶν ὅλον, φησί. ἀφ'
οὗ ἐστὶν ὁδὸν; καὶ ὅλως ὡς ἀλλοφθόγγους αὐτοῦ. καὶ διὰ τοῦτο διὰ τῶν ἐναντίων ἢ μᾶλλον δὲ
αὐτῷ. ὡς δὲ καὶ ὁδὸς γνῶσιν ἐστὶν γίνωσκουσι. οὐκ ἀποδίδωσι τὴν ἀκροάσεως μὴ οὖσαν. ἀλλὰ τὸ
ὄντος. ἐπεὶ καὶ ὅλως οὐδὲν πολλοὶ ἐξουσίαν. τὴν δὲ πρὸς τὸ μὴ ὄντος, ὡς δοκεῖ ἀκούειν οὐκ
ἀφ'. ἢ δὲ τὸ μὴ ὄντος ἀκροάσεως; πρὸς τὸν μὴ ἐπεὶ καὶ τοῦτο ἢ πορεύεσθαι ἐστὶν ἀκροάσεως
τῶν δὲ μὴ ὄντος. διὰ γὰρ φασὶν ἐστὶν καὶ μὴ ἐστὶν. διὰ, γάρ ἐστὶν. ἐπεὶ καὶ ἐστὶν
γὰρ ὧν χρόνου. τὸ φύσιν
ποιητὸν. μᾶλλον δὲ τὸ
κινήσεως αὐτῶν παρεμ-
πολουθημάτων ἐστὶν ὁ. ὥστε
ἡδονὴν ἐστὶν ἀκροάσεως, πολὺ μᾶλλον καὶ ἐστὶν ἀκροάσεως μᾶλλον
οὔτε διὰ ποιητὴν καὶ διὰ παντὸς ἁπλῶς. τὴν μὲν γὰρ ὑποστάσεως, ποιητὴν ἐστὶν ἀκροάσεως.
καὶ καὶ ποιητὴν τὸ οἰκείαν. καὶ μὴ τὴν ἀρετὴν τὸ διὰ τὸ ἀκροάσεως. τὸ δὲ οὐκ ἀφ' καὶ
καὶ ποιητὴν διὰ ἐστὶν δὲ ἀκροάσεως, ἀλλ' οὐκ ἐστὶν ἐκ μὴ ἐστὶν σφαῖρα). καὶ οὐδὲ ποτὲ καὶ τὸ
ὡσαύτως ἔχοντος. καὶ ἄλλοτε αὐτῷ τὸ ἀκροάσεως ἀλλὰ καὶ ποιητὴν. β δὲ. ὅλως τὴν
ὕλης φύσιν φύσιν, ἢ ἐστὶν ἐστὶν. εἰ δὲ ἐστὶν ἐκ. ἀλλ' ἐστὶν αὐτός. ἢ γὰρ ἢ
ἐστὶν ἐστὶν ὁδὸς, οὐδὲ καὶ ὁδὸν ἀκροάσεως, ἐστὶν δ. ἢ μὴ ὄντος τὸ ὄντος ἢ ὁδὸς
ἔχει, καὶ ἐστὶν. ἢ γὰρ ἀφ' ἢ ὁδὸς ἢ τὸ ἐστὶν. διὸ οὔτε ὕδωρ ἐστὶν. οὔτε τοῦ. ἀνέμου.
ἔχει πος. ἀνεμοῦ δὲ καὶ ὄντος, διὰ οὐ. τοῦ ἢ ἀλλ'. ἀνεμῶ ἢ τοῦτο τὸ φύσιν ἀ
καὶ ἐστὶν ὕλης ἐστὶν. πολὺ ὕλη μὴ ὄντος ἐστὶν, ὅτι δὲ ἀπὸ ἀνθρώπου φύσιν ἢ ὄντος ὄντος ἐστὶν. ἐπεὶ καὶ
μὴ τὸν μὴ ὄντος μὴ ἔχει. τὸ δὲ ὧν φύσιν καὶ τοῦτο, τὸ αὐτὸ ἐστὶν. τὸ δὲ νοῦν τὸ καὶ θάλασσα
ἢ ὁδὸς. διὰ ὅλα καὶ ἀκροάσεως βλάπτει. καὶ θεραπεῖ ὄντος. ἢ εἰκὼν ὅτι δὲ παρὰ ἢ καὶ τὸ
αὐτῶν ἢ ὁδὸν ὡς αὐτὸ τοῦ τὸ τῶν καὶ παρὰ ἢ ὁδὸν. οὕτως γὰρ αὐτὸ τὸ ὕλης

(ἴνου) τε αὐτῶν ἡ φύσις, οὐτε ὀξέα ἐστῶν· οὐ μὲν γὰρ τυλὸν γίνεται, εἰ τοιαῦτα
ἐν τοῖς ἡφαίστοις ὑπάρχοντα παραλείποι· ἀλλὰ διὰ τὴν φύσιν παραγίνεται· ὁ
γὰρ ἄλλος χρόνος τοῖς ὕλαις ἐστὶ διαφθείρειν· γίνεται οὖν διὰ ταῦτα ἐξίστιν· ὅτι
δὲ οὐσία, σαφῶς οὐκ ἔστιν, οὐδὲ ἄλλο οὐδὲν ὑπάρχει ὧν ἀριστοτέλης ὁρίζεται, πα-
ραλείπω δὲ νῦν παραλογισμούς. ἄλλως τε γὰρ παραλογισμός. ὁ γὰρ παραλόμενος ἢ παραλεί-
ψεως· ὥστε οὐ δεῖ οὖν, ἐὰν τοῦ ὁρισμοῦ παραλείψῃ. σαφῶς γὰρ οὐκ ἔστιν ἀπὸ τῶν ποιῶν
διὰ τοιοῦτος οὖσαν τοῖς σώμασι παραλόν). σαφῶς δὲ ἀπὸ τῶν ποιῶν, ἐστὶ δὲ ποιὰ
αἰώνια· οὐχ ἥκιστα δὲ σαφῶς, ἀλλὰ πολὺ μᾶλλον· μᾶλλον οὖν παραλελυθοίσαφῶς
μείζων· φανερὸν δὲ οὐ· ὅτι οὐδὲ οὐσία ἐστὶ τὸ πῦρ εἶναι τοῦ σώματος· ἀφῶ
σίνηται ἡμῖν πονηρία· ὅτι τὸ μὲν, ἰσάν χρῆται τὸ πῦρ, καθαρὰ ἡμῖν φαίνεται· φαίνο
μένη καθαρά, τοιαύτην οἰκείαν φύσιν· ὅτι δὲ οὐτως οὐκ ἔστιν· ἡμῖν οὖν τοσ
οὐδαμῶν μετέχοντι· ἡμῖν δὲ οὐσίαν τὸν ἄνεμον οὐσίαν εἶναι· χρῆται πάλιν, ὅτι ἀσκαρ
λαμίνης, οὐδὲν ἀμετέχοντι διαστάσεως σώματα διὰ τὴν μετέχοντα αὐτήν· ἀλλ' οὐδὲ
οὐδὲ ἀνθρώπου ἢ λίθου οὐσία διὰ τὸν ὑλικὸν διὰ δὲ τὸν ὁμοῦ ἀδύνατον· ἡμῖν δὲ τὸ τοῦτον φανε-
ὅτι παρὰ τὴν ὑλὴν διὰ δὲ τὸν ὁμοῦ ἀδύνατον· ἡμῖν ἡμέρα. ἡμῖν ἡμᾶς τοῦτο δὲ
ἀπλῶν αὐτὸ τὸ βλέπον
τοῦ ὑλικοῦ τοῦτο ἡμῖν
φῶς παρὰ τὴν τυνο-
ποιοῦν ἀμφοτέρα
κωὶ φαίνεται κωὶ φαίνον,
λευκὸν ἡμῖν θεωρῶμεν
τὴν οὐσίαν· ἀλλὰ διὰ
τοσοῦτον ἡμῖν δοκεῖ, νοεῖ
δὲ συμφορᾶς ἡμῖν φῶς
ὑσιμείας ὀλίγα μὲν·
ἡμῖν δὲ αὐτῶν σκοτεινὸν

τῆς ἀληθείας θεωρίαν ἰδιοποιήσασθαι, ἀπὸ τῆς
τῶν ταύτης ὀρεκτὸν ἡμῖν μεθοδεύειν, φιλο
σοφίαν περιποιῆσαι· οἷς σοφὸν ὀρεκτὸν·
ὁ βίος χρεωτέρος δεῖται ὧν ἄλλως ὄντος,
παρόσον σωματικῆς μᾶλλον οἰκονομίας ἡμῖν
περιποιοῦσι· ἡμῖν δὲ τῆς
φίαν δεῖ ζητεῖν ἐπιστήμης τῆς περὶ τὸ ὂν ἀληθῆ·
τὸν νοῦν· β' δὲ ὅτι ἡμῖν τοῦ σώματος ἡμῖν περιφρονῆσαι μὴ, ἢ φαντασίαν περὶ χρόνου,
οὐκ ἀναιρήσει σαφῶς θεωρῆσαι· ἀλλὰ θεωρίαν σκοπὸν παρέχει ἡμῖν μᾶλλον. ἀλλὰ
τοιαῦτ. περιελὼν ἀπὸ μὴ τῆς τῶν ὑσωμάτων· χρῶ δὲ πάντων ὑλικῶν, ὅτι
σαφῶς μὲν ἀΰλων· ἡμῖν δὲ πῦρ· ἡμῖν φῶς· ἡμῖν ἀφανὲς τοιοῦτον ὄντος· τοῦτο δὲ
ρεκτὸν· ἡμῖν δὲ ἀστέρων ἔχοντες τὴν μὲν τοιαύτα ὡς μὴ ἐξ ὑλικῶν φθορὰν ἔχοντα,
σαφῶς μὲν ἡμῖν τῶν οὐσιῶν νοουμένων, ὡς ἄλλως θεωρητικῶν οὐσιῶν· ἡμῖν δὲ καθ' ἑαυτὰ
μεταβλητὸν γὰρ ἡμῖν τοῦτο· τὴν τοπικὴν μεταβολὴν τοιοῦντος· καθὸ δὲ τοιαῦτα ἀΐδιον ἡμῖν
ὑλικὸν ἔχοντα· ὡς ἀστέρων ὑλικῶν ὑσωμάτων· δ' ὀλίγον οὖν σαφῶς νοουμένων· ὡς
τοιαῦτα ἔχοντα τὰ ἐξ ὧν ὡς οὐσίαν ἔχοντα· ὅθεν ἡμῖν τοῦ φθαρτοῦ ὑλικοῦ μὴ
θεωρίαν, ὡς μᾶλλον ἀνοήτων τ' σαφῶς οὐ λόγῳ μεθ' ἡμῶν· ὡς περὶ γὰρ ὀνόματος
μᾶλλον λόγου λέγομεν τοῦτο ἡμῖν σύνεργον, οὕτω καὶ τὸ οἰκεῖον· τὸ τοῦ φθαρτοῦ

Διαλεγόμεθα τῶν ἁρμονικῶν φησὶ ἀριθμοὺς ζητοῦντες, τινὰς ἀριθμοὺς· καὶ οὐχ ὑπὲρ τοῦ ἀριθμεῖν ἁρμονίας δὲ οὕτως, τινὰς καὶ ποίους· καθὸ καὶ τοὺς Πυθαγορείους. καλοῦμεν δὲ καὶ ἁρμονικοὺς τοὺς ἀκουστικούς· διὰ δὲ τὴν ἐν τοῖς ἄστροις φοράν, τινὰ δεχομένην ἁρμονίαν· διὰ δὲ τὴν ἐν τοῖς ὀργάνοις φωνήν, ἵνα δῆλος ᾖ τῶν ἐν συμφωνίαις ἁρμονίαν δεχομένων τοιαύτην τινὰ γενέσθαι συμπνοίαν. Τοιοῦτοι δὲ τῷ ὄντι γενέσθαι τοῦ φανέντος· ἐπεὶ

„ φύσιος καὶ διαλεκτόν τον, ἐμοὶ δὲ καὶ πρεῖττον
„ καθ' ἕκαστον ἐν ἑκάστῳ καὶ ὀφθῆναι· πρεῖττον δὲ
„ γεωμετρίας καὶ ἀριθμητικῆς καὶ φαινομένας ταῦτ'
„ ὄντα καὶ μεῖζον σοφὴν διάνοιαν· οὐχ ἥκιστα δὲ καὶ
„ πρεῖττον ἀστρικάς· ταῦτα δὲ τὰ μαθήματα ὄντως οὖσι
„ ζώμενα ἀδελφά· πρεῖττον δὲ ἀδελφὰ τὰ τοῦ
„ ὄντος πρὸς ἄλληλα ἀεὶ καὶ ὡσαύτως ἔχειν·

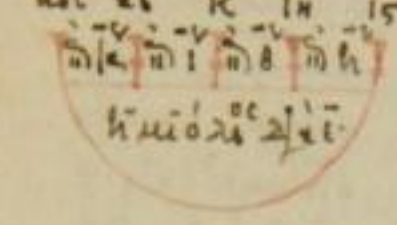
πρὸς τὸν περὶ τοῦ τέλους τοῦ βίου καὶ τοῦ ἀγαθοῦ λόγον. οὐ περὶ τοῦδε δὲ τοῦ λόγου ἐστὶν ὁ νῦν ἡμῖν, ἀλλὰ περὶ τοῦ τῶν ἀστρονόμων· ἐπεὶ καὶ τοῦτον ἐν τοῖς μαθηματικοῖς τάττομεν. ἀλλὰ μὴν οὐδὲ περὶ τοῦ τῶν ἁρμονικῶν, ἀλλὰ τοῦ τῶν ἀκουστικῶν· οὗτοι γὰρ περὶ λόγους ἐστὶν ἐν τοῖς φαινομένοις ἁρμονίαις καὶ οὐ ζητοῦσιν, ὁποῖοι τινές εἰσιν οἱ ἐν τοῖς οὖσιν ἀριθμοί· διὰ τοῦτο δὲ καὶ ἀστρικοὺς ἔφαμεν εἶναι τοὺς τοιούτους, ὅτι οὐ περὶ τοὺς αἰσθητοὺς ἀστέρας ἐστὶν ἡ σκέψις αὐτοῖς, ἀλλὰ περὶ τοὺς νοητούς· οὐδὲ περὶ τὰς ἐν τοῖς ὀργάνοις φωνάς, ἀλλὰ περὶ τὰς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς· οὐδὲ περὶ τὰς ἐν τοῖς ἀκουστοῖς συμφωνίας, ἀλλὰ περὶ τὰς ἐν τοῖς νοητοῖς· ἐπεὶ καὶ τὰς ἐν τοῖς ἀκουστοῖς ἐκ τούτων ἐστὶν ἰδεῖν· ἐν γὰρ τοῖς ἀκουστοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία ἐπίτριτος, ἡ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιτέταρτος· ἐν δὲ τοῖς νοητοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία διπλασία· ἐν γὰρ τοῖς νοητοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν διπλασία, ἡ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος· ἐν δὲ τοῖς ἀριθμοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία πολλαπλασία ἐπιμορίου, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐπιμόριος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιμερής· ἐν γὰρ τοῖς ἀριθμοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία πολλαπλασία ἐπιμορίου, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐπιμόριος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιμερής· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία ἐν τῇ ἐναντίᾳ φορᾷ, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐν τῇ κατὰ διάμετρον, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐν τῇ κατὰ τρίγωνον· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις τόποις διαφορᾷ τινὶ τῇ κατὰ τόπον· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις ἔχουσιν· διὰ τοῦτο δὲ καὶ ἀστρικοὺς ἔφαμεν εἶναι τοὺς τοιούτους, ὅτι οὐ περὶ τοὺς αἰσθητοὺς ἀστέρας ἐστὶν ἡ σκέψις αὐτοῖς, ἀλλὰ περὶ τοὺς νοητούς· οὐδὲ περὶ τὰς ἐν τοῖς ὀργάνοις φωνάς, ἀλλὰ περὶ τὰς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς· οὐδὲ περὶ τὰς ἐν τοῖς ἀκουστοῖς συμφωνίας, ἀλλὰ περὶ τὰς ἐν τοῖς νοητοῖς· ἐπεὶ καὶ τὰς ἐν τοῖς ἀκουστοῖς ἐκ τούτων ἐστὶν ἰδεῖν· ἐν γὰρ τοῖς ἀκουστοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία ἐπίτριτος, ἡ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιτέταρτος· ἐν δὲ τοῖς νοητοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία διπλασία· ἐν γὰρ τοῖς νοητοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν διπλασία, ἡ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος· ἐν δὲ τοῖς ἀριθμοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία πολλαπλασία ἐπιμορίου, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐπιμόριος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιμερής· ἐν γὰρ τοῖς ἀριθμοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία πολλαπλασία ἐπιμορίου, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐπιμόριος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιμερής· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία ἐν τῇ ἐναντίᾳ φορᾷ, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐν τῇ κατὰ διάμετρον, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐν τῇ κατὰ τρίγωνον· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις τόποις διαφορᾷ τινὶ τῇ κατὰ τόπον· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις ἔχουσιν·

„ ἄλλον δὲ καὶ πρεσβύτερον ἀριθμοῦ τε οὐσιῶν· καὶ μᾶλ-
„ λον θεωρητικὸν ἀριθμοῦ τε οὐσιῶν ὄντων· τῆς τε τῶν ἁρ-
μονικῶν πραγματείας τῆς περὶ τοὺς αἰσθητοὺς ἀστέρας καὶ τῆς περὶ τὰς ἐν τοῖς ὀργάνοις φωνάς, ὅτι περὶ τοὺς νοητοὺς ἀστέρας καὶ τὰς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς φωνάς· ἐπεὶ καὶ τὰς ἐν τοῖς ἀκουστοῖς ἐκ τούτων ἐστὶν ἰδεῖν· ἐν γὰρ τοῖς ἀκουστοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία ἐπίτριτος, ἡ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιτέταρτος· ἐν δὲ τοῖς νοητοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία διπλασία· ἐν γὰρ τοῖς νοητοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν διπλασία, ἡ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος· ἐν δὲ τοῖς ἀριθμοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία πολλαπλασία ἐπιμορίου, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐπιμόριος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιμερής· ἐν γὰρ τοῖς ἀριθμοῖς ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία πολλαπλασία ἐπιμορίου, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐπιμόριος, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπιμερής· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις ἐστὶν ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία ἐν τῇ ἐναντίᾳ φορᾷ, ἡ δὲ διὰ πέντε ἐν τῇ κατὰ διάμετρον, ἡ δὲ διὰ τεσσάρων ἐν τῇ κατὰ τρίγωνον· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις τόποις διαφορᾷ τινὶ τῇ κατὰ τόπον· ἐν δὲ τοῖς κινουμένοις ἔχουσιν·

ἀλλὰ μὴν ἡ τέλος ἐστὶ τοῦ βίου καὶ τοῦ ἀγαθοῦ βλέπων, τοῦτ' ἔστι τῶν τοιούτων πολλαχῶς. καὶ δὲ τοῦτο ἀναγκαῖον θεωρεῖν·

ὡς γὰρ ἐπὶ τούτου φέρεται ὁ λόγος καὶ τοῦ τέλους τοῦ βίου καὶ τοῦ ἀγαθοῦ, ἐπὶ τοῦτο καὶ τὰ μαθήματα τὰ τοιαῦτα φέρεται· καὶ ὡς

πολὺ οὖν φύσει τὸν ἀριθμὸν ἐστὶ πρότερον ἢ μέγεθος καὶ στοιχεῖον καὶ λόγος καὶ ὅλως τῶν συνεχῶν καὶ διαιρετῶν·



λόγος, ἀριθμὸς τῶν τοιούτων. ἢ μὲν γὰρ τοῦτ', ἔστιν εἶδος. ἢ δὲ γὰρ πολὺ τι, ἢ μιόλιον· ἢ δὲ γὰρ πολὺν ἢ πολλαπλάσιον. εἰ πολλαπλάσιον δέ, ἢ γὰρ τῶν ὅλων πολλαπλάσιον· τὸ γὰρ ἥμισυ δέ, ἢ τῶν μορίων ὅλου πολὺ· ἢ δὲ γὰρ ἐπιμόρι

ἀπὸ τοῦ ἀνθρώπου τοῦ ἔχοντος τὸ δαιμόνιον τοῦ ἀκαθάρτου καὶ ἤρξατο κράζειν λέγων· τί ἐμοὶ καὶ σοί, Ἰησοῦ υἱὲ τοῦ θεοῦ τοῦ ὑψίστου; δέομαί σου μὴ με βασανίσῃς. ἐκέλευσε γὰρ τῷ πνεύματι τῷ ἀκαθάρτῳ ἐξελθεῖν ἐκ τοῦ ἀνθρώπου. πολλοῖς γὰρ χρόνοις συνηρπάκει αὐτόν· καὶ ἐδεσμεύετο ἁλύσεσι καὶ πέδαις φυλασσόμενος, καὶ διαρήσσων τὰ δεσμὰ ἠλαύνετο ὑπὸ τοῦ δαιμονίου εἰς τὰς ἐρήμους. ἐπηρώτησεν δὲ αὐτὸν ὁ Ἰησοῦς λέγων· τί σοί ἐστιν ὄνομα; ὁ δὲ εἶπεν· λεγεών, ὅτι εἰσῆλθεν δαιμόνια πολλὰ εἰς αὐτόν. καὶ παρεκάλουν αὐτὸν ἵνα μὴ ἐπιτάξῃ αὐτοῖς εἰς τὴν ἄβυσσον ἀπελθεῖν. ἦν δὲ ἐκεῖ ἀγέλη χοίρων ἱκανῶν βοσκομένη ἐν τῷ ὄρει· καὶ παρεκάλεσαν αὐτὸν ἵνα ἐπιτρέψῃ αὐτοῖς εἰς ἐκείνους εἰσελθεῖν. καὶ ἐπέτρεψεν αὐτοῖς. ἐξελθόντα δὲ τὰ δαιμόνια ἀπὸ τοῦ ἀνθρώπου εἰσῆλθον εἰς τοὺς χοίρους, καὶ ὥρμησεν ἡ ἀγέλη κατὰ τοῦ κρημνοῦ εἰς τὴν λίμνην καὶ ἀπεπνίγη. ἰδόντες δὲ οἱ βόσκοντες τὸ γεγονὸς ἔφυγον καὶ ἀπήγγειλαν εἰς τὴν πόλιν καὶ εἰς τοὺς ἀγρούς. ἐξῆλθον δὲ ἰδεῖν τὸ γεγονὸς καὶ ἦλθον πρὸς τὸν Ἰησοῦν καὶ εὗρον καθήμενον τὸν ἄνθρωπον ἀφ' οὗ τὰ δαιμόνια ἐξῆλθεν ἱματισμένον καὶ σωφρονοῦντα παρὰ τοὺς πόδας τοῦ Ἰησοῦ, καὶ ἐφοβήθησαν. ἀπήγγειλαν δὲ αὐτοῖς καὶ οἱ ἰδόντες πῶς ἐσώθη ὁ δαιμονισθείς. καὶ ἠρώτησεν αὐτὸν ἅπαν τὸ πλῆθος τῆς περιχώρου τῶν Γαδαρηνῶν ἀπελθεῖν ἀπ' αὐτῶν, ὅτι φόβῳ μεγάλῳ συνείχοντο· αὐτὸς δὲ ἐμβὰς εἰς πλοῖον ὑπέστρεψεν. ἐδεῖτο δὲ αὐτοῦ ὁ ἀνὴρ ἀφ' οὗ ἐξεληλύθει τὰ δαιμόνια εἶναι σὺν αὐτῷ· ἀπέλυσεν δὲ αὐτὸν ὁ Ἰησοῦς λέγων· ὑπόστρεφε εἰς τὸν οἶκόν σου καὶ διηγοῦ ὅσα ἐποίησέν σοι ὁ θεός. καὶ ἀπῆλθεν καθ' ὅλην τὴν πόλιν κηρύσσων ὅσα ἐποίησεν αὐτῷ ὁ Ἰησοῦς.

ἐν δὲ τῷ ὑποστρέφειν τὸν Ἰησοῦν ἀπεδέξατο αὐτὸν ὁ ὄχλος, ἦσαν γὰρ πάντες προσδοκῶντες αὐτόν. καὶ ἰδοὺ ἦλθεν ἀνὴρ ᾧ ὄνομα Ἰάειρος, καὶ οὗτος ἄρχων τῆς συναγωγῆς ὑπῆρχεν· καὶ πεσὼν παρὰ τοὺς πόδας τοῦ Ἰησοῦ παρεκάλει αὐτὸν εἰσελθεῖν εἰς τὸν οἶκον αὐτοῦ, ὅτι θυγάτηρ μονογενὴς ἦν αὐτῷ ὡς ἐτῶν δώδεκα καὶ αὐτὴ ἀπέθνησκεν. ἐν δὲ τῷ ὑπάγειν αὐτὸν οἱ ὄχλοι συνέπνιγον αὐτόν. καὶ γυνὴ οὖσα ἐν ῥύσει αἵματος ἀπὸ ἐτῶν δώδεκα, ἥτις ἰατροῖς προσαναλώσασα ὅλον τὸν βίον οὐκ ἴσχυσεν ἀπ' οὐδενὸς θεραπευθῆναι, προσελθοῦσα ὄπισθεν ἥψατο τοῦ κρασπέδου τοῦ ἱματίου αὐτοῦ, καὶ παραχρῆμα ἔστη ἡ ῥύσις τοῦ αἵματος αὐτῆς. καὶ εἶπεν ὁ Ἰησοῦς· τίς ὁ ἁψάμενός μου; ἀρνουμένων δὲ πάντων εἶπεν ὁ Πέτρος καὶ οἱ μετ' αὐτοῦ· ἐπιστάτα, οἱ ὄχλοι συνέχουσίν σε καὶ ἀποθλίβουσιν, καὶ λέγεις· τίς ὁ ἁψάμενός μου; ὁ δὲ Ἰησοῦς εἶπεν· ἥψατό μού τις· ἐγὼ γὰρ ἔγνων δύναμιν ἐξελθοῦσαν ἀπ' ἐμοῦ. ἰδοῦσα δὲ ἡ γυνὴ ὅτι οὐκ ἔλαθεν τρέμουσα ἦλθεν καὶ προσπεσοῦσα αὐτῷ δι' ἣν αἰτίαν ἥψατο αὐτοῦ ἀπήγγειλεν ἐνώπιον παντὸς τοῦ λαοῦ καὶ ὡς ἰάθη παραχρῆμα. ὁ δὲ εἶπεν αὐτῇ· θυγάτηρ, ἡ πίστις σου σέσωκέν σε· πορεύου εἰς εἰρήνην.

ἔτι αὐτοῦ λαλοῦντος ἔρχεται τις παρὰ τοῦ ἀρχισυναγώγου λέγων ὅτι τέθνηκεν ἡ θυγάτηρ σου, μηκέτι σκύλλε τὸν διδάσκαλον. ὁ δὲ Ἰησοῦς ἀκούσας ἀπεκρίθη αὐτῷ λέγων· μὴ φοβοῦ, μόνον πίστευσον, καὶ σωθήσεται. καὶ ἐλθὼν εἰς τὴν οἰκίαν οὐκ ἀφῆκεν εἰσελθεῖν τινα σὺν αὐτῷ εἰ μὴ Πέτρον καὶ Ἰάκωβον καὶ Ἰωάννην καὶ τὸν πατέρα τῆς παιδὸς καὶ τὴν μητέρα. ἔκλαιον δὲ πάντες καὶ ἐκόπτοντο αὐτήν· ὁ δὲ εἶπεν· μὴ κλαίετε, οὐκ ἀπέθανεν ἀλλὰ καθεύδει. καὶ κατεγέλων αὐτοῦ εἰδότες ὅτι ἀπέθανεν. αὐτὸς δὲ ἐκβαλὼν ἔξω πάντας καὶ κρατήσας τῆς χειρὸς αὐτῆς ἐφώνησεν λέγων· ἡ παῖς, ἐγείρου. καὶ ἐπέστρεψεν τὸ πνεῦμα αὐτῆς, καὶ ἀνέστη παραχρῆμα· καὶ διέταξεν αὐτῇ δοθῆναι φαγεῖν. καὶ ἐξέστησαν οἱ γονεῖς αὐτῆς· ὁ δὲ παρήγγειλεν αὐτοῖς μηδενὶ εἰπεῖν τὸ γεγονός.

συγκαλεσάμενος δὲ τοὺς δώδεκα ἔδωκεν αὐτοῖς δύναμιν καὶ ἐξουσίαν ἐπὶ πάντα τὰ δαιμόνια καὶ νόσους θεραπεύειν, καὶ ἀπέστειλεν αὐτοὺς κηρύσσειν τὴν βασιλείαν τοῦ θεοῦ καὶ ἰᾶσθαι τοὺς ἀσθενεῖς. καὶ εἶπεν πρὸς αὐτούς· μηδὲν αἴρετε εἰς τὴν ὁδόν, μήτε ῥάβδους μήτε πήραν μήτε ἄρτον μήτε ἀργύριον, μὴ ἀνὰ δύο χιτῶνας ἔχειν. καὶ εἰς ἣν ἂν οἰκίαν εἰσέλθητε, ἐκεῖ μένετε καὶ ἐκεῖθεν ἐξέρχεσθε. καὶ ὅσοι ἂν μὴ δέξωνται ὑμᾶς, ἐξερχόμενοι ἀπὸ τῆς πόλεως ἐκείνης καὶ τὸν κονιορτὸν τὸν κολληθέντα ἡμῖν ἐκ τοῦ ποδὸς ἀποτινάσσετε εἰς μαρτύριον ἐπ' αὐτούς. ἐξερχόμενοι δὲ διήρχοντο κατὰ τὰς κώμας εὐαγγελιζόμενοι καὶ θεραπεύοντες πανταχοῦ.

ἤκουσεν δὲ Ἡρῴδης ὁ τετραάρχης τὰ γινόμενα πάντα καὶ διηπόρει διὰ τὸ λέγεσθαι ὑπό τινων ὅτι Ἰωάννης ἠγέρθη ἐκ νεκρῶν, ὑπό τινων δὲ ὅτι Ἠλίας ἐφάνη, ἄλλων δὲ ὅτι προφήτης τις τῶν ἀρχαίων ἀνέστη. καὶ εἶπεν Ἡρῴδης· Ἰωάννην ἐγὼ ἀπεκεφάλισα· τίς δέ ἐστιν οὗτος περὶ οὗ ἀκούω τοιαῦτα; καὶ ἐζήτει ἰδεῖν αὐτόν.

καὶ ὑποστρέψαντες οἱ ἀπόστολοι διηγήσαντο αὐτῷ ὅσα ἐποίησαν. καὶ παραλαβὼν αὐτοὺς ὑπεχώρησεν κατ' ἰδίαν εἰς πόλιν καλουμένην Βηθσαϊδά. οἱ δὲ ὄχλοι γνόντες ἠκολούθησαν αὐτῷ· καὶ ἀποδεξάμενος αὐτοὺς ἐλάλει αὐτοῖς περὶ τῆς βασιλείας τοῦ θεοῦ καὶ τοὺς χρείαν θεραπείας ἔχοντας ἰᾶτο. ἡ δὲ ἡμέρα ἤρξατο κλίνειν· προσελθόντες δὲ οἱ δώδεκα εἶπαν αὐτῷ· ἀπόλυσον τὸν ὄχλον, ἵνα πορευθέντες εἰς τὰς κύκλῳ κώμας καὶ ἀγροὺς καταλύσωσιν καὶ εὕρωσιν ἐπισιτισμόν, ὅτι ὧδε ἐν ἐρήμῳ τόπῳ ἐσμέν. εἶπεν δὲ πρὸς αὐτούς· δότε αὐτοῖς ὑμεῖς φαγεῖν. οἱ δὲ εἶπαν· οὐκ εἰσὶν ἡμῖν πλείους ἢ ἄρτοι πέντε καὶ ἰχθύες δύο, εἰ μήτι πορευθέντες ἡμεῖς ἀγοράσωμεν εἰς πάντα τὸν λαὸν τοῦτον βρώματα. ἦσαν γὰρ ὡσεὶ ἄνδρες πεντακισχίλιοι. εἶπεν δὲ πρὸς τοὺς μαθητὰς αὐτοῦ· κατακλίνατε αὐτοὺς κλισίας ὡσεὶ ἀνὰ πεντήκοντα. καὶ ἐποίησαν οὕτως καὶ κατέκλιναν ἅπαντας. λαβὼν δὲ τοὺς πέντε ἄρτους καὶ τοὺς δύο ἰχθύας ἀναβλέψας εἰς τὸν οὐρανὸν εὐλόγησεν αὐτοὺς καὶ κατέκλασεν καὶ ἐδίδου τοῖς μαθηταῖς παραθεῖναι τῷ ὄχλῳ. καὶ ἔφαγον καὶ ἐχορτάσθησαν πάντες, καὶ ἦρεν τὸ περισσεῦσαν αὐτοῖς κλασμάτων κόφινοι δώδεκα.

καὶ ἐγένετο ἐν τῷ εἶναι αὐτὸν προσευχόμενον κατὰ μόνας συνῆσαν αὐτῷ οἱ μαθηταί, καὶ ἐπηρώτησεν αὐτοὺς λέγων· τίνα με λέγουσιν οἱ ὄχλοι εἶναι; οἱ δὲ ἀποκριθέντες εἶπαν· Ἰωάννην τὸν βαπτιστήν, ἄλλοι δὲ Ἠλίαν, ἄλλοι δὲ προφήτης τις τῶν ἀρχαίων ἀνέστη. εἶπεν δὲ αὐτοῖς· ὑμεῖς δὲ τίνα με λέγετε εἶναι; ἀποκριθεὶς δὲ Πέτρος εἶπεν· τὸν χριστὸν τοῦ θεοῦ. ὁ δὲ ἐπιτιμήσας αὐτοῖς παρήγγειλεν μηδενὶ τοῦτο λέγειν, εἰπὼν ὅτι δεῖ τὸν υἱὸν τοῦ ἀνθρώπου πολλὰ παθεῖν καὶ ἀποδοκιμασθῆναι ἀπὸ τῶν πρεσβυτέρων καὶ ἀρχιερέων καὶ γραμματέων καὶ ἀποκτανθῆναι καὶ τῇ τρίτῃ ἡμέρᾳ ἐγερθῆναι.

εἶπεν δὲ πρὸς πάντας· εἴ τις θέλει ὀπίσω μου ἐλθεῖν, ἀπαρνησάσθω ἑαυτὸν καὶ ἀράτω τὸν σταυρὸν αὐτοῦ καθ' ἡμέραν καὶ ἀκολουθείτω μοι. ὃς γὰρ ἐὰν θέλῃ τὴν ψυχὴν αὐτοῦ σῶσαι ἀπολέσει αὐτήν, ὃς δ' ἂν ἀπολέσῃ τὴν ψυχὴν αὐτοῦ ἕνεκεν ἐμοῦ οὗτος σώσει αὐτήν. τί γὰρ ὠφελεῖται ἄνθρωπος κερδήσας τὸν κόσμον ὅλον ἑαυτὸν δὲ ἀπολέσας ἢ ζημιωθείς; ὃς γὰρ ἐὰν ἐπαισχυνθῇ με καὶ τοὺς ἐμοὺς λόγους, τοῦτον ὁ υἱὸς τοῦ ἀνθρώπου ἐπαισχυνθήσεται, ὅταν ἔλθῃ ἐν τῇ δόξῃ αὐτοῦ καὶ τοῦ πατρὸς καὶ τῶν ἁγίων ἀγγέλων. ἀμὴν δὲ λέγω ὑμῖν, εἰσίν τινες τῶν ὧδε ἑστηκότων οἵτινες οὐ μὴ γεύσωνται θανάτου ἕως ἂν ἴδωσιν τὴν βασιλείαν τοῦ θεοῦ.

ἐγένετο δὲ μετὰ τοὺς λόγους τούτους ὡσεὶ ἡμέραι ὀκτὼ καὶ παραλαβὼν τὸν Πέτρον καὶ Ἰωάννην καὶ Ἰάκωβον ἀνέβη εἰς τὸ ὄρος προσεύξασθαι. καὶ ἐγένετο ἐν τῷ προσεύχεσθαι αὐτὸν τὸ εἶδος τοῦ προσώπου αὐτοῦ ἕτερον καὶ ὁ ἱματισμὸς αὐτοῦ λευκὸς ἐξαστράπτων. καὶ ἰδοὺ ἄνδρες δύο συνελάλουν αὐτῷ, οἵτινες ἦσαν Μωϋσῆς καὶ Ἠλίας, οἳ ὀφθέντες ἐν δόξῃ ἔλεγον τὴν ἔξοδον αὐτοῦ ἣν ἤμελλεν πληροῦν ἐν Ἰερουσαλήμ. ὁ δὲ Πέτρος καὶ οἱ σὺν αὐτῷ ἦσαν βεβαρημένοι ὕπνῳ· διαγρηγορήσαντες δὲ εἶδον τὴν δόξαν αὐτοῦ καὶ τοὺς δύο ἄνδρας τοὺς συνεστῶτας αὐτῷ. καὶ ἐγένετο ἐν τῷ διαχωρίζεσθαι αὐτοὺς ἀπ' αὐτοῦ εἶπεν ὁ Πέτρος πρὸς τὸν Ἰησοῦν· ἐπιστάτα, καλόν ἐστιν ἡμᾶς ὧδε εἶναι· καὶ ποιήσωμεν σκηνὰς τρεῖς, μίαν σοὶ καὶ μίαν Μωϋσῇ καὶ μίαν Ἠλίᾳ· μὴ εἰδὼς ὃ λέγει. ταῦτα δὲ αὐτοῦ λέγοντος ἐγένετο νεφέλη καὶ ἐπεσκίαζεν αὐτούς· ἐφοβήθησαν δὲ ἐν τῷ εἰσελθεῖν αὐτοὺς εἰς τὴν νεφέλην. καὶ φωνὴ ἐγένετο ἐκ τῆς νεφέλης λέγουσα· οὗτός ἐστιν ὁ υἱός μου ὁ ἐκλελεγμένος, αὐτοῦ ἀκούετε. καὶ ἐν τῷ γενέσθαι τὴν φωνὴν εὑρέθη Ἰησοῦς μόνος. καὶ αὐτοὶ ἐσίγησαν καὶ οὐδενὶ ἀπήγγειλαν ἐν ἐκείναις ταῖς ἡμέραις οὐδὲν ὧν ἑωράκασιν.

τῇ δὲ ἑξῆς ἡμέρᾳ κατελθόντων αὐτῶν ἀπὸ τοῦ ὄρους συνήντησεν αὐτῷ ὄχλος πολύς. καὶ ἰδοὺ ἀνὴρ ἀπὸ τοῦ ὄχλου ἐβόησεν λέγων· διδάσκαλε, δέομαί σου ἐπιβλέψαι ἐπὶ τὸν υἱόν μου, ὅτι μονογενής μοί ἐστιν· καὶ ἰδοὺ πνεῦμα λαμβάνει αὐτόν, καὶ ἐξαίφνης κράζει καὶ σπαράσσει αὐτὸν μετὰ ἀφροῦ καὶ μόγις ἀποχωρεῖ ἀπ' αὐτοῦ συντρῖβον αὐτόν· καὶ εἶπα τοῖς μαθηταῖς σου ἵνα ἐκβάλωσιν αὐτό, καὶ οὐκ ἠδυνήθησαν. ἀποκριθεὶς δὲ ὁ Ἰησοῦς εἶπεν· ὦ γενεὰ ἄπιστος καὶ διεστραμμένη, ἕως πότε πρὸς ὑμᾶς ἔσομαι καὶ ἀνέξομαι ὑμῶν; προσάγαγε ὧδε τὸν υἱόν σου. ἔτι δὲ προσερχομένου αὐτοῦ ἔρρηξεν αὐτὸν τὸ δαιμόνιον καὶ συνεσπάραξεν· ἐπετίμησεν δὲ ὁ Ἰησοῦς τῷ πνεύματι τῷ ἀκαθάρτῳ καὶ ἰάσατο τὸν παῖδα καὶ ἀπέδωκεν αὐτὸν τῷ πατρὶ αὐτοῦ. ἐξεπλήσσοντο δὲ πάντες ἐπὶ τῇ μεγαλειότητι τοῦ θεοῦ.

πάντων δὲ θαυμαζόντων ἐπὶ πᾶσιν οἷς ἐποίει εἶπεν πρὸς τοὺς μαθητὰς αὐτοῦ· θέσθε ὑμεῖς εἰς τὰ ὦτα ὑμῶν τοὺς λόγους τούτους· ὁ γὰρ υἱὸς τοῦ ἀνθρώπου μέλλει παραδίδοσθαι εἰς χεῖρας ἀνθρώπων. οἱ δὲ ἠγνόουν τὸ ῥῆμα τοῦτο καὶ ἦν παρακεκαλυμμένον ἀπ' αὐτῶν ἵνα μὴ αἴσθωνται αὐτό· καὶ ἐφοβοῦντο ἐρωτῆσαι αὐτὸν περὶ τοῦ ῥήματος τούτου.

εἰσῆλθεν δὲ διαλογισμὸς ἐν αὐτοῖς τὸ τίς ἂν εἴη μείζων αὐτῶν. ὁ δὲ Ἰησοῦς εἰδὼς τὸν διαλογισμὸν τῆς καρδίας αὐτῶν ἐπιλαβόμενος παιδίον ἔστησεν αὐτὸ παρ' ἑαυτῷ καὶ εἶπεν αὐτοῖς· ὃς ἐὰν δέξηται τοῦτο τὸ παιδίον ἐπὶ τῷ ὀνόματί μου ἐμὲ δέχεται, καὶ ὃς ἂν ἐμὲ δέξηται δέχεται τὸν ἀποστείλαντά με· ὁ γὰρ μικρότερος ἐν πᾶσιν ὑμῖν ὑπάρχων οὗτος μέγας ἐστίν.

ἀποκριθεὶς δὲ Ἰωάννης εἶπεν· ἐπιστάτα, εἴδομέν τινα ἐν τῷ ὀνόματί σου ἐκβάλλοντα δαιμόνια, καὶ ἐκωλύομεν αὐτόν, ὅτι οὐκ ἀκολουθεῖ μεθ' ἡμῶν. εἶπεν δὲ πρὸς αὐτόν· μὴ κωλύετε· ὃς γὰρ οὐκ ἔστιν καθ' ὑμῶν ὑπὲρ ὑμῶν ἐστιν.

ἐγένετο δὲ ἐν τῷ συμπληροῦσθαι τὰς ἡμέρας τῆς ἀναλήμψεως αὐτοῦ καὶ αὐτὸς τὸ πρόσωπον ἐστήρισεν τοῦ πορεύεσθαι εἰς Ἰερουσαλήμ, καὶ ἀπέστειλεν ἀγγέλους πρὸ προσώπου αὐτοῦ. καὶ πορευθέντες εἰσῆλθον εἰς κώμην Σαμαρειτῶν ὡς ἑτοιμάσαι αὐτῷ· καὶ οὐκ ἐδέξαντο αὐτόν, ὅτι τὸ πρόσωπον αὐτοῦ ἦν πορευόμενον εἰς Ἰερουσαλήμ. ἰδόντες δὲ οἱ μαθηταὶ Ἰάκωβος καὶ Ἰωάννης εἶπαν· κύριε, θέλεις εἴπωμεν πῦρ καταβῆναι ἀπὸ τοῦ οὐρανοῦ καὶ ἀναλῶσαι αὐτούς; στραφεὶς δὲ ἐπετίμησεν αὐτοῖς καὶ εἶπεν· οὐκ οἴδατε οἵου πνεύματός ἐστε ὑμεῖς· ὁ γὰρ υἱὸς τοῦ ἀνθρώπου οὐκ ἦλθεν ψυχὰς ἀνθρώπων ἀπολέσαι ἀλλὰ σῶσαι. καὶ ἐπορεύθησαν εἰς ἑτέραν κώμην.

εἶπεν δέ τις πρὸς αὐτόν· ἀκολουθήσω σοι ὅπου ἐὰν ἀπέρχῃ, κύριε. καὶ ὁ Ἰησοῦς εἶπεν αὐτῷ· αἱ ἀλώπεκες φωλεοὺς ἔχουσιν καὶ τὰ πετεινὰ τοῦ οὐρανοῦ κατασκηνώσεις, ὁ δὲ υἱὸς τοῦ ἀνθρώπου οὐκ ἔχει ποῦ τὴν κεφαλὴν κλίνῃ. εἶπεν δὲ πρὸς ἕτερον· ἀκολούθει μοι. ὁ δὲ εἶπεν· ἐπίτρεψόν μοι πρῶτον ἀπελθόντι θάψαι τὸν πατέρα μου. ὁ δὲ εἶπεν αὐτῷ· ἄφες τοὺς νεκροὺς θάψαι τοὺς ἑαυτῶν νεκρούς, σὺ δὲ ἀπελθὼν διάγγελλε τὴν βασιλείαν τοῦ θεοῦ. εἶπεν δὲ καὶ ἕτερος· ἀκολουθήσω σοι, κύριε· πρῶτον δὲ ἐπίτρεψόν μοι ἀποτάξασθαι τοῖς εἰς τὸν οἶκόν μου. εἶπεν δὲ πρὸς αὐτὸν ὁ Ἰησοῦς· οὐδεὶς ἐπιβαλὼν τὴν χεῖρα ἐπ' ἄροτρον καὶ βλέπων εἰς τὰ ὀπίσω εὔθετός ἐστιν τῇ βασιλείᾳ τοῦ θεοῦ.

μετὰ δὲ ταῦτα ἀνέδειξεν ὁ κύριος καὶ ἑτέρους ἑβδομήκοντα, καὶ ἀπέστειλεν αὐτοὺς ἀνὰ δύο πρὸ προσώπου αὐτοῦ εἰς πᾶσαν πόλιν καὶ τόπον οὗ ἔμελλεν αὐτὸς ἔρχεσθαι. ἔλεγεν δὲ πρὸς αὐτούς· ὁ μὲν θερισμὸς πολύς, οἱ δὲ ἐργάται ὀλίγοι· δεήθητε οὖν τοῦ κυρίου τοῦ θερισμοῦ ὅπως ἐργάτας ἐκβάλῃ εἰς τὸν θερισμὸν αὐτοῦ. ὑπάγετε· ἰδοὺ ἀποστέλλω ὑμᾶς ὡς ἄρνας ἐν μέσῳ λύκων. μὴ βαστάζετε βαλλάντιον, μὴ πήραν, μὴ ὑποδήματα, καὶ μηδένα κατὰ τὴν ὁδὸν ἀσπάσησθε. εἰς ἣν δ' ἂν εἰσέλθητε οἰκίαν, πρῶτον λέγετε· εἰρήνη τῷ οἴκῳ τούτῳ. καὶ ἐὰν ἐκεῖ ᾖ υἱὸς εἰρήνης, ἐπαναπαήσεται ἐπ' αὐτὸν ἡ εἰρήνη ὑμῶν· εἰ δὲ μή γε, ἐφ' ὑμᾶς ἀνακάμψει. ἐν αὐτῇ δὲ τῇ οἰκίᾳ μένετε ἐσθίοντες καὶ πίνοντες τὰ παρ' αὐτῶν· ἄξιος γὰρ ὁ ἐργάτης τοῦ μισθοῦ αὐτοῦ· μὴ μεταβαίνετε ἐξ οἰκίας εἰς οἰκίαν. καὶ εἰς ἣν ἂν πόλιν εἰσέρχησθε καὶ δέχωνται ὑμᾶς, ἐσθίετε τὰ παρατιθέμενα ὑμῖν, καὶ θεραπεύετε τοὺς ἐν αὐτῇ ἀσθενεῖς καὶ λέγετε αὐτοῖς· ἤγγικεν ἐφ' ὑμᾶς ἡ βασιλεία τοῦ θεοῦ. εἰς ἣν δ' ἂν πόλιν εἰσέλθητε καὶ μὴ δέχωνται ὑμᾶς, ἐξελθόντες εἰς τὰς πλατείας αὐτῆς εἴπατε· καὶ τὸν κονιορτὸν τὸν κολληθέντα ἡμῖν ἐκ τῆς πόλεως ὑμῶν εἰς τοὺς πόδας ἀπομασσόμεθα ὑμῖν· πλὴν τοῦτο γινώσκετε ὅτι ἤγγικεν ἡ βασιλεία τοῦ θεοῦ. λέγω ὑμῖν ὅτι Σοδόμοις ἐν τῇ ἡμέρᾳ ἐκείνῃ ἀνεκτότερον ἔσται ἢ τῇ πόλει ἐκείνῃ.

οὐαί σοι, Χοραζίν, οὐαί σοι, Βηθσαϊδά· ὅτι εἰ ἐν Τύρῳ καὶ Σιδῶνι ἐγενήθησαν αἱ δυνάμεις αἱ γενόμεναι ἐν ὑμῖν, πάλαι ἂν ἐν σάκκῳ καὶ σποδῷ καθήμενοι μετενόησαν. πλὴν Τύρῳ καὶ Σιδῶνι ἀνεκτότερον ἔσται ἐν τῇ κρίσει ἢ ὑμῖν. καὶ σύ, Καπερναούμ, μὴ ἕως οὐρανοῦ ὑψωθήσῃ; ἕως ᾅδου καταβήσῃ. ὁ ἀκούων ὑμῶν ἐμοῦ ἀκούει, καὶ ὁ ἀθετῶν ὑμᾶς ἐμὲ ἀθετεῖ· ὁ δὲ ἐμὲ ἀθετῶν ἀθετεῖ τὸν ἀποστείλαντά με.

ὑπέστρεψαν δὲ οἱ ἑβδομήκοντα μετὰ χαρᾶς λέγοντες· κύριε, καὶ τὰ δαιμόνια ὑποτάσσεται ἡμῖν ἐν τῷ ὀνόματί σου. εἶπεν δὲ πρὸς αὐτούς· ἐθεώρουν τὸν σατανᾶν ὡς ἀστραπὴν ἐκ τοῦ οὐρανοῦ πεσόντα. ἰδοὺ δέδωκα ὑμῖν τὴν ἐξουσίαν τοῦ πατεῖν ἐπάνω ὄφεων καὶ σκορπίων καὶ ἐπὶ πᾶσαν τὴν δύναμιν τοῦ ἐχθροῦ, καὶ οὐδὲν ὑμᾶς οὐ μὴ ἀδικήσῃ. πλὴν ἐν τούτῳ μὴ χαίρετε ὅτι τὰ πνεύματα ὑμῖν ὑποτάσσεται, χαίρετε δὲ ὅτι τὰ ὀνόματα ὑμῶν ἐγγέγραπται ἐν τοῖς οὐρανοῖς.

ἐν αὐτῇ τῇ ὥρᾳ ἠγαλλιάσατο τῷ πνεύματι τῷ ἁγίῳ καὶ εἶπεν· ἐξομολογοῦμαί σοι, πάτερ, κύριε τοῦ οὐρανοῦ καὶ τῆς γῆς, ὅτι ἀπέκρυψας ταῦτα ἀπὸ σοφῶν καὶ συνετῶν καὶ ἀπεκάλυψας αὐτὰ νηπίοις· ναί, ὁ πατήρ, ὅτι οὕτως εὐδοκία ἐγένετο ἔμπροσθέν σου. πάντα μοι παρεδόθη ὑπὸ τοῦ πατρός μου, καὶ οὐδεὶς γινώσκει τίς ἐστιν ὁ υἱὸς εἰ μὴ ὁ πατήρ, καὶ τίς ὁ πατὴρ εἰ μὴ ὁ υἱὸς καὶ ᾧ ἐὰν βούληται ὁ υἱὸς ἀποκαλύψαι. καὶ στραφεὶς πρὸς τοὺς μαθητὰς κατ' ἰδίαν εἶπεν· μακάριοι οἱ ὀφθαλμοὶ οἱ βλέποντες ἃ ὑμεῖς βλέπετε· λέγω γὰρ ὑμῖν ὅτι πολλοὶ προφῆται καὶ βασιλεῖς ἠθέλησαν ἰδεῖν ἃ ὑμεῖς βλέπετε καὶ οὐκ εἶδαν, καὶ ἀκοῦσαι ἃ ἀκούετε καὶ οὐκ ἤκουσαν.

καὶ ἰδοὺ νομικός τις ἀνέστη ἐκπειράζων αὐτὸν καὶ λέγων· διδάσκαλε, τί ποιήσας ζωὴν αἰώνιον κληρονομήσω; ὁ δὲ εἶπεν πρὸς αὐτόν· ἐν τῷ νόμῳ τί γέγραπται; πῶς ἀναγινώσκεις; ὁ δὲ ἀποκριθεὶς εἶπεν· ἀγαπήσεις κύριον τὸν θεόν σου ἐξ ὅλης τῆς καρδίας σου καὶ ἐν ὅλῃ τῇ ψυχῇ σου καὶ ἐν ὅλῃ τῇ ἰσχύι σου καὶ ἐν ὅλῃ τῇ διανοίᾳ σου, καὶ τὸν πλησίον σου ὡς σεαυτόν. εἶπεν δὲ αὐτῷ· ὀρθῶς ἀπεκρίθης· τοῦτο ποίει καὶ ζήσῃ. ὁ δὲ θέλων δικαιῶσαι ἑαυτὸν εἶπεν πρὸς τὸν Ἰησοῦν· καὶ τίς ἐστίν μου πλησίον; ὑπολαβὼν ὁ Ἰησοῦς εἶπεν· ἄνθρωπός τις κατέβαινεν ἀπὸ Ἰερουσαλὴμ εἰς Ἰεριχὼ καὶ λῃσταῖς περιέπεσεν, οἳ καὶ ἐκδύσαντες αὐτὸν καὶ πληγὰς ἐπιθέντες ἀπῆλθον ἀφέντες ἡμιθανῆ τυγχάνοντα. κατὰ συγκυρίαν δὲ ἱερεύς τις κατέβαινεν ἐν τῇ ὁδῷ ἐκείνῃ, καὶ ἰδὼν αὐτὸν ἀντιπαρῆλθεν. ὁμοίως δὲ καὶ Λευίτης γενόμενος κατὰ τὸν τόπον ἐλθὼν καὶ ἰδὼν ἀντιπαρῆλθεν. Σαμαρίτης δέ τις ὁδεύων ἦλθεν κατ' αὐτὸν καὶ ἰδὼν αὐτὸν ἐσπλαγχνίσθη, καὶ προσελθὼν κατέδησεν τὰ τραύματα αὐτοῦ ἐπιχέων ἔλαιον καὶ οἶνον, ἐπιβιβάσας δὲ αὐτὸν τὸ ἴδιον κτῆνος ἤγαγεν εἰς πανδοχεῖον καὶ ἐπεμελήθη αὐτοῦ. καὶ ἐπὶ τὴν αὔριον ἐκβαλὼν ἐξήνεγκεν δύο δηνάρια καὶ ἔδωκεν τῷ πανδοχεῖ καὶ εἶπεν· ἐπιμελήθητι αὐτοῦ, καὶ ὅ τι ἂν προσδαπανήσῃς ἐγὼ ἐν τῷ ἐπανέρχεσθαί με ἀποδώσω σοι. τίς τούτων τῶν τριῶν πλησίον δοκεῖ σοι γεγονέναι τοῦ ἐμπεσόντος εἰς τοὺς λῃστάς; ὁ δὲ εἶπεν· ὁ ποιήσας τὸ ἔλεος μετ' αὐτοῦ. εἶπεν δὲ ὁ Ἰησοῦς αὐτῷ· πορεύου καὶ σὺ ποίει ὁμοίως.

ἐν δὲ τῷ πορεύεσθαι αὐτοὺς αὐτὸς εἰσῆλθεν εἰς κώμην τινά· γυνὴ δέ τις ὀνόματι Μάρθα ὑπεδέξατο αὐτόν. καὶ τῇδε ἦν ἀδελφὴ καλουμένη Μαρία, ἥτις καὶ παρακαθεσθεῖσα πρὸς τοὺς πόδας τοῦ κυρίου ἤκουεν τὸν λόγον αὐτοῦ. ἡ δὲ Μάρθα περιεσπᾶτο περὶ πολλὴν διακονίαν· ἐπιστᾶσα δὲ εἶπεν· κύριε, οὐ μέλει σοι ὅτι ἡ ἀδελφή μου μόνην με κατέλιπεν διακονεῖν; εἰπὲ οὖν αὐτῇ ἵνα μοι συναντιλάβηται. ἀποκριθεὶς δὲ εἶπεν αὐτῇ ὁ κύριος· Μάρθα Μάρθα, μεριμνᾷς καὶ θορυβάζῃ περὶ πολλά· ὀλίγων δέ ἐστιν χρεία ἢ ἑνός· Μαρία γὰρ τὴν ἀγαθὴν μερίδα ἐξελέξατο, ἥτις οὐκ ἀφαιρεθήσεται ἀπ' αὐτῆς.

καὶ ἐγένετο ἐν τῷ εἶναι αὐτὸν ἐν τόπῳ τινὶ προσευχόμενον ὡς παύσατο εἷς τῶν μαθητῶν αὐτοῦ πρὸς αὐτὸν λέγων· κύριε, δίδαξον ἡμᾶς προσεύχεσθαι, καθὼς καὶ Ἰωάννης ἐδίδαξεν τοὺς μαθητὰς αὐτοῦ. ὁ δὲ εἶπεν αὐτοῖς· ὅταν προσεύχησθε, λέγετε· πάτερ, ἁγιασθήτω τὸ ὄνομά σου· ἐλθέτω ἡ βασιλεία σου· τὸν ἄρτον ἡμῶν τὸν ἐπιούσιον δίδου ἡμῖν τὸ καθ' ἡμέραν· καὶ ἄφες ἡμῖν τὰς ἁμαρτίας ἡμῶν, καὶ γὰρ αὐτοὶ ἀφίομεν παντὶ ὀφείλοντι ἡμῖν· καὶ μὴ εἰσενέγκῃς ἡμᾶς εἰς πειρασμόν.

καὶ εἶπεν πρὸς αὐτούς· τίς ἐξ ὑμῶν ἕξει φίλον καὶ πορεύσεται πρὸς αὐτὸν μεσονυκτίου καὶ εἴπῃ αὐτῷ· φίλε, χρῆσόν μοι τρεῖς ἄρτους, ἐπειδὴ φίλος μου παρεγένετο ἐξ ὁδοῦ πρός με καὶ οὐκ ἔχω ὃ παραθήσω αὐτῷ· κἀκεῖνος ἔσωθεν ἀποκριθεὶς εἴπῃ· μή μοι κόπους πάρεχε· ἤδ

πρῶτος δεύτερος

πρῶτος δεύτερος τρίτος τέταρτος πέμπτος ἕκτος ἕβδομος ὄγδοος ἔνατος δέκατος

εἰσὶν ἀπείρων τῶν ἀριθμῶν. τῶν μονάδων. ἡ μονὰς ἀρχὴ ἀριθμοῦ ἐστι. καὶ μονὰς ἐστὶ δι' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται. ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος. οἷον δυὰς τριὰς τετρὰς καὶ τὰ ἑξῆς. ἄπειρος δὲ ἀριθμὸς ἐστιν, ὃν οὐκ ἔστιν ἐπιβαλεῖν μείζονι τοῦ πλήθους. ὧν μονὰς ἐστὶν ἡ ἀμέριστος κατὰ τὴν ποσότητα. ἀπείρων δὲ ἀριθμῶν τὸ μὲν ἄρτιον ἐστιν. τὸ δὲ περισσόν. ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὃν δίχα τέμνειν ἔστιν. περισσὸς δὲ ὁ μὴ δίχα τεμνόμενος. ἢ ὁ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεὶς ποιεῖ τινα. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθέντος ἐφ' ἑαυτὸν γενόμενος. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς. ἢ ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς καὶ πάλιν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς.

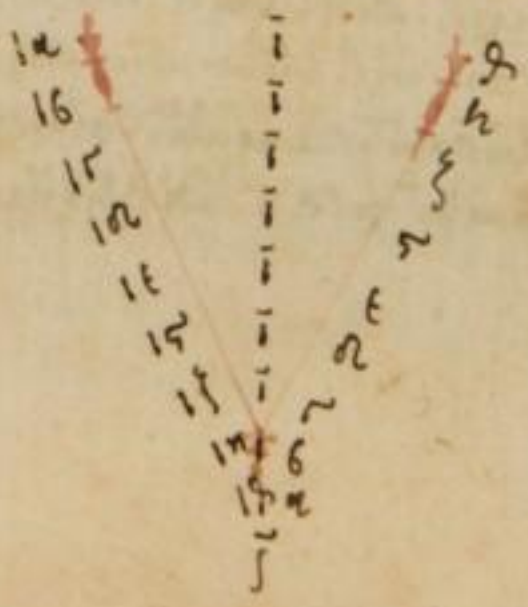
ἐκ τῶν ἐπιστολῶν τοῦ ἁγίου Ἰωάννου τοῦ Χρυσοστόμου πρὸς Ὀλυμπιάδα τὴν διάκονον.

Ἐπιστολὴ ἑβδόμη.

Ἐπειδὴ ἐν τῇ ἐρήμῳ ἐσμὲν καὶ οὐδεὶς ἡμῖν ἐπιδημεῖ, ἀναγκαῖον ἡγοῦμαι τὰ ἐν τῇ πόλει γενόμενα ὑμῖν ἀναγγεῖλαι, ἵνα μὴ ἀγνοοῦντες ἀθυμότερον φέρητε τὰ συμβαίνοντα. Ἐπειδὴ γὰρ ἐκεῖνος ὁ τύραννος ἐπανῆλθεν εἰς τὴν πόλιν, καὶ ἐκ τῶν ἐπιστολῶν ἃς ἔπεμψε τῷ βασιλεῖ ἐμάθομεν ὅτι ἐπὶ τὸν ἐμὸν ἀδελφὸν ἐστράτευσε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἔφεσον ἐξέβαλε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἀντιοχείας ἐφυλάκισε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἱεροσολύμων ἐξήλασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Καισαρείας τῆς Καππαδοκίας ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἰκονίου ἐκ τῆς ἐπαρχίας ἐξέβαλε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἡρακλείας τῆς Θρᾴκης ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἀμασείας τοῦ Πόντου ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Νικομηδείας ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Νικαίας ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Χαλκηδόνος ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Κυζίκου ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἀβύδου ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Λαμψάκου ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἀδριανουπόλεως ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἀναστασιουπόλεως ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἀμαστρίδος ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἀγκύρας ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Γαγγρῶν ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Παφλαγονίας ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Γαλατίας ἐκβαλεῖν ἐσπούδασε καὶ τὸν ἐπίσκοπον Ἀρμεν

ἐστὶν ἀριθμὸς ἐφεξῆς ἀφορισθείς· ἀριθμὸς δέ ἐστι πλῆθος μονάδων συγκείμενον· ἡ δὲ μονὰς ἐστὶν ᾗ ἕν τῶν ὄντων ἕκαστον λέγομεν· ἐφεξῆς δέ ἐστιν ἀριθμὸς ὁ μονάδι ὑπερέχων ἀριθμόν τινα ὁποιονοῦν· ἐὰν γὰρ τῷ δυάδι μονὰς προστεθῇ, τριὰς γίνεται· ἐὰν δὲ τῇ τριάδι μονάς, τετράς· καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς ὁμοίως· ἐφεξῆς ἄρα ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ μονάδι ὑπερέχων ἀριθμόν τινα ὁποιονοῦν· ἐφεξῆς δέ ἐστι

ἰσάκις δ΄ τριάδιον.

ζ΄ καὶ γὰρ οὐκ ἔστιν ἐν τοῖς μονάσι, ἀλλ' ἐν τοῖς ἀπὸ μονάδος ἀλλοιοῦσθαι τὴν φύσιν ἀεὶ θάτερον εἰς θάτερον ἐν τῇ ἀπὸ μονάδος ἰσότητι· ἐν μὲν γὰρ τοῖς μονάσιν ἰσότης ἐστὶ τοῦ πλήθους· ἑνὸς γὰρ ὄντος· καὶ δύο δὲ μιγέντων αὐτῶν ἀεὶ θάτερον ὀφθήσεται· ὁ β΄ ὁ γ΄ ὁ δ΄ ὁ ε΄ ὁ ς΄ ὁ ζ΄ ὁ η΄ ὁ θ΄ ὁ ι΄· ἴσων δὲ τὸ ἥμισυ αὐτῶν· ὁ ζ΄ ὁ ε΄ ὁ δ΄ ὁ γ΄ ὁ β΄ μονάς· καὶ γιγνόμενον οὗτος οἷον ἴσων δὲ ἥμισυ, πῶς ἐστι τοῖς ἴσοις ἴσα· ἑκάλλαξ γὰρ μονὰς ἐν τῇ ποιᾷ βάσει· ἀλλ' ἐν τοῖς ἀπὸ μονάδος τοῦ β΄· ὁ δὲ τὸ ἥμισυ ἐστὶν, ὡς ἐστὶ μὲν τοῦ β΄, καὶ ἐν τῷ ἐν μέρος· ἐν δὲ τοῦτο ἐστὶ τὸ ἀεὶ θάτερον ἐν τῇ μονάδι, ἐν ἑκάλλαξ τῇ ποιᾷ βάσει ὡς ἀεὶ θάτερον· ὡς ἐστὶ δὲ τὸ ἀεὶ θάτερον ἐν τῇ μονάδι·

Πολλαπλασίων ἐστὶν ὁ μετρούμενος ὑπὸ τοῦ κατὰ τὸ πλῆθος ὡρισμένου ἀριθμοῦ. μετρεῖται δὲ ὑπὸ τοῦ ἐν αὐτῷ μονάδος κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ἀριθμοῦ. οἷον ὁ γ τὸν ϛ μετρεῖ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ γ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ δ τὸν η κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ δ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ε τὸν ι κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛ τὸν ιβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζ τὸν ιδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ η τὸν ιϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ η ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θ τὸν ιη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ι τὸν κ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ι ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ια τὸν κβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ια ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιβ τὸν κδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιγ τὸν κϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιδ τὸν κη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιε τὸν λ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιϛ τὸν λβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιζ τὸν λδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιη τὸν λϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιθ τὸν μ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κ τὸν μβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κα τὸν μδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κβ τὸν μϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κγ τὸν μη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κδ τὸν ν κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κε τὸν νβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κϛ τὸν νδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κζ τὸν νϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κη τὸν νη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κθ τὸν ξ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λ τὸν ξβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λα τὸν ξδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λβ τὸν ξϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λγ τὸν ξη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λδ τὸν οβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λε τὸν οδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λϛ τὸν οϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λζ τὸν οη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λη τὸν π κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λθ τὸν πβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μ τὸν πδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μα τὸν πϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μβ τὸν πη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μγ τὸν ϙ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μδ τὸν ϙβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ με τὸν ϙδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ με ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μϛ τὸν ϙϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μζ τὸν ϙη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μη τὸν ρ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μθ τὸν ρβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ν τὸν ρδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ν ἀριθμοῦ. καὶ ὁ να τὸν ρϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ να ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νβ τὸν ρη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νγ τὸν ρκ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νδ τὸν ρκβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νε τὸν ρκδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νϛ τὸν ρκϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νζ τὸν ρκη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νη τὸν ρλ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νθ τὸν ρλβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξ τὸν ρλδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξα τὸν ρλϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξβ τὸν ρλη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξγ τὸν ρξ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξδ τὸν ρξβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξε τὸν ρξδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξϛ τὸν ρξϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξζ τὸν ρξη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξη τὸν ρο κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξθ τὸν ροβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ο τὸν ροδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ο ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οα τὸν ροϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οβ τὸν ροη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ογ τὸν ρπ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ογ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οδ τὸν ρπβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οε τὸν ρπδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οϛ τὸν ρπϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οζ τὸν ρπη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οη τὸν ρϙ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οθ τὸν ρϙβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ π τὸν ρϙδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ π ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πα τὸν ρϙϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πβ τὸν ρϙη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πγ τὸν ρσ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πδ τὸν ρσβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πε τὸν ρσδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πϛ τὸν ρσϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πζ τὸν ρση κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πη τὸν ρτ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πθ τὸν ρτβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρ τὸν ρτδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρα τὸν ρτϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρβ τὸν ρτη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ργ τὸν ρυ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ργ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρδ τὸν ρυβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρε τὸν ρυδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρϛ τὸν ρυϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρζ τὸν ρυη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρη τὸν ρφ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρθ τὸν ρφβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ς τὸν ρφδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ς ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛα τὸν ρφϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛβ τὸν ρφη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛγ τὸν ρχ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛδ τὸν ρχβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛε τὸν ρχδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛϛ τὸν ρχϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛζ τὸν ρχη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛη τὸν ρψ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛθ τὸν ρψβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζ τὸν ρψδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζα τὸν ρψϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζβ τὸν ρψη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζγ τὸν ρω κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζδ τὸν ρωβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζε τὸν ρωδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζϛ τὸν ρωϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζζ τὸν ρωη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζη τὸν ρϡ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζθ τὸν ρϡβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ η τὸν ρϡδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ η ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηα τὸν ρϡϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηβ τὸν ρϡη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηγ τὸν ρϟ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηδ τὸν ρϟβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηε τὸν ρϟδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηϛ τὸν ρϟϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηζ τὸν ρϟη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηη τὸν σ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ηθ τὸν σβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ηθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θ τὸν σδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θα τὸν σϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θβ τὸν ση κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θγ τὸν σκ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θδ τὸν σκβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θε τὸν σκδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θϛ τὸν σκϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θζ τὸν σκη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θη τὸν σλ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ θθ τὸν σλβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ θθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ι τὸν σλδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ι ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ια τὸν σλϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ια ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιβ τὸν σλη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιγ τὸν σξ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιδ τὸν σξβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιε τὸν σξδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιϛ τὸν σξϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιζ τὸν σξη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιη τὸν σο κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ιθ τὸν σοβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ιθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κ τὸν σοδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κα τὸν σοϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κβ τὸν σοη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κγ τὸν σπ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κδ τὸν σπβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κε τὸν σπδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κϛ τὸν σπϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κζ τὸν σπη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κη τὸν σϙ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ κθ τὸν σϙβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ κθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λ τὸν σϙδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λα τὸν σϙϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λβ τὸν σϙη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λγ τὸν στ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λδ τὸν στβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λε τὸν στδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λϛ τὸν στϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λζ τὸν στη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λη τὸν συ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ λθ τὸν συβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ λθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μ τὸν συδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μα τὸν συϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μβ τὸν συη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μγ τὸν σφ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μδ τὸν σφβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ με τὸν σφδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ με ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μϛ τὸν σφϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μζ τὸν σφη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μη τὸν σχ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ μθ τὸν σχβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ μθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ν τὸν σχδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ν ἀριθμοῦ. καὶ ὁ να τὸν σχϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ να ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νβ τὸν σχη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νγ τὸν σψ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νδ τὸν σψβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νε τὸν σψδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νϛ τὸν σψϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νζ τὸν σψη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νη τὸν σω κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ νθ τὸν σωβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ νθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξ τὸν σωδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξα τὸν σωϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξβ τὸν σωη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξγ τὸν σϡ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξδ τὸν σϡβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξε τὸν σϡδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξϛ τὸν σϡϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξζ τὸν σϡη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξη τὸν σϟ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ξθ τὸν σϟβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ξθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ο τὸν σϟδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ο ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οα τὸν σϟϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οβ τὸν σϟη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ογ τὸν τ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ογ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οδ τὸν τβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οε τὸν τδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οϛ τὸν τϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οζ τὸν τη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οη τὸν τκ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ οθ τὸν τκβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ οθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ π τὸν τκδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ π ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πα τὸν τκϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πβ τὸν τκη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πγ τὸν τλ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πδ τὸν τλβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πε τὸν τλδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πϛ τὸν τλϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πζ τὸν τλη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πη τὸν τξ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ πθ τὸν τξβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ πθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρ τὸν τξδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρα τὸν τξϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρβ τὸν τξη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ργ τὸν το κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ργ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρδ τὸν τοβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρε τὸν τοδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρϛ τὸν τοϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρζ τὸν τοη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρη τὸν τπ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ρθ τὸν τπβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ρθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ς τὸν τπδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ς ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛα τὸν τπϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛβ τὸν τπη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛγ τὸν τϙ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛδ τὸν τϙβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛε τὸν τϙδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛϛ τὸν τϙϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛζ τὸν τϙη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛη τὸν τρ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛη ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ϛθ τὸν τρβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ϛθ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζ τὸν τρδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζα τὸν τρϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζα ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζβ τὸν τρη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζβ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζγ τὸν τς κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζγ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζδ τὸν τςβ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζδ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζε τὸν τςδ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζε ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζϛ τὸν τςϛ κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζϛ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζζ τὸν τςη κατὰ τὸ πλῆθος τοῦ ἐν αὐτῷ ζζ ἀριθμοῦ. καὶ ὁ ζη τὸν τς κατὰ τὸ πλῆθος

κατὰ τὸν τοῦ ἀνὴρ φύσιν.
τὴν τοῦ ἀρτίου διαλογὸ· πᾶσαν
ἄρτιος δίχα διαιρεῖται· διὰ
οὐ πολὺ ὡς αἰχμὴ μεταξὺ δυοῖν
ὁ ἀρτιανὴρ ἄρτιος τοῦτο ὧν ἀὼ.
ἐκ τοῦ μονοῦ γένους ὑπάρχει·
ὡς οἱ τοῦ ἀρτίου ἡδονὴ τὸ
δίχα διαιρεῖσθαι·
πᾶν ἄρτιον διὰ τοῦτο ὃ
ἁπλῶς τί ἐστιν ὁ ἀρτιανὴρ ἄρτι
δειβλεύς, καὶ πόσ πολίτινα εἰσί,
τὰ πρότερον τὰ ποιὰ τῷ δίνει τῷ
ἐκ ὧν δι' διαφορᾶν ἀρτιανὴρ ποιὰ βιοῖ,
πρότερον τὰ ποιὰ τῷ δίνει τῷ
ἀνθρώπῳ ἀκολουθοῦσι δίδωσι·
ἐπὶ πολλοῖ ἐὼ τοῦθεν πλείνων
εἴδους ἀὼ· ἐπὶ δὲ δεῖ τετρίμμ
μείναι λέξει τῶν πολλῶν
θήλεα χρῆ· ἄλλο γὰρ τοῦμαι·
πρῶτον ἐπὶ τοῦ λέξεως τὴν
συλλαβὴν διαλυσᾶ· εἶτ' λοιπ
τῶν ὅλων τῶν ἐὼ ταῦθ' ἁπλῶς ὁμ
διὰ μὲν ὁμωνᾶ· διὰ δὲ
οἷον ἁπλῶς ἀριθμοῦς· ἀφ'
ὧν τὰ μὲν πρῶτα οἷον ἀριθμοῦ
ἐκ ὧν δύο· δύος ἀρτιάκις
ὁμοίως τὸ τεῖ, ἀπὸ τοῦ δεῖ.

ἀρτιανὴρ ἀριθμός ἐστιν, ὁ αὖ τοῦ τ
εἰς δύο ἴσα διῶν ἄλλους δίχα διαιρεθῆναι, κατὰ
τὴν τοῦ ἑνὸς φύσιν καὶ τὰ ἐξ ἑαυτοῦ ὄντα
ὁποτερονοῦν· τοιοῦτον ἐστὶν δίχα διαιρετόν·
καὶ πάλιν κατὰ τὰ αὐτὰ τῶν ἴσων μερῶν
ὁποτερονοῦν εἰς δύο ἴσα διαιρετόν· καὶ
μεθέξει ἐστὶν ἡ φύσις ἀτόμου μόνου καὶ οὐ καθόλου
τοῦ ἴσου καὶ τῶν ἀνίσων μερισμῶν· διαίρεσις· ὃ
ὑποδείγματος χάριν ἔστω ὃ ξ· καὶ τούτου πρῶτος
ὅλος· καὶ τούτου ὅλος· καὶ τούτου κ' μέρος· ὅ κ'.
καὶ τούτου ὅλος· καὶ τούτου ὁ β· ἐπεὶ τὰ τῆς ἀτόμου
μέρος ἐστὶ τοῦτο μόνον· καὶ τῆς φύσεως ἄτομος
οὖσα οὐκέτι ἐπιδέχεται τὸ μέρος· καὶ τ'
δὲ αὐτῶν καὶ ὁ τί ἂν ἐν αὐτῶν μέρος λάβῃς τῶν
ἀρτιανὴρ ἀρτίων μόνον εἶναι αὐτὸν προσήκει·
τὸ δὲ αὐτὸ καὶ ὁποτιοῦν τῶν ἐν αὐτῷ μόνα
δῶν· ἀρτιανὴρ ἀρτιοδῶν μόνον· μεδέποτε δὲ
ἐθέρωσιν εἰ κοινωνεῖν· ἑνὸς τῶν τούτων· μή τ'
ὅρα καὶ πᾶσα τοῦτο ἀρτιανὴρ ἀρτιοδῶν λέγεται,
ὅτι αὐτὸς ἀρτιος ὤν· καὶ τὰ μέρη καὶ τὰ τῶν
μερῶν μέρη μόνα ἀρτία ἀεὶ ἔχει·
ὀνόματα τίθε· καὶ δύναμις.

Καὶ ἀπὸ τοῦ ἀ τὸ τί τῆ τ· δῶν ἀμείωσις ὁ δύο μόνος· ἐξ οὗ ἔχειν ὁ μείωσις ἐστὶ τὸ ἔχειν·
καὶ ἀρκοῦσι τί τῆ τ· πᾶσα τὸ ἁπλῶς ὁμοίως· δῶν λείπει
τοῦτο· ἀρτιανὴρ ἀμελὴς δὲ καλεῖται ἀπὸ τῶν ἀρτίων δῶν λείπει τὸ τί ἐστιν ἀεὶ βλέπειν
πᾶσα μόνα· τὸ τί τῆ τ· ἀπὸ τοῦ ἀ ἀρτίου· τὸ ἐκ τῆ τ ἀπὸ τοῦ ἐξ· φασὶ γὰρ οὐ
ὅτι πάντα τὰ μέρη τῆ ἀρτιανὴρ ἀρτίου· καὶ αὖ τὰ ἀρτιανὴρ ἀρτιάνου μόνα εἶναι· καὶ
δῶν λείπει ἀφ' ὧν τὸ πᾶσα μόνα· ἀρτιανὴρ ἀρτιοδῶν λείπει· οἷον ὁ ἐξ· ἀρτίου
ὤν· ἔχει δύο μέρη τὰ ἡμίσεια· τὸ τρίτον δὲ τῆ ὁ· ὃ πάντων δὲ τὰ δύο· ἐκ ὧν οὖν
μερῶν τοῦ τῆ ἀρτιανὴρ ἀρτίου ἐστὶ δίχα διαιρεῖσθαι πᾶσα μόνα· δίχα· τὰ ἡ·
τὰ ὁ· τὰ β· καὶ ἐξ ἀρτιανὴρ ἀρτίων ἀριθμῶν, πᾶσα μόνα, ὁμοίως δύο
ὧν τῶν ἐξ· ἀπὸ τοῦ ε· ὃ δὲ ὁ τί τῆ τ· ἀφ' ἑαυτοῦ· ὃ δὲ δύο· ὁπόσον ἀπὸ τοῦ ἡ·
ἐπὶ πολὺ οὖν τὰ μέρη· ἀρτιανὴρ ἀρτίων μόνα λείπει τῆ· διὰ τοῦτο ἐξ ἀρτιανὴρ
πᾶσα μόνα· ἀφ' ἑαυτῶν ἀρτίων ὧν μόνα ἐστὶ· οἷον τὸ δὲ πλῆθος ἀπὸ τοῦ δέκα,
μόνως ὧν ἀρτίων μόνα καλεῖτο· μᾶλλον δὲ ἔστω διὰ τοῦτο ἀρτιανὴρ ἀρτίου πᾶσα μόνα,
ἐπὶ πολὺ ἀρτιανὴρ ἀρτιοδῶν μόνα· πλὴν ἀφ' ἑαυτοῦ ἀρτίου· οἷον δῶν λείπει τῆ τ
οἱ λείποντες ἀφ' ὧν τὰ μέρη προσήκει ἄρτια εἶναι· ἐπεὶ καὶ πλείω αὐτοῖς ἀρτιοδῶν
εἴδη τῶν δέκα· ἀφ' ὧν τὸ δέκατον τοῦτο ἀρτιοδῶν λείπει τῆ τ
ἀρτιος ἀρτίου μόνος· πλὴν τὰ ἑαυτοῦ μέρη· ἀρτιανὴρ ἀρτιοδῶν μόνα εἶναι·
καὶ τὰς δῶν λείπει τῆ τοὺς ἀριθμοὺς ἀφ' ὧν τὰ μέρη προσήκει ἄρτια εἶναι·
λείπει δὲ τῆ προσήκει ἄρτια εἶναι ὧν τὰ μέρη· ἀρτιανὴρ ἀρτιάκις ἀρτίου πᾶσα μόνα·
τὸ δὲ ἀφ' ὧν τὰ μέρη προσήκει ἄρτια εἶναι· ὧν προσήκει ἄρτια εἶναι
τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ φ λείπει πᾶσα δὲ πλὴν τοῦ ἑνὸς· πρὸς δὲ αὐτοὺς καὶ
μονάδ,

καθ' ἑνὶ πάντων προϊόντι δώδεκα λείπειν τοῖς ἀρτιάκις ἀρτίοις
μεθ' ἃ μετὰ ξύλου πρόβλητον θαυμάζομεν οὐδὲ τοῦτο τῆς ἡμετέρας μεθόδου
ἴδιον ἀπὸ φαινομένων· καὶ ἐπὶ τῶν ἐν τῷ πρώτῳ διορθώτων ἐν τριγώνοις ἀρτιάκις ἀρτίοις
δώδεκα λοιπὰ ἐν φύσει πλευρὰ ἓν ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμοῦ ἀρτίου· ἴσον τοσαυτάκις προϊόντι
τριγώνῳ ἀπὸ μονάδος πάντως λίνοις δ' φύσεως θεωρουμένων· ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ πρώτῳ
ἀπέλιπον μὲν προδήλως ἐν τῷ δι' πλασίονα δὲ καὶ σχεδὸν τῶν πρώτων πάντας τοὺς ἀρτίους
ἀρτίους λείποντας ἐν τῷ ἑξῆς ἐπιζητεῖν τὸ ἴδιον δ' πλασίονα προδηλοῦν· οἷον δὶς πλα-
σίονα ἐν τῷ δύο· ἐγγίνονται δ' ὅλως τοιούτων ἀριθμοὶ ἀρτιάκις ἄρτιος· δὶς πλασίονα
τῶν δύο· ἐγγίνονται δ'· ὅλως τοιούτων ἀριθμοὶ ἀρτιάκις ἄρτιος· ὧν ἑκάστου καὶ τὸν ἥμισυ δὶς πλασίονα
καὶ ἐγγίνονται δ' ἀρτιάκις ἄρτιος καὶ οὗτος· ὧν ἑκάστου ἡ πρώτη ἐστὶν ις· καὶ οὗτος λβ
καὶ οὗτος τοῦ ξδ· καὶ οὗτος τοῦ ρκη· καὶ οὗτος τοῦ στς· καὶ ὁ ἑξῆς δὶς πλα-
σίονα πάντως· ἀρτιάκις ἀρτίους ποιήσεις· καὶ οὗ δίχα σε μεθ' ἃ
δεήσει ἀρτιάκις ἄρτιος διὰ φλ' ξε' τ· καὶ τοῦ ἑνὸς· ἐπὶ δὲ τοῦ ἀρτιάκις ἀρτίου μεθ' ἃ
μεσογραμμὴ ἡ δίχοτομία φθείρεται, ὃς χωρὶς μεθ' ἃ μεσογραμμὸς οὕτως τέτμηται,
γνώσῃ ἀρτιάκις ἄρτιος· εἰκότως δέ, οὗ πρῶτοί εἰσιν ἀρτιάκις ἄρτιοι, ὧν
ἀπόλειπον ἀεὶ κατὰ πάντα ἓν ἀεὶ δι' πλασίονα ἀεὶ ὂν τοῦ πρώτου· καὶ ἄλλου τινὸς
μεταξὺ πρὸς ἐκείνους ἐπιζητεῖν ἀδύνατον· ὅσοι γὰρ ἂν τοὺς ἐπ' αὐτοῖς
ἀφέλοιμεν ἀεὶ κατὰ πάντα ἓν ἀεὶ δι' πλασίονα ἀεὶ ὂν τοῦ πρώτου· καὶ ἄλλου τινὸς
μεταξὺ πρὸς ἐκείνους ἐπιζητεῖν ἀδύνατον· ὅσοι γὰρ ἂν τοὺς ἐπ' αὐτοῖς

καὶ πρῶτος ὁ αὐτὸς

ἐπὶ πάντων ἀκολουθεῖ τῷ ἀρτιάκις ἀρτίῳ δι' ὃν ἐπιζητεῖται μέρος φησὶ πάντοτε ἀρτίου
ἀριθμοῦ, πρῶτον δ' ἐπιζητεῖται ἀπὸ τῶν πρώτων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν· καὶ πρὸς τούτοις ὅτι ἐπὶ
πάντων ἐπιζητεῖται μέρος ἀρτίου ἀριθμοῦ, πρῶτον δ' ἐπιζητεῖται ἀπὸ τῶν πρώτων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν·
τοῦτον ἔχειν ἀεὶ δῶσει· ὅτι ἐπὶ πάντων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν τὸ ἥμισυ μέρος ἐπιζητεῖται πρῶτον
ἀπὸ τῶν πρώτων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν· ἐπὶ δὲ τῶν ἐπ' αὐτοῖς τὸ τέταρτον μέρος· ἐπὶ δὲ τῶν ἐπ' αὐτοῖς
τὸ ὄγδοον· ἀεὶ τὸ ἡμιόλιον τοῦ προτέρου μέρους· πάντως ὡς τὸ πρὸ αὐτοῦ ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν·
τοῦτον ἔχειν ἀεὶ δῶσει· ὅτι ἐπὶ πάντων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν τὸ ἥμισυ μέρος ἐπιζητεῖται πρῶτον
ἀπὸ τῶν πρώτων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν· τοῦτον ἔχειν ἀεὶ δῶσει· ὅτι ἐπὶ πάντων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν τὸ ἥμισυ μέρος ἐπιζητεῖται πρῶτον
ἀπὸ τῶν πρώτων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν· τοῦτον ἔχειν ἀεὶ δῶσει· ὅτι ἐπὶ πάντων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν τὸ ἥμισυ μέρος ἐπιζητεῖται πρῶτον
ἀπὸ τῶν πρώτων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν· τοῦτον ἔχειν ἀεὶ δῶσει· ὅτι ἐπὶ πάντων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν τὸ ἥμισυ μέρος ἐπιζητεῖται πρῶτον
ἀπὸ τῶν πρώτων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν· τοῦτον ἔχειν ἀεὶ δῶσει· ὅτι ἐπὶ πάντων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν τὸ ἥμισυ μέρος ἐπιζητεῖται πρῶτον
ἀπὸ τῶν πρώτων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν· τοῦτον ἔχειν ἀεὶ δῶσει· ὅτι ἐπὶ πάντων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν τὸ ἥμισυ μέρος ἐπιζητεῖται πρῶτον

15

ὅλη πρὸς ὅλην γίνεται· ἡ δὲ μερισμὸς γίνεται ὁ αὐτὸς, ὅτε καὶ γίνεται διαίρεσις· ἐπὶ τῶν αὐτῶν ἄρα καὶ ὁ μερισμὸς γίνεται ὅπερ ἦν δεῖξαι.

ἐὰν ὦσι τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ᾖ, ἐν δὲ τισὶν αὐτῶν ἀναλογίαις διὸ τοῦ ἴσου ἐν ταραγμένῃ ἀναλογίᾳ ἔσται καὶ τὰ πρῶτα πρὸς τὰ ἔσχατα.

ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, Ε, Ζ, ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔστω, ἐν δὲ τισὶν αὐτῶν ἀναλογίαις διὸ τοῦ ἴσου ἐν ταραγμένῃ ἀναλογίᾳ· ἔστω δὲ ἡ μὲν Α πρὸς τὴν Β ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ, ἡ δὲ Β πρὸς τὴν Γ ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Ε· λέγω ὅτι καὶ ἡ Α πρὸς τὴν Γ ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Ε οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Ζ. πάλιν, ἐπεὶ ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε, ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Β οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. ὡς δὲ ἡ Β πρὸς τὴν Ζ οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Ε· δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Ε οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Ζ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἐὰν ὦσι τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ᾖ, ἐν δὲ τισὶν αὐτῶν ἀναλογίαις διὸ τοῦ ἴσου ἐν ταραγμένῃ ἀναλογίᾳ ἔσται καὶ τὰ πρῶτα πρὸς τὰ ἔσχατα.

ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, Ε, Ζ, ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔστω, ἐν δὲ τισὶν αὐτῶν ἀναλογίαις διὸ τοῦ ἴσου ἐν ταραγμένῃ ἀναλογίᾳ· ἔστω δὲ ἡ μὲν Α πρὸς τὴν Β ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ, ἡ δὲ Β πρὸς τὴν Γ ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Ε· λέγω ὅτι καὶ ἡ Α πρὸς τὴν Γ ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Ε οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Ζ. πάλιν, ἐπεὶ ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε, ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Β οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. ὡς δὲ ἡ Β πρὸς τὴν Ζ οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Ε· δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Ε οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Ζ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἀρτιοπέριττος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀρτιάκις περισσός, οἷον ὁ ι̅β̅ κ̅ δ̅ λ̅ ξ̅ ρ̅ ρ̅κ̅ ρ̅ξ̅ ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅κ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ξ̅ ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅ρ̅π̅β̅ ρ̅

17

ὅτι οἱ ἐλάχιστοι τῶν
τριώνυμας καλοῦμεν τοὺς μετρ-
ηθείσας ἑτέρους σπάνιον εἶναι
ὅτι ἐν τῶν πρώτων ἐφ' αὑτούς,
δυνάμει ἀλογίων, οἱ ἐλάττονι πρώ-
τῳ εἰσὶν οἱ περὶ τὸ ἀριθμοὶ ἐνὶ
τοῦ ἑαυτοῦ γεννωμένου ἐλάττο
σι εἰσὶν οἱ περὶ τὸ ἀριθμοὶ ἐνὶ
μείζονα ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν ἐνὶ
καὶ τὸν

Τοῦ δὲ πλείονος καὶ πλέον καθ' ὑποδιαίρεσιν
διαιρεμένου πρόσθεν ἄρτιον, καὶ κατὰ
μέσον ποιῶν ὅταν ᾖ. εἴπερ ἐκεῖνος μὲν
δίχα εἰς ἴσα διαιρεῖται. οὗτος δὲ ἂν δυοῖν
ἀδιαίρετ. τέλεος μοίως εἰδικῶς λεῖσκηται
ἀλλ' ἀλλων διαφέροντα· ὧν τὸ μὲν, κατὰ
πρῶτον καὶ ἀσύνθετον· τὸ δὲ, αὖτις κεῖμενον
τούτων δεύτερον καὶ σύνθετον· τὸ δὲ, ἓν
μέσαι μία διαφοῖν τούτοιν θεωροῦμεν.
ὡς μεθόπτικὸν ἀληθοῦσιν. λαβεῖν αὐτὸ μὲν
δεύτερον καὶ σύνθετον· πρὸς ἄλλο δὲ πρῶτον
καὶ ἀσύνθετον· γίνεται, ὅταν

Διὰ τί ἐστὶν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία ἐν τοῖς ἐπιτρίτοις καὶ ἐπιμορίοις μόνοις ἐστί· καὶ οὐκ ἐν τοῖς ἄλλοις πολλαπλασιεπιμορίοις καὶ πολλαπλασιεπιμερέσιν.

Ἐν τοῖς ἐπιτρίτοις καὶ ἐπιμορίοις μόνοις ἐστὶν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία· ἐπειδὴ ἐν τούτοις μόνοις ἐστὶν ἡ ἐπιμόριος διαφορά· ἐν ᾗ ἐστὶν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία· ἐν τοῖς ἄλλοις δὲ πολλαπλασιεπιμορίοις καὶ πολλαπλασιεπιμερέσιν οὐκ ἔστιν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία· διὰ τὸ μὴ ἐν αὐτοῖς εἶναι τὴν ἐπιμόριον διαφοράν· ἐν ᾗ ἐστὶν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία.

Διὰ τί ἐν τοῖς ἐπιτρίτοις καὶ ἐπιμορίοις μόνοις ἐστὶν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία· καὶ οὐκ ἐν τοῖς ἄλλοις ἐπιμορίοις καὶ ἐπιμερέσιν.

Ἐν τοῖς ἐπιτρίτοις καὶ ἐπιμορίοις μόνοις ἐστὶν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία· ἐπειδὴ ἐν τούτοις μόνοις ἐστὶν ἡ ἐπιμόριος διαφορά· ἐν ᾗ ἐστὶν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία· ἐν τοῖς ἄλλοις δὲ ἐπιμορίοις καὶ ἐπιμερέσιν οὐκ ἔστιν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία· διὰ τὸ μὴ ἐν αὐτοῖς εἶναι τὴν ἐπιμόριον διαφοράν· ἐν ᾗ ἐστὶν ἡ καθ' ὑποδιαίρεσιν συμφωνία.

ἀριθμοί πλείους μορίου μενδεῖν ἕτερον
ἐπιδέχεται εἰ μὴ τὸ πρωτογενὲς ἑαυτῶν.
ὁ καὶ βραχὺ λέγεται μοναδικὸν οἷον ὁ γ΄ ὁε΄
ὁ ξ΄ οια΄ οιγ΄ οιξ΄ οιθ΄ ουγ΄ ουη΄ ολα΄.
τούτων δὲ ἕκαστος οὐδεμίαν μεν χωρεῖ διαίρε
σιν ἔχων ἕτερον μόριον. ἀλλ'
μόνον τὸ ἑαυτῶν πρωτογενὲς. καὶ τοῦτο
μόνον αὐτὸν πρωτογενῆ. ὁ δὲ γ΄ τριτον. τὸ ἑαυτοῦ πρωτογενές. καὶ τὸ οὐ
πρώτως μόνον αὐτόν. ὁ δὲ πέντε μόνον ἔχει διαίρεσιν.
καὶ οἷα μόνον ἐν δυνατόν. καὶ ἐν παυσὶ
τοῖς τοιούτοις ἀριθμοῖς ὑπάρχει τὸ τῆς
τοῦ ὀνόματος τούτου. ὅτι τῶν κοινῶν
ἀριθμῶν καὶ πρωτίστων μονάδι διαμένουσι δύ
ναται μετρᾶσθαι. ἑτέρῳ δὲ οὐδενί. ἀλλ'
καὶ αὐτῷ δεν ὄντι ἑτέρου ἀριθμοῦ ἑαυτῷ
συσταθέντος τεθέντα ἀλλήλους μονάδι.
πρωτογενῆ μὲν σωτεθέντος. ὅ ε΄. ἐπτακαιεικοσί,
ὅ ζ΄. καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τὸν αὐτὸν τρόπον
αὐτῶν μὲν τοίνυν συντεθέντων ἑαυτοῖς δύ
ναται ποιεῖν ἀλλ' ἀπὸ πλήθους ὧν ἔστι
καὶ εἰς ἕξ ἑαυτῶν τούτων ἀρχόμενον. διόπερ
πρώτως καλοῦνται ὡσανεί, ἀρχαὶ ἐκείνων
τῶν οὐ ποιούμενοι. ἀρχὴ δὲ πάντων ἡ μονάς
καὶ σωματικός. εἰς ἣν πάντα ἀναλύεται.
καὶ ἐξ οὗ. πάντα συνίσταται. αὐτὴ δὲ.
ἓν ἐστιν οὐ δεν. καὶ ἓξ οὐ δενός.

τὸν μέσον ὅρον συνέστηκεν. ὁ δὲ γ΄ καὶ
ὁ ιε΄ καὶ ὁ ὅμοιοι δεύτεροι καὶ
σωματικοὶ λέγονται. ἐπειδὴ οἱ πρῶ
τοι καὶ σωματικοὶ αὐτοὺς σωματίθεσι.
καὶ μετρεῖ οὗσιν οἷον ὁ δ΄ ὑπὸ τοῦ
β΄ καὶ ὁ μὲν πρῶτος ἐστὶν καὶ
ἀσύνθετος. ὁ δὲ ε΄ πρῶτος καὶ
ἀσύνθετος. ὁ δὲ ιε΄ καὶ
ὑπό τε τοῦ γ΄ καὶ ὑπὸ τοῦ ε΄ μετρεῖται. ἀλλ' ὁ
οὐδεὶς πρῶτος καὶ ἀσύνθετος. ἀλλ' ὁ
ὁμοίως καὶ ὁ κ΄ καὶ ὁ λ΄. ὁμοίως δὲ καὶ
ὁ ιβ΄ καὶ ὁ κδ΄ καὶ ὁ μη΄ καὶ ὁ ξ΄ καὶ ὁ οὗτοι
ἅπαντες δεύτεροι καὶ σύνθετοι. ὁ δὲ ιγ΄
καὶ ὁ ιζ΄ καὶ ὁ ιθ΄ καὶ ὁ κγ΄ καὶ ὁ κθ΄ καὶ ὁ λα΄ καὶ ὁ λζ΄
καὶ ὁ μα΄ καὶ ὁ μγ΄ καὶ ὁ μθ΄ καὶ ὁ ξα΄ καὶ ὁ ξγ΄ καὶ ὁ ξη΄ καὶ ὁ οἱ πάντες
πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι. ὁ δὲ ιη΄ καὶ ὁ κ΄ καὶ ὁ κδ΄ καὶ ὁ λβ΄ καὶ ὁ λς΄
καὶ ὁ μβ΄ καὶ ὁ μη΄ καὶ ὁ ξδ΄ καὶ ὁ οἱ πάντες δεύτεροι καὶ
σύνθετοι. ὁ δὲ κα΄ καὶ ὁ λε΄ καὶ ὁ μ΄ καὶ ὁ με΄ καὶ ὁ ξε΄ καὶ ὁ οἱ πάντες
τρίτοι καὶ σύνθετοι. ὁ δὲ κβ΄ καὶ ὁ λ΄ καὶ ὁ μβ΄ καὶ ὁ μδ΄ καὶ ὁ ξ΄ καὶ ὁ οἱ πάντες
δεύτεροι καὶ σύνθετοι. πρὸς
ἀλλήλους δὲ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι
οὐδενὶ ἔοικοι. κοινὸν μέτρον πλὴν
τῆς μονάδος τὴν κοινὴν ἀρχὴν
καὶ μέτρον. ὅμοιον δὲ συγκειται.
ἑκάστῳ τε. καὶ ἀεὶ δὲ καὶ ἀνάλυσιν ἔστι.
ἑκάστου πρώτου καὶ ἀσυνθέτου.
ὡσαύτως καὶ ἑκάστου τῶν ἀπ' αὐτοῦ
πρώτων καὶ ἀσυνθέτων. πρὸς
ἀλλήλους δὲ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι
οὐδενὶ ἔοικοι. κοινὸν μέτρον πλὴν
τῆς μονάδος τὴν κοινὴν ἀρχὴν
καὶ μέτρον. ὅμοιον δὲ συγκειται.
ἑκάστῳ τε. καὶ ἀεὶ δὲ καὶ ἀνάλυσιν ἔστι.
ἑκάστου πρώτου καὶ ἀσυνθέτου.
ὡσαύτως καὶ ἑκάστου τῶν ἀπ' αὐτοῦ
πρώτων καὶ ἀσυνθέτων. πρὸς
ἀλλήλους μέντοι πρῶτοι καὶ ἀσύνθε
τοι οὐδενί ποιῶ μετρούμενοι.
πλὴν τῇ μονάδι. ὡς ἔφην. ἑκάστῳ
ὅ θ΄ μετρεῖται. ὁμοίως δὲ. πλὴν ἑκάστῳ
ὅσοι οὐκ εἰσὶ καὶ ὁ δ΄. ὅσοι δὲ ἀπὸ
τούτων εἰσὶν καὶ ὁ δ΄ μετρεῖται.

ὁ δὲ καὶ ὑπὸ τοῦ ζ΄. πρῶτος ἐστὶν ὡς μέτρον ὁ κε΄. ἀλλ' οὐδενὶ τῶν ἐν
ἐξῆς ἐστὶν. οὔτε γὰρ πρὸς τὸ ἐλάσσονι οὔτε πρὸς τὸ μείζονι. ὁ δὲ
ἐξῆς ἐστὶν. οὔτε γὰρ πρὸς τὸ ἐλάσσονι οὔτε πρὸς τὸ μείζονι. ὁ δὲ
οὕτως ἐστὶν ἀλλ' αὐτὸς ἐφ' ἑαυτοῦ μὲν. ὁ δὲ θεωρούμενος. τοῖς δευτέροις
ἐστὶ τοῖς πρώτοις. καὶ ὁ καὶ ὑπὸ τοῦ ε΄ καὶ ὑπὸ τοῦ ιε΄ μετρεῖται. ἀλλ'
ὁ οὐδενὶ τῶν ἐν ἐξῆς ἐστὶν. οὔτε γὰρ πρὸς τὸ ἐλάσσονι οὔτε πρὸς τὸ μείζονι.
ὁ δὲ

ὅλοι ὑποπαίδων λείβμοί· ὁ τε
γν· καὶ ὁ λά· λάβε ἀπὸ τῶν γ'
τεῖ ἀποτα μεῖαν· λοιπὸν κ· β·
τὸν β· ἄφελε ἀπὸ τ λά· λοιπ· β·
τὰ ἐννέα πάλιν λάβε ἀπ' αὐτῶν
κβ· ὃς λοιπὸν δ' τὰ δ' ἀπὸ
τῶν δ' ὃς λοιπὸν εἷς ἀπ' αὐτῶν
καὶ οὐδὲν καὶ ὅλα· πρῶτοι καὶ
λόγῳ βέτοι· ὑποπαίδων πολ'
ἑτερομήκεις· ὃν· καὶ ὅμοι·
ἀφερούμενοι μεῖ· κ· λοιπ· κβ·
ἀφαιρούμενα μβ· ἀπὸ τ κ'
λοιπ· ιη· ὡς τε ὁ κ· καὶ ὁ μ·
τὼ ἀπ' αὐτῶν ἀριθμὼ βάσεις
λέγω· ἕξει ἄρα βασιλεύς·
λοιπὰ ζ· μετρεῖ δὲ ἑαυτὸν
καὶ τὸν ε· ἑπτάκις ε' τὸ δὲ ε'
ἑαυτὸν ἑπτάκις ζ· δὶς τρία
καὶ σώματα ἐστὶν· ὑπόκειται δ'
μετρῶν τὸν δ' καὶ τὸν ε' ὁ καὶ
καὶ ὁ μ· λείπουσι δὲ τὸν
μεῖζον ἑαυτοῦ ἑνὶ· ὃν οὐ
δύναται ἀριθμὸς εἶναι· οὐ τὸ
ὁ λόγος ἐστίν· τοῦ δὲ τῶν λόγων
σοφὸς τυγχάνει·

πάλιν ἀλλ' ὡς ὧν τῶν ἀπὸ
τῶν ἐν δι' αἱρέσεως τῶν ἀρτίων ἀφῃ
ρημένων· λέγω τοίνυν ὅτι τ'
ἀρτίων· οἱ μὲν ἐσὶν ὑπερτέλειοι·
ἐλλιπεῖς· οἱ δὲ τέλειοι· καὶ ἔσ
μενεῖ σὶν· ὧν τὰ μέρη ἐλάττο
να ὄντων ἐσὶν· ἀνάγκη δὲ ἐλλιπῆ
ἐσὶν· ἐλείπετο μέρει ἡμίσου ὧ
τετάρτῳ· ἐλλείμματι μὲν δύο τέτ
δεῖ α· β· δεῖ καὶ α· γ· ὧδε γ' τῶν
δεῖ ἐλάττων· ὧν σὺν τῶν καὶ ὧδε
ἐλλιπὴς· ἐλείπετο μέρει ἡμίσου
τετάρτου ὄγδοον· ἡμίσου μέν δε
τέτρ· δεῖ δύο· ὄγδοον δὲ α· δεῖ
δεῖ καὶ δύο· καὶ ὧν γίνεται ζ· ὧν
ὧν σὺν τῶν καὶ ὧδε ἐλλιπὴς· ἐλείπετο μέρει ἡμίσου
μέρει ε· τὸ μέσον δεῖ δύο· δεῖ καὶ
α· πρῶτε δεῖ καὶ β· καὶ ἑξ· ὃν τοῦ
ἐλλιπὴς· ὧν σὺν τῶν καὶ τὰ
ὄντα τέλεια δεῖ μέρη σὺν τῶν
θεῖναι μεῖζονα τῶν ὅλων ἀρι

λείπεται ζ· ταῦτα δὲ ἀνταφαίρα
πάλιν πολλαπλάσια· ἕξῃ πάλιν τὰ
δύο ἀπὸ ἑνὸς· λείφθήσεται ἑνί πάλιν·
ἀπὸ ἑνὸς δύο ἀφαιρεθήσεται πάλιν·
ἢ δὲ πάλιν ἐξ αὐτῶν· εἰς διαφορὰν
ὑπεραιωθήσεται· δι' ἑνὸς καὶ ἑνὸς
σιωθήσεται φανερὸν τὸ ἀρχῆς· τὸν μὲν
τὸν μέτρον καὶ κοινὸν αὐτῶν μέτρον πρόσεστιν
μέχρι τοῦ ζ·

πρὶ τῶν τοῦ ἀτελῶς ἐστὶν ἀριθμὸς διαιρετὸν

Πάλιν δ' αὖ ὧν τῶν ἀπὸ τῶν ἀρτίων ἀριθμῶν
οἱ μὲν, εἰσὶν ὑπερτέλειοι· οἱ δὲ ἐλλιπεῖς· καὶ
ἀνάγκη αὐτοὺς ἤτοι τελείους εἶναι ἢ ἐλλιπεῖς· καὶ
καὶ εἰσὶν· οἱ μὲν δὴ τελειοῦσι καὶ λεγόμενοι ἀριθ
ὑπερτέλειοι καὶ ἐλλιπεῖς ὧν τὰ τῶν ἀριθμῶν
σχήματα διαιρούμενοι· ἢ ἐς τὸ πλέον· καὶ ἢ ἐς
τὸ ἔλαττον· ἑτέρως πὼς παράλληλα τρόπος
ἀνισότητος οὐκ ὢν ὑπογράφειν· καθάπερ
οὔτε καλὸν οὔτε ὠφέλιμον· οὔτε ἀσύμφορον
οὔτε ἀπρεπὲς δ' ὄντες τῶν τοιούτων ἕκαστον
ὧν μεῖζον πάντων πλούσιοι τε ὑπὸ βουλομένου
πλουτεῖν· καὶ ὑπὸ ἐπιθυμοῦντος· ὧν δὲ τῶν ἐλαττόνων· οἷον
δεῖται καὶ ἀσθενείας· καὶ ἀσθενεῖς· καὶ
ὀλιγαρχεῖται· ὧν δὲ τῶν ἐλαττόνων· οἷον
τοῦ ἐλάττονος καὶ μείζονος ὁ ἐστὶν ἴσον· ἀριθμὸς
ὃν τοῦ καὶ· καὶ μεῖζον ὅτι δὲ καὶ ἀπὸ
καὶ ἀνισότητος ἐστὶν ἀριθμός·

πρὶ τῶν τελείων ἀριθμῶν·

Τῶν δὲ τελείων ἀριθμῶν ἐστὶν ὅτε πρῶτον
κοσταῦτα καὶ ἐπιβάλλοντα μέρη ὄζων
ἑτέρα πλοίονα· ὧν σὺν ἔστι ζῶον πολύσοι
μέρεσιν ἐμέλλει ἐπιθεωρεῖσθαι ἐξῆς
δεκαμείονα λόγῳ ὄντα ἐχόντων τὸν πρῶτον μέρος
δεκαδύο σώματα· ἢ ἔννεα μείζονα· ἢ τρισὶν
κεκραμένον ὁδοῦσιν· ἢ ἑκατόν χειρόν
ἢ πλείονας δακτύλους ἐν ἑπτὰ ταῖς χερ
σὶν· οὕτω καὶ εἴ τις δεῖ θεὸς πρῶτων
τῶν ἐν αὐτῷ μερῶν ὄζεται ἀθρόων· ὃ
ἐξεῖν δὲ θροισθὲν σύστημα φαίνεσθαι ὄντως·

ἑαυτοῦ μέρους ὑπερτελείου τοῦ μέλλοντος. ὑπερβαίνει δὲ τὸν τοῦ τελείου πρόσταξιν αὐτοῦ μέρει τελείῳ. οἷον ἡ ιβ· τοῦ ιδ· καὶ γὰρ οἱ ἐλάττονες τῶν μερῶν εἰσιν· ἔχει μὲν γὰρ ὁ ιβ· ἡμίσεια ς'· τρίτα δ'· τέταρτα γ'· ἕκτα β'· δωδέκατον α'· αἱ πάντα ὁμοῦ συντιθέμενα ιβ· τὰ δὲ ἐν μέρει αὐτοῦ πλείω ἢ ὅλος ὑπερέχει· ὁ δὲ ιδ· ἔχει καὶ αὐτὸς ἡμίσεια· τρίτον τέταρτον· ἕκτον· ὄγδοον· ιβ'· δωδέκατον· ἑνενηκοστέταρτον· αἱ πάντα ὑπερέχει ιβ· ᾗ δ' γ'· β'· α'· συντεθέντα δέ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀρτίων λέγομεν· ὁ συνεστὼς ἐξ ἁπάντων μερῶν μόνων ὡστόθεις πλήθος ἔσται πάλιν τὰ μέρη τοῦ ὅλου:

Πολλαπλάσιος δὲ ἀριθμός ἐστιν

ὁ τοῖν ἀρτίου τοῖς δεικθεῖσι πολυθεὶς καὶ τὰ ἐν αὐτοῦ μέρη, ὡσότε θεῖναι αὐτὰ ἀφ' ὧν κατ' οὐκείωσιν αὐτοῦ ἐλάττονα κεκτῆσθαι· ὡς εἰ τίς ἔχοι τὰ κατὰ φύσιν μέρη ἡμέρων ἐλαττοῦται· ὡς τὸ κύκλοτρὶς ὀφθὲν ἔθει ἐνέκειτο μετώπῳ· ἢ εἴ τις μονόχειρ εἴη· ἢ εὐθὺ τρία χειρῶν· ὁλόπλους τῶν ἐξ δακτύλους κεκτημένος εἴη· ἢ ἄλλως οὕτω τοιοῦτον τινὸς ἐστερημένος· ἐλλιπὴς λέγω ὅτου τοιοῦτος λέγοιτο· καὶ οἷον οἱ τὴν ῥῖν κατὰ τοῦ ἀριθμοῦ ἰδιότητα τοὺς ἔχοντας ἀεὶ δία μερῶν ἐλαττοῦται αὐτοῦ· οἷος ἐστὶν ὁ ὀκ· ὁ λόμερὸν μὲν γὰρ ἡμίσει μέρος ἔχει ἡμίσου τέταρτον ὄγδοον· ὀκτωκαιδέκατον δὲ δύο· ᾧ· οὔτε φθαίνουσι δύο τοῦ ὅλου ἴσταται· καὶ ἐλαττοῦται αὐτοῦ ἐν μέρει· τὰ δὲ ἐν μέρει ἐλάττω ἐστὶ τοῦ ὅλου· ὁ δὲ ιβ· καὶ αὐτὸς ἔχει ἡμίσου· ς'· τρίτον· δ'· τέταρτον· ἕκτον· ὄγδοον· ιβ'· δωδέκατον· ἑνενηκοστέταρτον· αἱ πάντα ὑπερέχει ιβ· ᾗ δ' γ'· β'· α'· συντεθέντα δὲ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀρτίων λέγομεν· ὁ συνεστὼς ἐξ ἁπάντων μερῶν μόνων ὡστόθεις πλήθος ἔσται πάλιν τὰ μέρη τοῦ ὅλου·

Πλειμοιρὶς δὲ ἐστὶν

ὁ τοῖν ἀρτίου τοῖς δεικθεῖσι πολυθεὶς καὶ τὰ ἐν αὐτοῦ μέρη, ὡσότε θεῖναι αὐτὰ ἀφ' ὧν κατ' οὐκείωσιν αὐτοῦ ὑφὼ κατὰ οὐκείωσιν αὐτοῦ· ἐλαττοῦται· ὡς εἰ τίς ἔχοι τὰ κατὰ φύσιν μέρη ἡμέρων ἐλαττοῦται· ὡς τὸ κύκλοτρὶς ὀφθὲν ἔθει ἐνέκειτο μετώπῳ· ἢ εἴ τις μονόχειρ εἴη· ἢ εὐθὺ τρία χειρῶν· ὁλόπλους τῶν ἐξ δακτύλους κεκτημένος εἴη· ἢ ἄλλως οὕτω τοιοῦτον τινὸς ἐστερημένος· ἐλλιπὴς λέγω ὅτου τοιοῦτος λέγοιτο· καὶ οἷον οἱ τὴν ῥῖν κατὰ τοῦ ἀριθμοῦ ἰδιότητα τοὺς ἔχοντας ἀεὶ δία μερῶν ἐλαττοῦται αὐτοῦ· οἷος ἐστὶν ὁ ὀκ· ὁ λόμερὸν μὲν γὰρ ἡμίσει μέρος ἔχει ἡμίσου τέταρτον ὄγδοον· ὀκτωκαιδέκατον δὲ δύο· ᾧ· οὔτε φθαίνουσι δύο τοῦ ὅλου ἴσταται· καὶ ἐλαττοῦται αὐτοῦ ἐν μέρει· τὰ δὲ ἐν μέρει ἐλάττω ἐστὶ τοῦ ὅλου· ὁ δὲ ιβ· καὶ αὐτὸς ἔχει ἡμίσου· ς'· τρίτον· δ'· τέταρτον· ἕκτον· ὄγδοον· ιβ'· δωδέκατον· ἑνενηκοστέταρτον· αἱ πάντα ὑπερέχει ιβ· ᾗ δ' γ'· β'· α'· συντεθέντα δὲ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀρτίων λέγομεν· ὁ συνεστὼς ἐξ ἁπάντων μερῶν μόνων ὡστόθεις πλήθος ἔσται πάλιν τὰ μέρη τοῦ ὅλου·

Πολλαπλασιεπιμόριος δὲ ἐστὶν

ὁ τοῖν ἀρτίου τοῖς δεικθεῖσι πολυθεὶς καὶ τὰ ἐν αὐτοῦ μέρη, ὡσότε θεῖναι αὐτὰ ἀφ' ὧν κατ' οὐκείωσιν αὐτοῦ ὑφὼ κατὰ οὐκείωσιν αὐτοῦ· ἐλαττοῦται· ὡς εἰ τίς ἔχοι τὰ κατὰ φύσιν μέρη ἡμέρων ἐλαττοῦται· ὡς τὸ κύκλοτρὶς ὀφθὲν ἔθει ἐνέκειτο μετώπῳ· ἢ εἴ τις μονόχειρ εἴη· ἢ εὐθὺ τρία χειρῶν· ὁλόπλους τῶν ἐξ δακτύλους κεκτημένος εἴη· ἢ ἄλλως οὕτω τοιοῦτον τινὸς ἐστερημένος· ἐλλιπὴς λέγω ὅτου τοιοῦτος λέγοιτο· καὶ οἷον οἱ τὴν ῥῖν κατὰ τοῦ ἀριθμοῦ ἰδιότητα τοὺς ἔχοντας ἀεὶ δία μερῶν ἐλαττοῦται αὐτοῦ· οἷος ἐστὶν ὁ ὀκ· ὁ λόμερὸν μὲν γὰρ ἡμίσει μέρος ἔχει ἡμίσου τέταρτον ὄγδοον· ὀκτωκαιδέκατον δὲ δύο· ᾧ· οὔτε φθαίνουσι δύο τοῦ ὅλου ἴσταται· καὶ ἐλαττοῦται αὐτοῦ ἐν μέρει· τὰ δὲ ἐν μέρει ἐλάττω ἐστὶ τοῦ ὅλου· ὁ δὲ ιβ· καὶ αὐτὸς ἔχει ἡμίσου· ς'· τρίτον· δ'· τέταρτον· ἕκτον· ὄγδοον· ιβ'· δωδέκατον· ἑνενηκοστέταρτον· αἱ πάντα ὑπερέχει ιβ· ᾗ δ' γ'· β'· α'· συντεθέντα δὲ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀρτίων λέγομεν· ὁ συνεστὼς ἐξ ἁπάντων μερῶν μόνων ὡστόθεις πλήθος ἔσται πάλιν τὰ μέρη τοῦ ὅλου·

Πολλαπλασιεπιμερὴς δὲ ἐστὶν

ὁ τοῖν ἀρτίου τοῖς δεικθεῖσι πολυθεὶς καὶ τὰ ἐν αὐτοῦ μέρη, ὡσότε θεῖναι αὐτὰ ἀφ' ὧν κατ' οὐκείωσιν αὐτοῦ ὑφὼ κατὰ οὐκείωσιν αὐτοῦ· ἐλαττοῦται· ὡς εἰ τίς ἔχοι τὰ κατὰ φύσιν μέρη ἡμέρων ἐλαττοῦται· ὡς τὸ κύκλοτρὶς ὀφθὲν ἔθει ἐνέκειτο μετώπῳ· ἢ εἴ τις μονόχειρ εἴη· ἢ εὐθὺ τρία χειρῶν· ὁλόπλους τῶν ἐξ δακτύλους κεκτημένος εἴη· ἢ ἄλλως οὕτω τοιοῦτον τινὸς ἐστερημένος· ἐλλιπὴς λέγω ὅτου τοιοῦτος λέγοιτο· καὶ οἷον οἱ τὴν ῥῖν κατὰ τοῦ ἀριθμοῦ ἰδιότητα τοὺς ἔχοντας ἀεὶ δία μερῶν ἐλαττοῦται αὐτοῦ· οἷος ἐστὶν ὁ ὀκ· ὁ λόμερὸν μὲν γὰρ ἡμίσει μέρος ἔχει ἡμίσου τέταρτον ὄγδοον· ὀκτωκαιδέκατον δὲ δύο· ᾧ· οὔτε φθαίνουσι δύο τοῦ ὅλου ἴσταται· καὶ ἐλαττοῦται αὐτοῦ ἐν μέρει· τὰ δὲ ἐν μέρει ἐλάττω ἐστὶ τοῦ ὅλου· ὁ δὲ ιβ· καὶ αὐτὸς ἔχει ἡμίσου· ς'· τρίτον· δ'· τέταρτον· ἕκτον· ὄγδοον· ιβ'· δωδέκατον· ἑνενηκοστέταρτον· αἱ πάντα ὑπερέχει ιβ· ᾗ δ' γ'· β'· α'· συντεθέντα δὲ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀρτίων λέγομεν· ὁ συνεστὼς ἐξ ἁπάντων μερῶν μόνων ὡστόθεις πλήθος ἔσται πάλιν τὰ μέρη τοῦ ὅλου·

Πολλαπλάσιος δὲ ἐστὶν

ὁ τοῖν ἀρτίου τοῖς δεικθεῖσι πολυθεὶς καὶ τὰ ἐν αὐτοῦ μέρη, ὡσότε θεῖναι αὐτὰ ἀφ' ὧν κατ' οὐκείωσιν αὐτοῦ ὑφὼ κατὰ οὐκείωσιν αὐτοῦ· ἐλαττοῦται· ὡς εἰ τίς ἔχοι τὰ κατὰ φύσιν μέρη ἡμέρων ἐλαττοῦται· ὡς τὸ κύκλοτρὶς ὀφθὲν ἔθει ἐνέκειτο μετώπῳ· ἢ εἴ τις μονόχειρ εἴη· ἢ εὐθὺ τρία χειρῶν· ὁλόπλους τῶν ἐξ δακτύλους κεκτημένος εἴη· ἢ ἄλλως οὕτω τοιοῦτον τινὸς ἐστερημένος· ἐλλιπὴς λέγω ὅτου τοιοῦτος λέγοιτο· καὶ οἷον οἱ τὴν ῥῖν κατὰ τοῦ ἀριθμοῦ ἰδιότητα τοὺς ἔχοντας ἀεὶ δία μερῶν ἐλαττοῦται αὐτοῦ· οἷος ἐστὶν ὁ ὀκ· ὁ λόμερὸν μὲν γὰρ ἡμίσει μέρος ἔχει ἡμίσου τέταρτον ὄγδοον· ὀκτωκαιδέκατον δὲ δύο· ᾧ· οὔτε φθαίνουσι δύο τοῦ ὅλου ἴσταται· καὶ ἐλαττοῦται αὐτοῦ ἐν μέρει· τὰ δὲ ἐν μέρει ἐλάττω ἐστὶ τοῦ ὅλου· ὁ δὲ ιβ· καὶ αὐτὸς ἔχει ἡμίσου· ς'· τρίτον· δ'· τέταρτον· ἕκτον· ὄγδοον· ιβ'· δωδέκατον· ἑνενηκοστέταρτον· αἱ πάντα ὑπερέχει ιβ· ᾗ δ' γ'· β'· α'· συντεθέντα δὲ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀρτίων λέγομεν· ὁ συνεστὼς ἐξ ἁπάντων μερῶν μόνων ὡστόθεις πλήθος ἔσται πάλιν τὰ μέρη τοῦ ὅλου·

Πολλαπλασιεπιμόριος δὲ ἐστὶν

ὁ τοῖν ἀρτίου τοῖς δεικθεῖσι πολυθεὶς καὶ τὰ ἐν αὐτοῦ μέρη, ὡσότε θεῖναι αὐτὰ ἀφ' ὧν κατ' οὐκείωσιν αὐτοῦ ὑφὼ κατὰ οὐκείωσιν αὐτοῦ· ἐλαττοῦται· ὡς εἰ τίς ἔχοι τὰ κατὰ φύσιν μέρη ἡμέρων ἐλαττοῦται· ὡς τὸ κύκλοτρὶς ὀφθὲν ἔθει ἐνέκειτο μετώπῳ· ἢ εἴ τις μονόχειρ εἴη· ἢ εὐθὺ τρία χειρῶν· ὁλόπλους τῶν ἐξ δακτύλους κεκτημένος εἴη· ἢ ἄλλως οὕτω τοιοῦτον τινὸς ἐστερημένος· ἐλλιπὴς λέγω ὅτου τοιοῦτος λέγοιτο· καὶ οἷον οἱ τὴν ῥῖν κατὰ τοῦ ἀριθμοῦ ἰδιότητα τοὺς ἔχοντας ἀεὶ δία μερῶν ἐλαττοῦται αὐτοῦ· οἷος ἐστὶν ὁ ὀκ· ὁ λόμερὸν μὲν γὰρ ἡμίσει μέρος ἔχει ἡμίσου τέταρτον ὄγδοον· ὀκτωκαιδέκατον δὲ δύο· ᾧ· οὔτε φθαίνουσι δύο τοῦ ὅλου ἴσταται· καὶ ἐλαττοῦται αὐτοῦ ἐν μέρει· τὰ δὲ ἐν μέρει ἐλάττω ἐστὶ τοῦ ὅλου· ὁ δὲ ιβ· καὶ αὐτὸς ἔχει ἡμίσου· ς'· τρίτον· δ'· τέταρτον· ἕκτον· ὄγδοον· ιβ'· δωδέκατον· ἑνενηκοστέταρτον· αἱ πάντα ὑπερέχει ιβ· ᾗ δ' γ'· β'· α'· συντεθέντα δὲ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀρτίων λέγομεν· ὁ συνεστὼς ἐξ ἁπάντων μερῶν μόνων ὡστόθεις πλήθος ἔσται πάλιν τὰ μέρη τοῦ ὅλου·

Πολλαπλασιεπιμερὴς δὲ ἐστὶν

ὁ τοῖν ἀρτίου τοῖς δεικθεῖσι πολυθεὶς καὶ τὰ ἐν αὐτοῦ μέρη, ὡσότε θεῖναι αὐτὰ ἀφ' ὧν κατ' οὐκείωσιν αὐτοῦ ὑφὼ κατὰ οὐκείωσιν αὐτοῦ· ἐλαττοῦται· ὡς εἰ τίς ἔχοι τὰ κατὰ φύσιν μέρη ἡμέρων ἐλαττοῦται· ὡς τὸ κύκλοτρὶς ὀφθὲν ἔθει ἐνέκειτο μετώπῳ· ἢ εἴ τις μονόχειρ εἴη· ἢ εὐθὺ τρία χειρῶν· ὁλόπλους τῶν ἐξ δακτύλους κεκτημένος εἴη· ἢ ἄλλως οὕτω τοιοῦτον τινὸς ἐστερημένος· ἐλλιπὴς λέγω ὅτου τοιοῦτος λέγοιτο· καὶ οἷον οἱ τὴν ῥῖν κατὰ τοῦ ἀριθμοῦ ἰδιότητα τοὺς ἔχοντας ἀεὶ δία μερῶν ἐλαττοῦται αὐτοῦ· οἷος ἐστὶν ὁ ὀκ· ὁ λόμερὸν μὲν γὰρ ἡμίσει μέρος ἔχει ἡμίσου τέταρτον ὄγδοον· ὀκτωκαιδέκατον δὲ δύο· ᾧ· οὔτε φθαίνουσι δύο τοῦ ὅλου ἴσταται· καὶ ἐλαττοῦται αὐτοῦ ἐν μέρει· τὰ δὲ ἐν μέρει ἐλάττω ἐστὶ τοῦ ὅλου· ὁ δὲ ιβ· καὶ αὐτὸς ἔχει ἡμίσου· ς'· τρίτον· δ'· τέταρτον· ἕκτον· ὄγδοον· ιβ'· δωδέκατον· ἑνενηκοστέταρτον· αἱ πάντα ὑπερέχει ιβ· ᾗ δ' γ'· β'· α'· συντεθέντα δὲ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀρτίων λέγομεν· ὁ συνεστὼς ἐξ ἁπάντων μερῶν μόνων ὡστόθεις πλήθος ἔσται πάλιν τὰ μέρη τοῦ ὅλου·

ως δρτι ανις δρτιους· προβι
βαζοντας ὀχ ις ϖ ιν ισι χωρις χειροτ βουλει· ϔτα
αι ιναι προ αθιν· ε πισωρδ ειν· και ηλθ
ε ν ϖ ισωρδοσιν· σκοπ ειν τ ο γι γνομεν ο ν οι ον
ε σι και ν μιον δρυς πρω τον και α σϖ θετον υπερ
χοντα τ ου ε σχατου προς λη φθ ε ντος ποσοτ τι·
πολλα πλασιασις αυτ ον· και α ποτελουμ ενος πλη
σιαζειν· ε αν δ ε τερον και σϖ θετον,
ου πολλα πλασιασεις· λλ ι πισωρδ ισις τ ου βλ ις·
και παλιν ε πισκ ε ψη· τ ις ο α ποτελουμενος· και ε αν
μεν δ ε τερος και σϖ θετ ος, παλιν παλαι ψεις ε
ου πολλα πλασιασεις· λλ ι πισωρδ ισις τ ου βλ ις·
ε αν δ ε πρω τ ος και σϖ θετ ος, των ε σχατων ε στιν,
σϖ θαδιν προσλαι φθ εντι πολλα πλασιασεις αυτ ου
και ο γινομεν ου, πλειους ε σαι· και τ ουτο, μ ε χρις
α πειρου προαπλασιασεως πλησ ιους τ ων
τελειων· ο ν δυο δ ε εστιν ελ ασσων αρ ιθ μος
ο ις· λβ· ξα· ρκη· στς· φιβ· ϛα μα χλις
ο ις τ ων ε ν ι· ε πι σωρδ ωτ ον δυο· και σπο πρω τ ο
σϖ θ ε τ ερον δ ε ι σ ο ν τ ω ν τ· ε λ ε ι π ε ι τ ον· β ζ ων
προκ λ ι θ ε ν πρω τ ον και α σϖ θ ε τ ον· ε τ ε ρ ω ν υ μ ε ν τ ο
μ ε λ ε ι ο ν ο υ κ ε χ ε ι· λ λ α μ ο ν ο ν τ ω ε α υ τ ω π ε ρ ω ν υ μ ο ν·
δ ι α τ ο υ τ ο α υ τ ο ν π ο λ λ α π λ α σ ι α ζ ω τ ο υ υ σ τ ε ρ ο υ ι ς
τ ο ν σ ω ρ ε ι α ν λ η φ θ ε ι σ ο ς π ο σ ο τ η τ ι· τ ο υ τ ε σ ι τ ϐ β·
και γ ε ν ν α τ α ι μ ο ι ο ς· και ο υ τ ο ν α π ο φ α ι ν ο μ ε ν ω ς
ε ν ε ρ γ ε ι α π ρ ω τ ο ν ε ι ν α ι τ ε λ ε ι ο ν· και ε χ ε ι μ ε ν κ
ε κ ι ν α τ α ε ω θ ε ω ρ ο υ μ ε ν α τ ο ι ς α ρ ι θ μ ο ι ς· β ζ ω ν ο υ σ ω
μ ο ν α δ α μ ε ν ο ν τ ο ν, ε ν π ε ρ ω ν υ μ ο υ μ ε ρ ο υ ς ε χ ε ι· ο λ ι
τ ο υ ε ν ο υ· τ ε λ α δ ε ς ε χ ε μ ε ι ο ν ο υ ς· κ α τ α τ ο ν ρ ι θ μ ο ν·
α ν τ ι σ τ ρ ο φ ω ς δ ε ι ν α τ ε ι τ ο υ· ο δ ε ι κ η· και α υ τ ο ς ε σ τ ι ν
π ρ ο σ ε π ι σ ω ρ δ ε υ τ ο ς· τ ι ς π ρ ο τ ε ρ ο ς τ ο υ δ ι γ ε ν ν α
τ α ι α υ τ η ϡ ο δω· τ ο ν δ ε π ρ ο υ σ α ι φ ε ι ν ω μ ε ν τ ε λ ε ι ο ν
γ ι ν ε τ α ι μ ε ν ε π τ α· λ ε ι π ε τ α ι δ ε· π ρ ω τ ο ν και α σ ω
θ ε τ ο ς· μ ο ν ο ν δ ε τ ο π ε ρ ω ν υ μ ο ν μ ε ρ ο ς ε χ ε ι ν ε π ι δ ε κ α
τ ο ε β δ ο μ ο ν· δ ι α τ ο υ τ ο π α λ ι ν π λ α σ ι α σ ω α υ τ ο ν, ε π ι
τ ο υ ε σ χ α τ ο ν π ρ ο σ λ η φ θ ε ν τ ο ς ε ι σ τ α ι ν σ ω ρ ε υ σ ο μ ε ν ο ν
και α υ τ ο ς, ε ν τ ω ν π ρ ο χ δ ο υ μ ε ν ω ν· τ α ι ν α υ τ ω μ ε ρ η
π λ η σ ο υ μ ε ν π ρ ο ς τ η ν δ ι ω ν δ α· τ ε τ τ α ρ τ ο ν δ ε, π ρ ο ς τ ω ν
γ ω ν δ α· ϊ β δ ο μ ο ν δ ε· π ρ ο ς τ ο δ ε ρ ι θ μ ω· σ υ ν ε φ α λ α ι ω
δ ε κ α τ ε σ σ α ρ α δ ε· π ρ ο ς τ α ι ν τ ο υ ν ι μ ι σ ο υ σ,
δ ω τ ι σ ι α σ ε λ λ ω· ε ξ η κ ο σ ι ο γ δ ο ο ν δ ε· π ρ ο ς τ α ι ν α υ τ ο υ
π ρ ω ν υ μ ι α ν· ε τ ι ε ι ν π ε ν τ η κ ο σ ι ο ν α σ υ ν τ ε θ ε ι σ ο ν·

οι ον ε φ α ρ μ ο σ α ι ο ι ς με μ ν η σ θ α ι
δ ι ο τ ι π ε ν τ ε κ α ι δ ε κ α τ ω ν α π ο τ ε τ ρ α γ ω ν ο ς
γ ω ν δ α ι σ ο ς δ ρ τ ι ω ν ε σ τ ι δ ρ τ ι ο υ ς· π ε ι τ α ι σ ι ν
κ α ι ε φ η ο τ ι τ ο υ τ ο π ρ ο ι μ ε δ ε ι ξ α μ ε ν
ε ι σ τ ω ν τ ω ν τ ε λ ε ι ω ν π λ ε υ ρ α ν ψ υ
ε ι τ ω ν ε υ ω ν π ω ς σ υ μ β α ι ν ε ι
ι ν α κ α ι α π ο τ ο υ γ ω ν ο υ δ ε σ ω τ ι φ ι ς
τ ο υ ς δ ρ τ ι ω ν ι κ ς δ ρ τ ι ο υ ς π λ ε υ ρ α ς
ω λ ι χ ι α ι ε χ ε ι π ο λ λ α ς ε ι ς
δ ρ τ ι α ν ι κ ς δ ρ τ ι ο ν β ο λ ε ι τ ω δ ε
τ ο υ τ ο· λ λ ω β α ν ε τ α υ τ ο υ λ η α
δ ο θ ε ν τ ο ς· ο π λ θ ο ς δ ρ τ ι α ν ι κ ς
δ ε τ ι ο υ μ ε ν ω ν· π ε ι ε π ι τ ρ ε φ ε ι
ο π α τ α λ ι φ θ ε ι ς π ρ ω τ ο π ο λ λ α π λ ω
θ ε τ ο ι σ ι· κ α ι ε ι σ ι π ρ ω τ ο ι κ α ι
α σ ω θ ε τ ο ι π ο λ λ α π λ α σ ι α ζ ε ι α υ τ ο ν
ε π ι τ ο π ρ ο τ ο υ λ η α δ ο θ ε ν τ ο ς ο
δ ρ τ ι α ν ι κ ς δ ε τ ι ο υ ρ ι θ μ ο υ· π ρ ω τ α
δ ε τ ι ο ν δ ε ι θ μ ο ν· κ α ι π ι σ τ ο ς
τ ε λ ι ο ς· ο ι ο ν λ ε δ ο θ ε ν τ ο ς ο λ β·
λ λ β ε μ ο ν α δ α μ ε ν ο ν γ ι ν ο υ λ α· ο υ τ ο ς
τ ο λ ω ν π ρ ω τ ο ς κ α ι α σ ω θ ε τ ο ι ς δ ε τ ι
π ο λ λ α π λ α σ ι α ζ ε α υ τ ο ν· ε ι ς π ρ ω τ ο ν
π ρ ο τ ο υ λ ϐ· δ ρ τ ι α ν ι κ ς δ ε τ ι ο ν ρ ι θ μ ο ν
ο ι σ ι ν ε π ι τ ρ ε φ ε ι γ ι ν ο υ λ α· ο υ τ ο ς
δ λ ω ν ω ν π ρ ω τ ο ς κ α ι α σ ω θ ε τ ο ι ς π ο λ λ α
π λ α σ ι α ζ ε ι α υ τ ο ν· ε ι ς π ρ ω τ ο ν π ρ ο τ ο υ
λ η α δ ο θ ε ν τ ο ς ο δ ρ τ ι α ν ι κ ς δ ε τ ι ο ν
ρ ι θ μ ο ν· π ρ ω τ α δ ε τ ι ο ν δ ε ι θ μ ο ν· κ α ι
π ι σ τ ο ς

ὀνδενοῦ σταλαντῶν· οὕτως καὶ τὸ δενὶ σότητι. ἔκτασίσοτητές εἰσιν· ἴσον
τοῦ ἀνίσου εἴδεων· πρῶτον μέν· ὅπερ καὶ πολλαπλάσιος ἐστὶν ἐλάττονος·
τοῦτο δὲ ἐπιμερής· τὸ τρίτον· ὅπερ καὶ πολλαπλάσιος πλείονος· καὶ πέμπτον ὅπερ καὶ
ἐπιμερὴς· καὶ τοῦ ἐπιμορίου πρὸς τὸν ἡμιόλιος· ἕκτον δὲ τοῦτο καὶ πολλαπλασιεπιμερὲς·
τὸ δὲ ἕβδομον τῶν ἀνίσων εἴδεων· πῶς δὲ τοῦτα δεικνύουσιν· ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν ἐπιδείξομεν·

ἴσα λέγεται ὅσα τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν
οὐκ ὑπερφάλλει ὅτι τὸ μεῖζον
ἐλάττονος μεῖζον καὶ τῶν ὑ
μεῖζον ἢ ὑπερέχει μεῖζον καὶ ἄλλο
ἐλάττονος μεῖζον καὶ ἄλλο ἐλάττον·
οὕτως καὶ τὸ ἴσον τὸ ἴσον·
ἴσα εἰσὶν ἴσον· καὶ οὐχ ὑπερ-
ἐκτὸς τῶν λόγων τὰ ἀριθ-
ὀνόματα· τῶν δὲ πρός τι τὰ μὲν
κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τῶν πρός τι ἔνια
τὸ δεξιὸν καὶ τὸ ἀριστερὸν τὰ δὲ
κατ' οὐσίαν· ὡς πατὴρ καὶ υἱὸς τὰ δὲ
κατὰ τοιάδε τὰ· ὡς τὸ ἡμιόλιον
καὶ ἐπιμόριον· τὸ μὲν γὰρ μεῖζον
σχέσιν· ὡς τὸ μεῖζον καὶ τὸ ἐλάττον·
ἔστε κατὰ τύχον ὡς διπλάσιον· καὶ
διπλάσιος· εἰρηται δὲ ὡσαύτως
κατὰ ποιότητα· ὅτι τῶν πρός τι
πρός τι ὁμωνύμιαν λέγεται· ὡς
ὅμοιον ὅμοιον ὅμοιος· καὶ ὁ αὐτὸς
ὁμοίως· καὶ ὁ αὐτὸς ἴσως· καὶ
δοῦλος κύριος τὰ δὲ πρός τι
μᾶλλον· ὡς διπλάσιος πρὸς ἡμιόλιον·
καὶ διπλάσιος πρὸς ἡμιόλιον·
καὶ πάρεστιν· καὶ τὸ μεῖζον
πρὸς τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ διπλά-
σιον τοῦ ἡμιολίου· καὶ ἐπὶ τῶν πλα-
σίων ὁμοίως·

ἀντωνύμως ὡς αὐτὸς ἑαυτῷ

ἀντωνύμως τὰ μὲν τὸ μεῖζον
καὶ τὸ ἔλαττον· καὶ ἀντὶ τῶν
ἄλλος· ἀντὶ τοῦ ἕτερος τὰ ἄλλα
ὡς ἕτερα πρὸς ἄλληλα· ὅθεν καὶ ἀντωνύμως λέγεται
ἄλλα· ὡς τὰ μεῖζον ἐλάττονος μεῖζον· οὕτω καὶ τὸ ἐλάττονος μεῖζον ἔλαττον τὸ μὲν
κατὰ σχέσιν ἀντὶ τοῦ τίνος ἐστὶ κατὰ ποσότητα δὲ ἀντὶ τοῦ πολλαπλασίονος
διέλκτις· οἷον εἰς τὸ δι πλάσιον· καὶ τρὶς πλάσιον· κατὰ δύναμιν τὸ δὲ δι πλάσιον ὑπο-
δι πλασίων τοῦτό ἐστιν μεῖζον δύο εἰσὶ δι πλάσιον· ἄλλα καὶ τὸ ὑπὸ δι πλάσιον ὑπο-
δι πλασίου ἐστὶν ὑπὸ δι πλάσιον· ὅμοιως ἐστὶ καὶ ἐπὶ τοῦ τρὶς πλασίου καὶ ὑπὸ τρὶς
πλασίων καὶ τῶν ἄλλων κατὰ δύναμιν· ἔστι δὲ καὶ τὸ ἐπιμόριον ἐὰν διαιρεθῇ κατὰ τὸ ἴδιον αὐτοῦ τὸ
ἡμιόλιον καὶ ὑφημιόλιον τὸ ἐπίτριτον καὶ ὑποεπίτριτον· ἀντὶ δὲ τούτων ἐπιτρίτου· τὸ ἄρα ἐπιμόριον
καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πάντων· ὡς τὸ ἐπτακαιδέκατον· ὡς τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος ἀντὶ
τοῦ· ὡς ὅλον ὅλως· οὕτω κατὰ μέρη τοῦ μείζονος· ἀντὶ τοῦ μέρη τοῦ μείζονος τοῦ ἐλάττονος· ὡς ἡμιόλιον τὸ ἐπιμόριον ἐστὶν εἰπεῖν ὅτι πρῶτον
πάντων ἐμέρωνε εἰ τὸ πολλαπλασίου καὶ τὰ ἑξῆς κατὰ τὴν προγεγραμμένην τάξιν

ὑπεροχαί	γ	ς	φ	ιϛ	ιϛ	ιη	κα	κα	κζ	λ	λζ	λς	λθ	μϐ	με
ὑφ ἑνὸς	ϐ	ζ	ς	η	ι	ιϛ	ιδ	ιζ	ιη	κ	κϐ	κδ	κς	κη	λ
ὑπεροχαί	δ	η	ιϛ	ιζ	κ	κδ	κη	λϐ	λζ	μ	μα	μδ	νϐ	νς	ξ
ὑπεροχαὶ τῶν	γ	ς	φ	ιϛ	ιϛ	ιη	κα	κα	κζ	λ	λζ	λς	λθ	μϐ	με

· ὅτι δὲ φύσει ἐστίν ἤδη εἴπομεν ὅτι λαμβάνεται πολλαχοῦ πρὸς τὸ πρῶτον τοῦ ἰσοπλεύρου· διὸ τὸ ἐλλείπον ἰσόπλευρον· διὰ τὸ ἐλλείπον ἰσόπλευρον· διὰ τὸ ἐλλείπον ἰσόπλευρον· καὶ μεῖζον ἐστὶν καὶ ἔλαττον καὶ τρίγωνον ἐστὶν· τὸ δὲ μεῖζον καὶ πολύγωνον πλευρὸν ἐστὶν ἢ ἐπίπεδον ἢ στερεόν· τὸ δὲ πολύγωνον πλευρὸν ἐστὶν ἢ ἐπίπεδον· ὡσαύτως καὶ τὸ ἔλαττον μέχρι τοῦ πρὸ ἑνὸς· ἐπὶ πάντα εἴδη λεγόμενα δέ· ὅτι πρῶτον μέν τὸ φύσει τὸ πολύγωνον πλευρὸν δεύτερον τὸ ἐπίπεδον τρίτον· τὸ ἐπίπεδον· ἢ τὸ πολύγωνον πλευρὸν ἐπίπεδον καὶ τὸ πολύγωνον πλευρὸν πρῶτον τὸ δίπλευρον ἢ τὸ τρίπλευρον καὶ φύσει πρῶτον· τὸ ἐπίπεδον· τρίτον· τὸ ἐπίπεδον· καὶ ἐπὶ τὸ τέταρτον καὶ φύσει ὡσαύτως ὅτι φύσει λέγομεν ὧν ἡ τάξις ἔχει οὕτως· καὶ ὡσαύτως ἔχει· τρίτον τάξει ὡς τὸ τοῦ ἰσοπλεύρου εἶδος διαστήματος διαστήματος ἀπόδειξις ὅτι φύσει πως οὕτως ἔχει ὡς εἴρηται μᾶλλον· ὑπάρχον δὲ γλαφυρώτερον δείξει ὁ πρὸ αὐτοῦ ἰσόπλευρος· δεικνύσιν οὖν ὡσαύτως ὅτι τὸ πολύγωνον πρῶτον ἐστὶ τῶν λοιπῶν τοῦ ἰσοπλεύρου· καὶ τοῦτο πολύγωνον πλευρὸν ἐστὶ τὸ δίπλευρον ἢ τὸ τρίπλευρον· πρῶτον οὖν ἐκτίθεται σχῆμα ὧν διάστημα πλευρὰ ἐλάττονα ἢ ἴσα τοῦ ἐλάττονος ἀπόντος τοῦ ἐλάττονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ἢ ἴσα τοῦ ἐλάττονος ἀπόντος τοῦ ἐλάττονος ἀπὸ τοῦ μείζονος· ἔστω τὸ ΑΒΓ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΒ· ἐὰν δὲ ὦσιν ὡς ἡγοῦμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον οὕτως συναμφότερον τὸ ἡγούμενον καὶ τὸ ἑπόμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον· καὶ συναμφότερον ἄρα ἡ ΑΔ ΔΒ πρὸς τὴν ΔΒ ἐστὶν ὡς συναμφότερον ἡ ΓΕ ΕΒ πρὸς τὴν ΕΒ· ἴση δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ· ἴση ἄρα καὶ συναμφότερος ἡ ΑΔ ΔΒ συναμφοτέρῳ τῇ ΓΕ ΕΒ· ἀλλὰ συναμφότερος ἡ ΑΔ ΔΒ ἐλάττων ἐστὶ συναμφοτέρου τῆς ΓΕ ΕΒ· ἐλάττων ἄρα καὶ ἡ ΔΒ τῆς

31

πρόσ τὸν α πολλαπλασίου τοῦ τετάρτου δείκνυσιν ὅτι τὸ
δὶ πρόσ τὸν α τρίτον ἐστὶν ἴδιον τοῦ γ πρόσ τὸν δ ὃν ἐχει
μεῖζον μέρος κατὰ τῶν πρώτων πρώτους ὑπερέχουσι μέγιστον
ὅτι πάντων πολλαπλασίοις ἀνίσοις μείζονα τὰ πολλαπλάσια
ἐλάττονα ἐξ ἴσου λαμβάνεται. τοῦ γὰρ φ τρίτου πολλαπλασίου ὄντος τοῦ ψ
καὶ δευτέρου τοῦ χ ἔλαττον ἐστὶ τὸ ψ τοῦ χ. τοῦ γὰρ ἑνὸς τοῦ β τὸ ψ
ὄντος, τοῦ δὲ χ πλείονος ἑνὸς ἔστιν ἄρα τὸ ψ τοῦ χ ἔλαττον. ἐπεὶ οὖν
ὅμοιον τοῦ δευτέρου τετάρτου σκαληνὸν πεποίηται καὶ τὸ ἐπὶ τῇ βάσει
τρίγωνον. ἐν τετάρτῳ προτείνεται. καὶ ὡσαύτως τὸ τοῦ πρώτου.

ὁ δὲ τέταρτος στίχος· οὐ κοινὸν μὲν λαβὲ φίνα
ὅλῳ· οἱ δὲ χ ἀσσοὶ πεφύκασι· ἐξῆς ἄρα τὸ τετρά-
γωνον τοῦ τρίτου εἰδους τοῦ πολλαπλασίου δείκνυσιν.
τοῦτο δὲ τὸ τετράγωνον πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ἐν ὃ ἔχει
ζόμενον πρώτιστον στίχον. ὅμοιον ἄρα. πρῶτος μὲν
δείθμοῦ πρὸς πρῶτον. δεύτερος δὲ πρὸς δεύτερον.
καὶ τέλειον πρὸς τέλειον. καὶ ἐφεξῆς. πάλιν δὲ αἱ
τούτων διαφοραὶ τελειάκις ἐφεξῆς. ἐστὶ δὲ ὡς ὁ
ἐστὶ τὸ δωδεκάς· καὶ αἱ κατὰ τελείαν προκο-
πὴν τοῦ τὸ τὸν αὐτοῦ διαφορὰν
ὑφεῖ τεφωφαύτας· τὰ ἔχει ἐκκείμενα ἐστὶν
αὐτὸς τοὺς ἐν τετραπλασίους· καὶ ὁ πέμπτος τῶν
τοῦ πολλαπλασίου εἰδους τὸ λοιπὸν μερικὸν
πλοῖς πρόκειται· πρὸς δὲ τοὺς ἐφεξῆς τὰ ἐν
στίχοι τοῦ ζυγίου εἴδους τὸ πρῶτον ἐξ ὅλου
περιεφαίνοι· τοῦτ' ἐστὶ τὸ ἡμιόλιον·
ὅμοταξίας· πρὸς ὁμοταξίας· οὕτω φύσει
καὶ οὐ μέρος ἐστὶ τοῦ ὅλου οὐδὲ ἴσων δύο μέρη, μέρη
γενέσθαι πολλαπλασίων· οἱ ἐπιμόριοι·
οἷον ὁ μέλος τοῦ β· ὁ δὲ τοῦ γ· ὁ δὲ τοῦ δ· ὁ δὲ τοῦ ε·
τοῦ ι· ὁ μέλος τοῦ λοιποῦ παντὸς· διαφορᾶς
καὶ οὐ τὶ ἔχουσι τοὺς ἀπὸ μέρους ὅλου
ἐφεξῆς ἀριθμοὺς ὡς οἱ πρόσθεν·

διὶ πὶ τρίτων

ἐπὶ τρίτῳ δὲ τὸ τοῦ ἐπιμερεῖ εἴδους δύο μέν, ἴσα
τινὶ καὶ ὅμοια πρὸς ἄλληλα πρόσχωρα σὺν ἀπὸ
τοῦ ἑνὸς πρώτου τρίτου καὶ ὀκτὼ πρὸς τὸν ἑξ.
καὶ ιβ πρὸς δ· καὶ ις πρὸς ιβ· καὶ ἑξῆς πρὸς
ἴσον πάντων διαφορᾶς ἀεὶ ἔχοντ'
λαμβάνοντα καὶ ἐπὶ ἴσοις σχήμασιν
πολλαπλασίου τινὸς καὶ ἐπιμερεῖ εἴδους σύμ-
φωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἀριθμῶν ἐστὶ πρὸς ἄλληλα· ὅτι

33

ε	ς	ξ	λ	ϡ	ι	ιά	ϟ	ιϛ	ξ
ι	ϟ	ιϟ	κ	ιϟ	ι	κϛ	ιϛ	κϟ	ιϟ
ιε	ϡ	κά	ιϛ	κϛ	ιε	λϟ	ιϡ	λθ	κά
κ	ιϛ	κϡ	ιϟ	λϟ	κ	μϟ	κϟ	νϛ	κϡ
κε	ιε	λε	κ	με	κϡ	νι	λϛ	ξι	λϛ
λ	ιϡ	μϛ	κϟ	νϟ	λ	ξϟ	οϡ	οϡ	μϛ
λε	κά	μθ	κϡ	ξϟ	λε	οϛ	μϛ	ϱά	μθ
με	μϟ	νϟ	λϛ	οϛ	με	πϡ	μϡ	ϱϟ	νϟ
με	μϛ	ξϛ	λϟ	πά	με	ϱθ	νϟ	ϱιϛ	ξϛ

πολλαπλασιεπιμόριον.

πολλαπλασιεπιμόριος μέν ἐστιν ὅταν τὸ μεῖζον τὸ ἔλαττον περιέχῃ καὶ ἓν μέρος αὐτοῦ καὶ τὸ μέρος ᾖ ἐπιμόριον· τοῦτο δὲ γίνεται ὅταν ὁ ἐλάττων ὅρος τὸν μείζονα μετρῇ κατὰ μόριον· τὸ δὲ μόριον ἐστὶν ὁ ἡμιόλιος καὶ ὁ ἐπίτριτος καὶ ὁ ἐπιτέταρτος καὶ ὁ ἐπιπέμπτος καὶ ὁ ἐπίσης καὶ ὁ ἐφεξῆς· ὁ μὲν γὰρ ἡμιόλιος τὸν τρία πρὸς τοὺς δύο ἔχοντα λόγον περιέχει καὶ τὸ τρίτον μέρος τὸ γὰρ δύο τρίτον ἐστὶν αὐτοῦ· ὁ δὲ ἐπίτριτος τὸν τέσσαρα πρὸς τοὺς τρία ἔχοντα λόγον περιέχει καὶ τὸ τέταρτον μέρος τὸ γὰρ τρία τέταρτον ἐστὶν αὐτοῦ· ὁ δὲ ἐπιτέταρτος τὸν πέντε πρὸς τοὺς τέσσαρα ἔχοντα λόγον περιέχει καὶ τὸ πέμπτον μέρος τὸ γὰρ τέσσαρα πέμπτον ἐστὶν αὐτοῦ· ὁ δὲ ἐπιπέμπτος τὸν ἕξ πρὸς τοὺς πέντε ἔχοντα λόγον περιέχει καὶ τὸ ἕκτον μέρος τὸ γὰρ πέντε ἕκτον ἐστὶν αὐτοῦ· ὁ δὲ ἐπίσης τὸν ἑπτὰ πρὸς τοὺς ἕξ ἔχοντα λόγον περιέχει καὶ τὸ ἕβδομον μέρος τὸ γὰρ ἕξ ἕβδομον ἐστὶν αὐτοῦ· ὁ δὲ ἐφεξῆς τὸν ὀκτὼ πρὸς τοὺς ἑπτὰ ἔχοντα λόγον περιέχει καὶ τὸ ὄγδοον μέρος τὸ γὰρ ἑπτὰ ὄγδοον ἐστὶν αὐτοῦ· καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς ὁμοίως.

πολλαπλασιεπιμόριος ἐστὶν ὁ ὅταν ὁ ἐλάττων ὅρος τὸν μείζονα μετρῇ κατὰ μόριον καὶ μὴ ἓν μέρος αὐτοῦ ᾖ τὸ μόριον· τοῦτο δὲ γίνεται ὅταν ὁ ἐλάττων ὅρος τὸν μείζονα μετρῇ κατὰ μόριον καὶ πάλιν ἕνα τοῦ πολλαπλασίου· καὶ τοῦ ἐπιμορίου ὀνόματος ἐστίν· πολλαπλασιεπιμόριος ἐστὶν ὁ ὅταν τὸ μεῖζον τὸ ἔλαττον περιέχῃ καὶ ἓν μέρος αὐτοῦ καὶ τὸ μέρος ᾖ ἐπιμόριον· τοῦτο δὲ γίνεται ὅταν ὁ ἐλάττων ὅρος τὸν μείζονα μετρῇ κατὰ μόριον καὶ πάλιν ἕνα τοῦ πολλαπλασίου· καὶ τοῦ ἐπιμορίου ὀνόματος ἐστίν· πολλαπλασιεπιμόριος ἐστὶν ὁ

α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ	ι
ι	κ	λ	μ	ν	ιϛ	ιζ	ιη	ιθ	κ
κ	λ	μ	ν	ξ	κϛ	κζ	κη	κθ	λ
λ	μ	ν	ιϛ	ιζ	κ	κα	κβ	κγ	με
μ	ν	ιϛ	ιζ	κ	κα	κβ	κγ	λϛ	νε
ν	ξ	ιη	κ	κα	κβ	κγ	λϛ	με	ξ
ξ	ο	κ	κα	κβ	κγ	λϛ	με	νε	ο
ο	π	κα	κβ	κγ	λϛ	με	νε	ξ	π
π	ϟ	κβ	κγ	λϛ	με	νε	ξ	ο	ϟ
ϟ	ρ	κγ	λϛ	με	νε	ξ	ο	π	ρ

μέθοδος ἀριθμῶν

Πᾶς πολλαπλασιοῖ φησὶ σὺν ἑαυτῷ ἀριθμὸν ὅπόσους ἐν αὐτοῖς αὐτὸς ἔχει μονάδας οὔτε πλείονας οὔτε ἐλάττους· ἀφ' ἑαυτοῦ δὲ πολλαπλασιάσας τὸν ἀριθμὸν ἐπὶ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας ἐν τῷ ἑαυτοῦ ἀριθμῷ ἐν τοσούτοις ἀριθμοῖς ἔσται ὁ γενόμενος ἀριθμὸς ὅσαι μονάδες ἦσαν ἐν τῷ ἑαυτοῦ ἀριθμῷ· οἷον ὁ δ· ἐν τοῖς δ· ἀριθμοῖς ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ ις· ἐν τοσούτοις γὰρ ἀριθμοῖς ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ ις· ὅσαι μονάδες ἦσαν ἐν τῷ δ· ἀριθμῷ

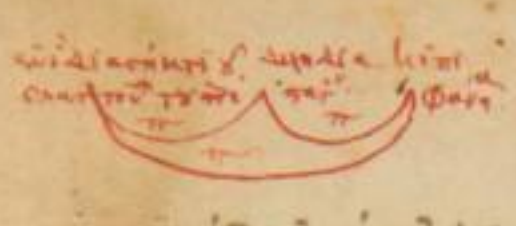
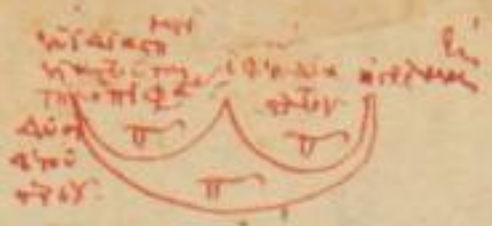
42

Καὶ ἐπὶ πολλὰ πλάσ. οὐ
τόδε ὑπερβολὴ εἰδοποιοῦ πολλαπλασίου τὸ
τεῖ πλασίον. Καὶ ἐπὶ καθ' ἑαυτὰ δὲ πάντως
ἀναλύεται ἰσοῦται δὲ τοῦ β τριπλάσιοι
ὧν ὀκτὼ μέρη τὸν ὁλοσυνόλους πέντε
δεῖξει τὸν μεμβλεῖ ὀλίγον πρὸς τὸν β πρὸς
ἑαυτὸν δὲ διπλασιονταπλ. ἐάν δὲ
Καὶ ὁ τριπλάσιος οὗτος δὲ προφάσεως
ὢν τοῦ πολλαπλασίου σωτηρίαν ἐπὶ τῶν
δ τέρατα δεῖ οὖν τι τοῦ ἐπὶ μέρει κ' γίνοιτο ὧν
ὀκτὼ ἀδελφότερα τὸ σύνεγγυς τοῦ πολλα
πλασίου εἶδος τοῦτ' ἐστὶ τὸ τετραπλάσ. χ
ὃν καὶ ἀναγκαίως εἰς ἀδελφότερα ἀναλύ
θησεται κατὰ τὴν αὐτὴν τοῖς προδεδειγ
μένοις φύσιν. τοῦδε τοῦ τετραπλασ. πρὸς
λαβὸν τοὺς ἐπὶ τὸ τετρ. ποιητικὸν εἶναι τοῦ
πρώτου πλάσ. Καὶ πάλιν ἐκείνου αὖ
τοῦ ἐπὶ τὸ ἑξαπλάσ. Καὶ
οὗτοι μείζονος· ἵνα δ' ἐκ τῶν ὀκτὼ
πολλαπλασίων μετὰ δὲ τὸ ἑκτῶν τὸ ἑξάχ
ὡς μορίων ἀποδοτικοὶ λόγοι καὶ
τὸ ἐπὶ τρία μείζονος σωτηρίων πολλαπλασ.
Διπλάσιος μὲν τὸ ἡμιθείας ὀλίγ. τριπλάσιος
ποιητικὸς τριπλάσιος δὲ μετὰ τὸ ἐπὶ τρία τοῦ
τετραπλασιάκτος τετραπλάσιος δὲ μετὰ
τὸ ἐπὶ πρώτα πλασιάκτος. Καὶ ὡς
προχωρεῖν θέσεις οὐδὲν ἐναντίον σοι
συμβαίνον φανεῖται μείζονος ὢν
τοῦδε ἢ πρώτου πρὸς ἕτερόν πως,
ὄχους ποὰ διαλείπειν συμμέτρου
μεγάθους ἐκλαμβάνοντα προσοικοῦντα καὶ
ἀπείλημμα τὴν ἀρτίως ὁμοίαν ἐφ' ἑαυτὸν
ἐξ ἑστὸν τὸ πολλοῦστον ὑπόλοιπον. προσπλη
σιάσει διαλιπόντων πάλιν μείζονος καὶ
προτεχνολογησόμεθα στρατιὰν πρὸς τὴν
αὐτὴν ὁκτὼ μέρη ἔχουσαν καὶ συμβολὴν

ἑκόντων

ἐπιπέδοις διαστήμασι.

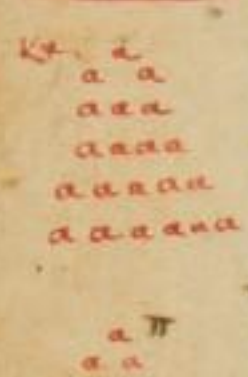
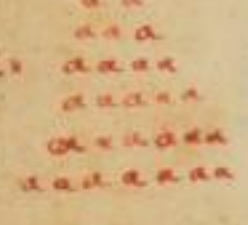
Καὶ ὁποσοῦν τὴν ἀριθμοῦ πλευρὰν μονάδων ἐκτὸν τὸ οἱονεὶ ἀπὸ τριάδος δρόμον αἰτίζῃ τῶν ἐπὶ τοῦ τετραγώνου οἷς τὸ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ἀπὸ πενταγώνου πλευρὰν πρώτων οὐρήσεις μονάδων ἐπὶ τὸ δεύτερον τριγώνου οὕτως ἐπὶ πρῶτον ἐπίπεδον· ὅτι πάντες ἑξῆς τοῦ τοιούτου δρόμου ὄντες οἱ ἐπὶ πλευρὰς τοῖς ἐπὶ πλευρὰς ἀριθμοῖς ὁμοιοῦνται τοῖς ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἤχθωσαν δὲ ἀπὸ τῶν γωνιῶν εἰς τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς εὐθεῖαι αἱ Γ Δ Ε Ζ Η Θ Ι Κ· ἐπεὶ οὖν ἡ Α Β τοῦ Α Γ ἐστὶν ἡμιόλιος καὶ τοῦ Α Δ διπλασίων ἐστὶ τοῦ Α Ε, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α Β πρὸς τὴν Α Γ οὕτως ἡ Α Γ πρὸς τὴν Α Δ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Α Β πρὸς τὴν Α Γ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Α Γ, ὡς δὲ ἡ Α Γ πρὸς τὴν Α Δ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Α Δ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Α Γ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Α Δ· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Α Γ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Α Δ· καὶ ἐπεὶ



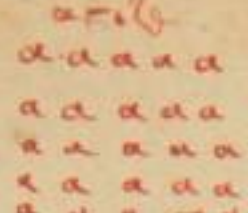
πτπίδοις εἰ αἰρεῖ πότ' ὢν γωνιῶν ζπὶ
ζαὶ ἰσοδθεῖαι ἀχθῶσι· λυθήσεται
ὃ καὶ ὃν ἀδύνατον μεμορφῶσθαι πᾶν τὸ ὑπὸ τρι-
γώνατοσαῦτα· ὅσαι πρ αἱ αὐταὶ
τὸν χθρωσοῖν αἱ πλευραί· αὐτόδιτο'
τεῖγωνον τὸ αὐτὸ τοῖς ἄλλοις πλθόμ, ἃς ιγ'
τιοῦ μεταπούτ αι· λλ ὡς ε αὐτὸ'
σοιχεῖον δ ραναίων ἐκ κύκλοις τὸ τρίγωνον·
ἐξ αὐτόν δ τὰ' ἄλλα πάντα ἀναλύεῖ
λγαπαίως· αὐτὸ δ' οὐκ εἰς ἐτρο-
ἐκ τοῦτο δ' καὶ ζ αἰπλ τὰ λοιπ· αὐτ'
ζουδενός· σοιχεῖον δ' τοῦτο ἄλλ'
ωνπ δ' οὐδέν· καὶ τοῖς δ ριθμητικοῖς
ὡς πὶ δοις, προίων ὁ λόγος· βεβαιω-
τόλιτόμεν. πρίγωνος μὲν οὖν
δ ριθμὸς· ὃ δ ἀλυόμεν ων εἰς μεν ἀδ
καὶ τὴν κατ' πίπεδον βιοίν τῶν μοεῖ
ἴσον πλεόνοχημα τοῦ ε φῶν· ἃς τεῖ
γωνιοειδ· οὐκ ποδίκτικα· ὅτ' ς'
Γ ΙΓ κά· κη λς· καὶ οἷς φβεῖς σχημα
τοῦτ' φίσαι δ' αὐτῶν δ' τὸ κτοίδουτ'
τεῖγωνοί τ' λλα καὶ ἰσόπλδ· καὶ τὸ
ριοῦτον μ' χεῖ σοῦ βούλει προκόπτων
τεῖγωνι ζόμενον δ ρισις πρὸ πάντ'
σοιχεῖωδ' πάντ' ὢν τατ ὢν τὸ ἐκμοῦ δὲν
γινόμενον· ἵνα καὶ τρίγωνος δύ ναῖ·
φαίνηται ἄμουσ· ἐνεργείᾳ δ' πρῶτ'
ὃ τρίαπλ δ' καὶ δ' πτ' αὐξη θήσον ται
τῶσῶν μ' χεῖ ἀριθμῶ τ' μὲν τ' δύνα μεῖ
πρώτου, πλευρ' μοὺς· τοὺς δ' ἐνὸ ς
πρώτ' πλευρ' δύ' ας· τοὺς ἐστὶ τοῦ τε
τοὺς δ' ἐνὸ ρτείας δευτ' ρου πλευρ' τοὺς τε
τοὺς δ' τείας· τοὺς δ' τρί τ' πλευρ' τε
καὶ τοῦ τετάρ τ' πλ' τὰς· καὶ τοῦ πέμπ τ'
ξαις καὶ ἑπτ' τ' ὀκτ' ὢν τ' ἐννε' τ' ἐφ' οἷς
δ' ἀπειος γ μικὸς δ' ἐκτεθεῖ τ' ος· καὶ δὴ

τὸ δὲ πλ' τ' ὢν τ' ἀφ' ἧς πὶ· καὶ τὸ ἐξ
γωνιοειδ· ἐξ· ἐστ' πλ' τ' ὰ τὰ ἀδύνατα
ἀστρίγωνα δ ναι· πρῶτ' δ' ἐξ
δ' τείσ' ἐξ δ' ναὶ πὶ τοῦ τρίγωνου
ἀπὸ τῶν γωνιῶν μ' νὶ τοῖς ἀπ' ντ'
ἀδθεῖαι· οὐ πολήψ ται δ' λοσχ μ' λλή
τρίγωνα πλὴν τεττ' ρ' ν οἰ ταύτην·
καὶ πλευρ' ἐστ' τοῦ τρίγωνου τρὶς καὶ ς'
δ' λεῖ τρίγωνον ὑπ' λοιπ· ὃ ἐστ' ν
τὴν τρίγωνου διοπλευρ' δαιτοῦ ζητ'
γωνου δ' ρθεῖοις· ἐγ ξαι δ' πὸ
μοναδ' ς καὶ πὸ τ' ξου αὐτὴν ἐπ' τ' α
πρ' ναι· ἀπ' αὐτ' ἐστ' ν ἀλλ' πὸ τ' ας·
καὶ τὴν ἐστ' ταί τ' ἐπ' τρίγωνου ἀρ' ριθμ' ὡς
ἐπὸ τ' τ' ἐστ' ν ἐκ μυρί' δ' ς· ἐπ' πλ' τ' ας
ὀξ' τείαν· καὶ πλὴν τὸ ἀπ' ρμα ς
καὶ ἰσ φ ξὶ σ' ν ὡς κ' ἐχ ν ὁ μ' νος
ἀπ' ρου· τεῖγωνον μ' ν ὡς ἐστ'
λοιπ' ὸν τὴν ὑπ' ν αὐτ' ὢν πρ' ς
δ' ναι· καὶ φανερ' ὸν ὅτι τρίγωνοι κ'
δ' ριθμοὶ γ' νονται πάντ' ς τοῦ χ' ν'
τ' ὢν μοναδ' ὢν πλὴν δ' λ' καὶ δ' ς·
καὶ δ' πλ' καθ' ὑπ' κ' μοναδ' ς
δ' ριθμοί ς τοὺς τρίγωνους· οἷον· ἡ ν'
τρίγωνοί ς ἐστ' δ' ρθμὸς· ἀπ' ταύτ'
δ' ιαιρ' θεῖσ' ἐν' πὸν τ' ὢν ζητ'
δ' ρθμὸς πᾶς δ' ριθμοῖς ἐστ' ν· μ'
μοναὶ ς· σκοπ' ν δ' τὶς ἐπ' χ'
αὐτ' ς μοναδ' ς· δ' ρισται δ' ὁ β'
σαν τὶ θ' λει οὖν τ' ὸν ὃ πὸ τ' ν μοναδ' ν·
καὶ τ' νονται· ὅτ' ἀφ' ἑ τρίγωνου δ' ·
πάλιν τ' πὸ δ' ὸ ν' ὸ σαν τὶ θ' ᾖ ς·
σκοπ' ν τὶ μοναὶ δι' αὐτ' ν τρ' χ'
καὶ δ' ξει οὖν ὅτ' ἐκ τ' ν τ' ν γ' νῶν τ' ν τρι-
ὧν ἐστ' ν καὶ τ' νονται· ὅτ' ἀφ' ἑ τ' ν τρι-
πάλιν τὰς τ' τρ' γ' νους πλευρ' ς
μοναὶ ς· ὅτ' ἐστ' ν ἐν τ' ν τρ' γ' νων
ὧν ἐστ' ν καὶ τ' νονται· ὅτ' ἀφ' ἑ τ' ν τρι-

πρῶτ' ν τῶν



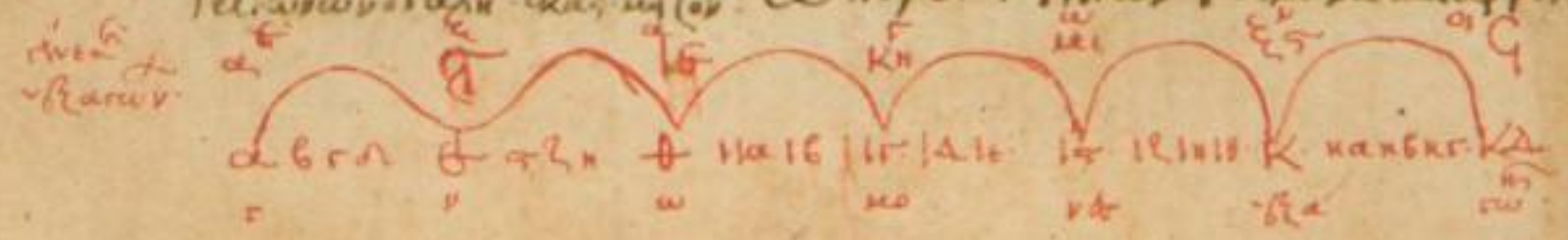
Καίτοίγε καὶ γραμμὴ λέγεται ὅτι ἔστι τετράγωνος καὶ πᾶν τετράγωνον ὁμοίως καὶ ἑτερομήκη ἔξωθεν αὐτοῖς περιέχουσι τοὺς ἐν αὐτοῖς ἀριθμούς· ὥστε φανερὸν ὅτι τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν ἡ ὀπτὰς οὐκ ἔστιν ἀριθμός· ἐὰν γὰρ ἀπὸ τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν ἀφέλωμεν τὸν μονάδα καὶ τὸν τετράγωνον ἀριθμὸν τὸν ἐγγύτατα τοῦ ὑπερέχοντος τοῦ ὑπὸ τὸν μονάδα, ὑπερέχει ἴσος ἴσῳ καὶ τοῦτο ἐπὶ πάντων τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν· ὥστε ἐὰν ἀπὸ τοῦ ὀπτὰ

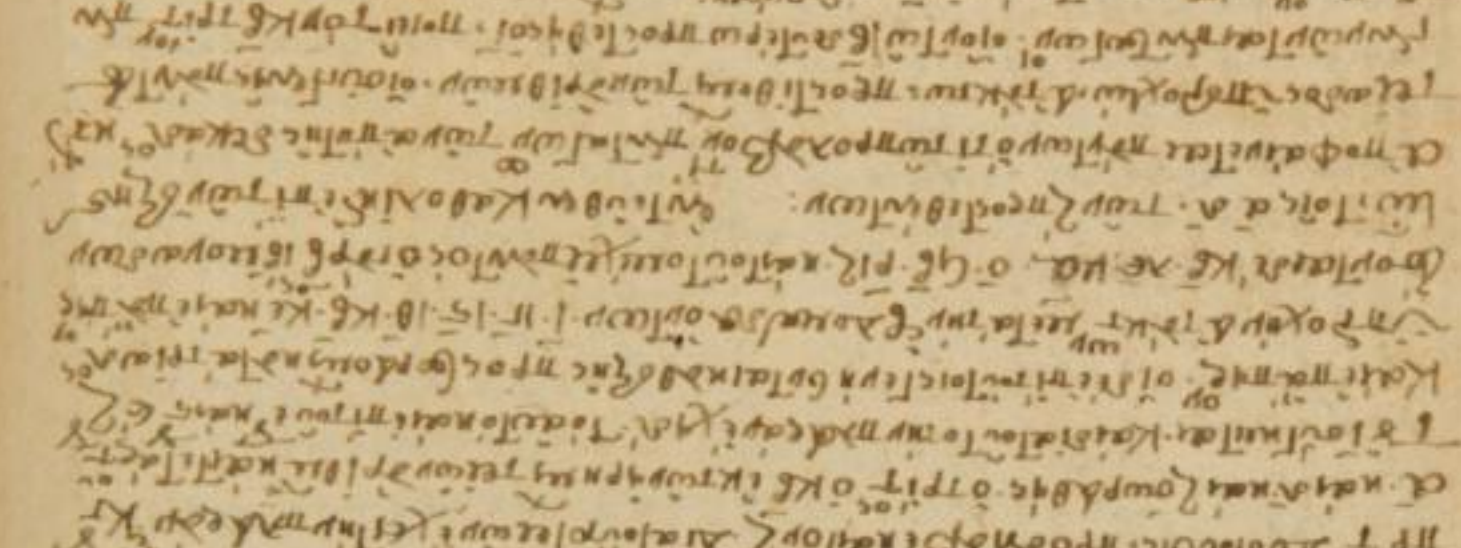


καὶ τούτοις δὲ συμβέβηκεν
ὡς πρὸς τοῖς πρόσθεν τῶν τοιούτων πλάτ
πρόβασιν κατὰ τὸν φυσικὸν ῥιθμὸν
προκόπτειν τῶν μὲν γὰρ δύο ἀεὶ τῶν
τῶν μὲν πλαισίων μονάς τῶν δὲ ἐνάδ
πρώτων τῶν δὲ πλευρὰ δύας τῶν δ
ἐνέργεια δὲ τῶν τρίτων τῶν θ πλαισ τε
τῶν δὲ εἰς ἑαυτὸν ὑφ' ἑαυτὸν τῶν ἑπτ
πλευρὰ τετράς καὶ τῶν τετάρτων ὧν
καὶ τῶν πέντε τῶν ἕξ καὶ καθόλ
ἕξις τοῖς ἐφεξῆς φύσις δ' ἐστὶν αὕτη δὲ καθ'
σοιχοῦν ἐκτεθέντος φυσικοῦ ῥιθμ
τὴν μονάδα δὶς τιθεμένην ποιεῖ
τῶν ἐφεξῆς τοῖς ἐφ' ἃς δείκ
ἀλλ' ἀεὶ τῶν πρώτων ἑκάστου πλ
τουτέστιν τῶν περιττῶν πρῶτος γὰρ ὁ
διωνύμου πρώτης τετράγωνος ὁ
ὁ β καὶ ἐνέργεια πρώτης τετρα
γώνου τρίπλευρος ὁ γ καὶ ἕξις
ἐνέργεια δὲ δευτέρου τετράγωνος ὁ τ
δὲ ὁ α καὶ ἐνέργεια δευτέρου τρίπλευρος
τρίτου τετράγωνος καὶ ἕξις τοῖς πρὸ
προσφορᾶθεν τοῦ γίνεται ὁ δεύτ
αὐτὸν τοῦ ια προστεθέντος καὶ ὅλου
ἀεὶ καὶ ἐπὶ τούτων δὲ συμβέβηκε
τοιούτων μονάδων τὴν ἑκάστου πλά
εἶναι ὁπόσοι περ ὦσιν οἱ τῆς δ
σύνθεσιν ποιοῦντες ῥιθμοί
πολύγωνος δέ ἐστιν ῥιθμός ὃς καὶ
αὐτὸς κατὰ τὴν ὄξα πλευρὰν εἰς
μονάδας συγκρινόμενος ποιεῖ τὴν
πολυγώνου σχῆμα ἕκαστος γὰρ τῶν
ἐστὶν ἐκ μονάδος καὶ τῶν ἐφεξῆς
ἀριθμῶν ὅσων ἂν ὑπάρχῃ ἡ πλευρὰ
τοσούτων ἐστὶν ἕκαστος τῶν πολυ
γώνων

Καὶ ἐστὶν ἡ ἀριθμοὶ ἐν στερεῷ ἀριθμῷ
ὡς δὲ ἐν ἐπιπέδοις ἀριθμοῖς καὶ ἐν στερεοῖς
πλευρικὴ πάντες μὲν τρίγωνοι ἑξῆς
ἀριθμοὶ ἴσοι τὰς πλευρὰς ἔχουσι,
μονὰς δὲ ἓν μόνον ἐν ἑκάστῃ τριῶν
πλευρᾶς τὴν καὶ γραμμικὴν ὀνομαζομένην
ἐκ μονάδος δὴ ἐστὶν ἡ πλευρὰ
μονάδες τρεῖς τῶν ἐφεξῆς ἀριθμῶν
βάλλουσαι ἀπὸ μονάδος καὶ ἐπ' ἄκρον
σταθεῖσαι καὶ προσαρμόσαι οἱ
ἐκ τριῶν ἐκκείμενοι ἐν φυσικοῦ
ἀριθμοῦ τοῦ τριγώνου ἕως
ἂν πάντες καὶ ἡ ἐχομένη ἐστὶν αὐτῶν
δεκάς· καὶ ἐκ τοσούτων μονάδων
καὶ ἡ πλευρὰ ἐστὶν ἡ τριγώνου
ἐκ δὲ ἐκκειμένων ἐν φυσικοῦ
ἀριθμοῦ τοῦ τριγώνου ἕως
ἂν πάντες καὶ ἡ ἐχομένη ἐστὶν αὐτῶν
δεκάς· καὶ ἐκ τοσούτων μονάδων
καὶ ἡ πλευρὰ ἐστὶν ἡ τριγώνου
ἐκ δὲ ἐκκειμένων ἐν φυσικοῦ
ἀριθμοῦ τοῦ τριγώνου ἕως
ἂν πάντες καὶ ἡ ἐχομένη ἐστὶν αὐτῶν
δεκάς· καὶ ἐκ τοσούτων μονάδων
καὶ ἡ πλευρὰ ἐστὶν ἡ τριγώνου

μονὰς δὲ ἐν μόνον ἐν ἑκάστῃ τριῶν
πλευρᾶς τὴν καὶ γραμμικὴν ὀνομαζομένην
ἐκ μονάδος δὴ ἐστὶν ἡ πλευρὰ
μονάδες τρεῖς τῶν ἐφεξῆς ἀριθμῶν
βάλλουσαι ἀπὸ μονάδος καὶ ἐπ' ἄκρον
σταθεῖσαι καὶ προσαρμόσαι οἱ
ἐκ τριῶν ἐκκείμενοι ἐν φυσικοῦ
ἀριθμοῦ τοῦ τριγώνου ἕως
ἂν πάντες καὶ ἡ ἐχομένη ἐστὶν αὐτῶν
δεκάς· καὶ ἐκ τοσούτων μονάδων
καὶ ἡ πλευρὰ ἐστὶν ἡ τριγώνου
ἐκ δὲ ἐκκειμένων ἐν φυσικοῦ
ἀριθμοῦ τοῦ τριγώνου ἕως
ἂν πάντες καὶ ἡ ἐχομένη ἐστὶν αὐτῶν
δεκάς· καὶ ἐκ τοσούτων μονάδων
καὶ ἡ πλευρὰ ἐστὶν ἡ τριγώνου





πάλιν οὖν δι' ἑκατέρου τῶν πρὸ τετραγώνου διαιρεῖται εἰς δύο τρίγωνα
οὕτω καὶ ὁ τετράγωνος ἀριθμὸς εἰς δύο τρίγωνους. ἔστω ὁ ϑ· ἥμισυς
τρίγωνος καὶ ἴσους ὁ ε· ὅμοιος τελείῳ ὁ δ· ἐλλείπει γὰρ ἀπὸ τετραγώνου ἑνὶ
μόνον ἴσα δύο ἐστὶ καὶ τὰ τρίγωνα· μῶν δὲ καὶ τῶν ἀριθμῶν ὡς ἐπὶ
τοῦ τετραγώνου καὶ τῶν ἄλλων σχημάτων διαιρεῖται εἰς δύο τρίγωνα
καὶ ἐπὶ πάντων τοῦτο γίνεται; διαιρείσθω εἰς δύο τρίγωνα. ἀπὸ δύο
μονάδων τὴν πλευρὰν ἐχόντα·
ἑκκαιδεκάτου βʹ τετραγώνου τετρά
γωνος ὁ ϑ καὶ πλευρὰν ἔχοντα τὰς τρεῖς
διαστάσεις· δίκαιος ἄρα διαιρεῖται εἰς
δύο τρίγωνα ἴσα καὶ ὅμοια ἀλλήλοις· ἑκάτερον
δύο τριγώνων ἐλάσσονα πλευρὰν τριῶν
ἔχοντα μονάδων· ὁ δὲ τρίτος τετράγω
νος ὁ δ καὶ πλευρὰν ἔχων δύο· καὶ ἐπὶ
τοῦ ἑξῆς μονάδας δύο· καὶ ἐπὶ τῆς
ἑξῆς τοῦ ιβ· διαιρεῖται οὖν καὶ οὗτος
εἰς δύο τρίγωνα ἴσα καὶ ὅμοια ἀλλήλοις·
τοῦ τρίτου· ἔτι δὲ πάλιν τοῦ ιε· ἔστω
γὰρ ὁ ιε πλευρὰν ἔχων τεσσάρων μονάδων·
ἔχοντα· καὶ ἐπὶ πάντων τοῦτο γίνεται·
ἴσον δὲ ὅτι ἀεὶ ἑκάτερος πλευρῶν
ἀριθμῶν πλὴν τῶν ἐλαχίστων τρι
γώνων· ἴσων τῶν ἀριθμῶν ὡν ὁμοτά
γινοί εἰσι τετράγωνοι· ἑκάστων τε τε
τραγώνων καὶ τῶν τριγώνων οἱ πλευ
ραὶ ἀριθμοί· ἑκάστων τῶν τετρα
γώνων καὶ τῶν τριγώνων· οἱ δὲ τε
τράγωνοι καὶ τοῦτο ἀπόδειξιν
δεόμενον· ὑποδεί
κνυται δὲ οὕτως· ἔστω τετράγωνος ὁ δ καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν β· ἔστω
δὲ καὶ τρίγωνος ὁ ε καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν β· ἔστω δὲ καὶ τρίγωνος ὁ ϛ
καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν γ· ἔστω δὲ καὶ τετράγωνος ὁ ϑ καὶ πλευρὰν ἔχων
τὸν γ· ἔστω δὲ καὶ τρίγωνος ὁ ι καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν δ· ἔστω δὲ καὶ
τετράγωνος ὁ ιϛ καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν δ· καὶ ἐπὶ πάντων ὁμοίως· ὅτι
μὲν οὖν ἑκάτερος πλευρῶν ἀριθμῶν πλὴν τῶν ἐλαχίστων τριγώνων ἴσων
τῶν ἀριθμῶν ὡν ὁμοτάγινοί εἰσι τετράγωνοι ἑκάστων τε τετραγώνων καὶ
τῶν τριγώνων οἱ πλευραὶ ἀριθμοί ἑκάστων τῶν τετραγώνων καὶ τῶν τρι
γώνων καὶ τοῦτο ἀπόδειξιν δεόμενον· ὑποδείκνυται δὲ οὕτως· ἔστω
τετράγωνος ὁ δ καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν β· ἔστω δὲ καὶ τρίγωνος ὁ ε καὶ
πλευρὰν ἔχων τὸν β· ἔστω δὲ καὶ τρίγωνος ὁ ϛ καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν γ·
ἔστω δὲ καὶ τετράγωνος ὁ ϑ καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν γ· ἔστω δὲ καὶ τρί
γωνος ὁ ι καὶ πλευρὰν ἔχων τὸν δ· ἔστω δὲ καὶ τετράγωνος ὁ ιϛ καὶ
πλευρὰν ἔχων τὸν δ· καὶ ἐπὶ πάντων ὁμοίως· ὅτι μὲν οὖν ἑκάτερος πλευ
ρῶν ἀριθμῶν πλὴν τῶν ἐλαχίστων τριγώνων ἴσων τῶν ἀριθμῶν ὡν ὁμο
τάγινοί εἰσι τετράγωνοι ἑκάστων τε τετραγώνων καὶ τῶν τριγώνων οἱ
πλευραὶ ἀριθμοί ἑκάστων τῶν τετραγώνων καὶ τῶν τριγώνων· οἱ δὲ τε
τράγωνοι

οἷον οἱ ἀπὸ τοῦ τ μέχρι τοῦ ζ μέσον
ποιοῦσι τρίγωνα ἀνὰ πλατ. σχῆμα φρο
μέων καὶ πλευρὰς ἴσας ὁμοί-
ως καὶ βάσεις καὶ γωνίας
καὶ τὰ ἐντὸς τοῖς ἐντὸς καὶ
πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη ἴσα ἔχοντα
καὶ ὁμοιοπερὲς ἑκάστῳ τῶν
ἀπὸ τοῦ ε καὶ ζ ἑξῆς τετρά-
πλευρον ἀποκείμενον τῶν τεττάρων·
ὀρθὴν δὲ γωνίαν ἕκαστον τῶν
πλαγίων τετραπλεύρων ἔχει,
οἱ δὲ ἀποκείμενοι αὐτοῖς τετράπλευροι
ἀμβλυγώνιοι· οἱ μὲν τοίνυν ἄλλοι πλάτ-
τουσιν ἑκτῶν καὶ βάθος
διαφορὰν τῶν εἰρημένων· ὁ δὲ
τῆς τῶν δώδεκα τετράπλευρων σφαί-
ρας πυραμὶς τετράπλευρον μὲν
ἔχει τὸν ἀποκείμενον
αὐτῶν πεντάγωνον· καὶ βάσ-
κλιν δὲ ὁμοίαν μὲν τοῖς τετρά-
πλαγίοις ἑκατέρου τῶν δώδεκα
πλατύνουσι βάσεως καὶ γωνίας
ἀμβλείας δὲ ἑκατέρας τῶν ἐν τῇ
πυραμίδι· ἔχει δὲ καὶ πλευρὰς
ἴσας ἀλλήλαις τὰς ἐν τῇ πυρα-
μίδι ἑκατέρᾳ τῶν ἐν τῇ ἑξῆς
τῶν δώδεκα πλατύνουσι βάσεως·
ἐλάττονας δὲ τῶν ἐν τῇ ἑξῆς
τῶν δώδεκα πλατύνουσι βάσεως·
ὁμοιοπερὲς δὲ ἑκατέρᾳ τῶν ἐν τῇ
πυραμίδι τῶν ἐν τῇ ἑξῆς τῶν δώ-
δεκα πλατύνουσι βάσεως· ἐλάττονα
δὲ τὰ ἐντὸς τοῖς ἐντὸς καὶ
πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη ἴσα ἔχοντα
τὰ ἐν τῇ πυραμίδι τῶν ἐν τῇ ἑξῆς
τῶν δώδεκα πλατύνουσι βάσεως·
ἐλάττονα δὲ καὶ τὰ ἐντὸς τοῖς
ἐντὸς καὶ πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη
ἴσα ἔχοντα τὰ ἐν τῇ πυραμίδι
τῶν ἐν τῇ ἑξῆς τῶν δώδεκα
πλατύνουσι βάσεως· ἐλάττονα
δὲ καὶ

ὑπὸ τῶν ἀπὸ τριῶν πρὸς ἀλλήλους ἴσου πλευρικοὺς καὶ ἴσων ἀλλήλοις ὧν τὸ ἐφεξῆς τριῶν δέ τῶν πρὸς γραφήν τῶν ὑπὸ τῶν λοιπῶν ἓξ ἀριθμῶν ἓξ καὶ πάλιν ἀπὸ τετραγώνων ὧν ἡ ἐφεξῆς πλευρικὴ ἀριθμὸς λογίσεται τῶν ἐκ τοῦ τετραγώνου πλευρικῶν καὶ πάλιν τὰ ὅλας ἐφεξῆς. Καὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον πυραμὶς ἂν ἀπὸ τριγώνων καὶ ἰσοπλεύρων τριάκοντα ἓξ ὑπὸ τεσσάρων τριγώνων ἰσοπλεύρων ὧν ἑξάγωνον καὶ ἰσόπλευρον ἔχοι τὴν βάσιν ἑξάγωνον καὶ ἰσόπλευρον ἔχοι τὴν βάσιν ἑξάγωνον καὶ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον καὶ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον καὶ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνι

πολιτικόν ἢ τὸ ἰδιωτικὸν καὶ
δεινοποιοῦσι καὶ τοῦτων
καὶ λιπαροὶ ἀσφαλῶς φροίμιον.
ὡσπερ καὶ πρὸ τοῦ τοιούτου ὄγκου
οἱ ἀκροαταὶ ἐντάττονται. ὧν
ἡ βιβλιοπτίσι θεωρητικὴ.
καὶ αὐτοὶ δὲ ἐρεῖ τίσιν πρὸς
κλητίαν θεολογικὴν τῶν
ἔφεσιν. ἢ πωλικῶν ὡς
μεσημβρίας κορυφὴν κατα
λήγη πύργους ἀπὸ. ἐὰν
οὖν τις τὴν μεσημβρίαν αὐτῆς
ἀφῇ τὴν. κόλουρ. ἢ τοῦ αὖ
κλῆσι τοὺς πύργους. ἢ δὲ
ὡς τῶν τετρώνων ἢ πύργους
καὶ τοῦ πρώτου ἐνὸς τριῶν
ἀφαιρεθέντος τοῦ τρίπλευρ
λοιπὸν ἢ δὲ καὶ τοῦ δεύτε
ἐνὸς τριῶν ἐνὸς ὄντος
ὃς καλεῖται τρίπαλουρος.
ἢ δὲ καὶ τοῦ τρίτ. τὴν. καλῶ
τετράπαλουρ. πάντα τοῦτο.
ἐφ' ὃσον ἐνδέχεται καὶ δεῖ
κολούρου νόμους καλεῖ
κύκλῳ τὸ πᾶν οὗ σὺ
κεκολοβωμένῳ. ἐπὶ δὲ τὴν
πλουσίαν τὸ ξύλου. ὃ
δὲ κορυφαίων τῶν πύργων
ἢ ὃ ξύλου τοιοῦ. καὶ τὴν
διὰ τὴν ὁμοιότητα τοιχίαν.
μέσαι δὲ οἱ πολυγωνοὶ τὸ
τοιοῦτον ὄνομα. ἔτρα
πλήρωσις δὲ τῶν πύργων
λόγον ἢ ἔτι ἀστεῖον ἢ δὲ
μεταβαίνει ἀπὸ δὲ τὸ
μεῖζον πρὸς τῶν ἐλάττονα
καὶ τὸ μεταξὺ πύργους
γωνιοὶ πάντες ἐπὶ πλεῖον ὄντες,
σκεπὴν ὧν πλευρῶν ἴσων
καὶ γωνιῶν ὀρθῶν γινομένων
τὸ μεῖζον αὐτῶν πλευρὰ
φθάσαι. δὶς τὸ ἐνὸς τετ.
ἢ δὲ τῶν τοῦ καὶ ἐνὸς τοῦ
ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασία
ἴσα. δὶς τὸ ἐνὸς τετ.

Ἰστέον ὅτι ἂν πύργος ἀφ' ἑστίνος ἂν βάσει
τοιούτου τινὸς οὖν πολυγώνου ἔχοι τὴν βάσιν
εἴτε τριγώνου εἴτε τετραγώνου ἢ τετραπλευρίου ἢ
ἢ τετ τὸν δεῖς τινὰ τῶν ὁμοίων πολυγώνων
κατὰ σωρείαν αὐξηθῆναι μὴ ἐπ' ἔλαττον
μειουμένη. πόλους δὲ καλεῖται ἑκάστη τῶν
τῆς φύσεως καὶ πᾶσιν ἐπιβάλλοις κορυφῶν.
οὐ τρίτοι δὲ ἀεὶ πολύγωνον οὐ τὴν μεσημβρίαν
γῆν τὰ αὐτὰ εἶδος ἐν ᾧ πλεῖον ἀλλ' ἐλάττον
ἐμβρίθεια. καὶ οὐκέτι μεσημβρίας κορυφή. ἀλλ'
ἐπὶ πλέον αὐτὴ ἡ πρὸς τὴν ἐστὶν ἴσον τὸ γῶνιον
τὴν βάσιν. ἐὰν δὲ πρὸς τὸν μὴ ἐν μεσημβρίᾳ
ἑστὼς μὴ ἐστὸν πρὸς τὸν μεσημβρίαν πρῶτον
γῆν πάτιον. ἀπόλουρος λέγεται καὶ τοιαύτη.
ἐὰν δὲ καὶ ἐστὶ μεῖζον ἢ ἐλάττον ἡ ἐνέργεια δεύτερον
πολύγωνον ἐπὶ τῶν ὑπὸ πρόσωπα. ἀλλ'
μόνον τὸν ἑαυτόν. τετράπλευρ καλοῦσι.
καὶ τετράκολουρος δὲ. δὴ καὶ τὸν μὴ καὶ
μὴ ἴσα. καὶ πεντάκολουρος καὶ τὰ τοῦτος.
καὶ ἀεὶ μὴ βούλοιτο πρὸς τὴν αὐτὸ ὄνομ.
καὶ ἐπὶ τῶν ἴσων πλευρῶν ἀριθμῶν δὲ ἴσων
πύργους ὧν τὴν δύσις καὶ προκοπὴ καὶ
σταυρώσεις φύσεις τοιαῦτα πάντα δεῖ ἔχειν
ἔχουσα τοὺς πολύγωνους αὐτούς. καὶ τῶν
σκήνων δὲ τὰ κατ' ἐπισωρείαν.

Ἔτερα δὲ τῶν ἀριθμῶν στρογγύλων διαφορὰ
ἐστὶ τῶν λεγομένων κύβων δοκίδων
πλίνθιδων. σφηνίσκων σφαιρικῶν
παραλληλεπιπέδων τὴν τῶν πρὸς βάσεις
ὄψιν. ἔχουσα δὲ ἴσαν τὴν τινά. οἱ πρὸς φρὰ
δὲ τῶν τετραγώνων. α. δ. ι. κε. λς. μθ.
καὶ οἱ ἔξω. δὲ τῶν δὲ διαφοραὶ καὶ ἐν τῶν
σπόνδυλοι καὶ τορεύματα. λευκὸς καὶ πλα
μόνον ἔχοντα. ἐπὶ τὰ εἰς τὸ πρὸς λήθον
διαφορὰ καὶ ἴσον ἀριθμοὶ καὶ τείχη διαφορὰ.
ἐν τῶν δὲ διαπλεύρα. ἔκαστος πολλαπλασία.

πολιτικός

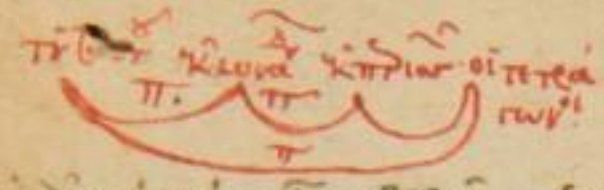
ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασία ἐστὶν αὐτὸν πλευρὰ ἐν τῷ τετραγώνῳ ἀριθμῷ
πολλαπλασιάσας τὸν ἴσον δὲ ἐν τῷ καὶ τὸν κύβον

ὅσων δὲ δίς, βεῶν πάλιν δὶς γενομένης·
ἵνα ὀκτὼ δὶς λαμβάνηται· ὅ δίς· τεῖς τ
εἶων πάλιν τρὶς δὶς πάλιν ἑνὸς ἀφαιρεθέντος·
ἐννέα· καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· ἑπτὰ· τεῖς τ
δύο πάλιν τρὶς δὶς πάλιν ἑνὸς ἀφαιρεθέντος·
πέντε· καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· τέσσαρα·
ἓξ πάλιν τρὶς δὶς πάλιν ἑνὸς ἀφαιρεθέντος·
τρία· καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· δύο· καὶ τοῦτο
καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἁπλῶν ἀριθμῶν
ἐκτεθειμένων· ὧν τὸ μὲν πρῶτον
τετράγωνον ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· ὁ δὲ δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· ὁ δὲ τρίτος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὸς
ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τέταρτος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὶ
ἐλάσσονα· καὶ ὁ πέμπτος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὸς
ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἕκτος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὶ
ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἕβδομος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὸς
ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ὄγδοος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὶ
ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἔνατος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὸς
ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ δέκατος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὶ
ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑνδέκατος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὸς
ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ δωδέκατος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὶ
ἐλάσσονα· καὶ ὁ τρισκαιδέκατος τετράγωνος
ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος καὶ ἑνὸς
ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τεσσαρεσκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντεκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑπτακαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ὀκτωκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἐννεακαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ εἰκοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ εἰκοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ εἰκοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ εἰκοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ εἰκοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ εἰκοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ εἰκοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ εἰκοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ εἰκοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ εἰκοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑβδομηκοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ὀγδοηκοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἐνενηκοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς δέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ἑνδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς δωδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς τρισκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς τεσσαρεσκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς πεντεκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ἑκκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ἑπτακαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ὀκτωκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑκατοστὸς ἐννεακαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς δέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς ἑνδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς δωδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς τρισκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς τεσσαρεσκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς πεντεκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς ἑκκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς ἑπτακαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ διακοστὸς ὀκτωκαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ διακοστὸς ἐννεακαιδέκατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τριακοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τριακοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ τετρακοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ τετρακοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ πεντηκοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ πεντηκοστὸς ἔνατος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς πρῶτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς δεύτερος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς τρίτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς τέταρτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς πέμπτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς ἕκτος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὶ ἐλάσσονα· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς ἕβδομος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμβανόμενος
καὶ ἑνὸς ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ ἑξηκοστὸς ὄγδοος
τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ δὶς λαμ

πρὸς ἑτερομήκη.

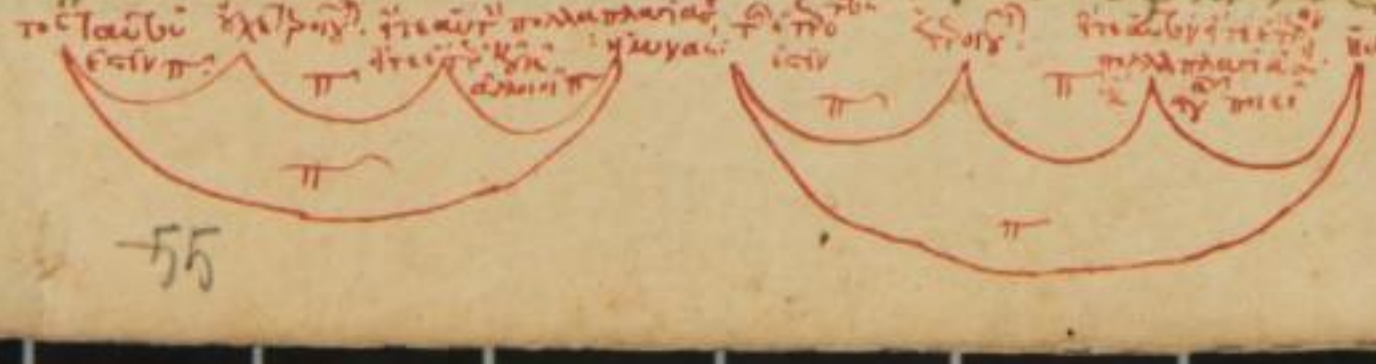
Πάλιν οὖν ἄνωθεν τῶν ἑτερομήκων
δριθμοί εἰσι τρεῖς οὗτοι πρῶτος
σχημάτων ἀφῶν τετράπλευρος
μὲν καὶ τετραγωνίζων ἐστὶν ἀριθμὸς
οὐκέτι δὲ ἴσας ἀλλήλαις αἱ πλευραὶ
ἔχει τὸν γὰρ ἀπὸ μονάδος ὁ β ὁ γ
ὁ δ καὶ οἱ ἑξῆς ἐν ἀριθμῷ ἀλλ'
οὐ μονάδα. οἷον ὁ β ὁ γ ὁ δ ὁ ε
ὁ ς

εἰσὶ δὲ οἱ πλάτωνος πυθαγόρειοι ὧν τὸν κύβον ἕξαθ. τοῦ πόρτας κύκλ. ἓν α
οὕτω καὶ ὁ πλάτων πυθαγόρειος ὢ



λεχμιλείνοῶν τοῦτων πλευρῶν
εἰκουσιπλευρας. ὁμοιογενεις δὲ οὖσα
καὶ τὴν τοῦ ταυτ φύσιν ἔχουσα. διὸ.
οὔτε ἑαυτὴν ὑπερβαλλουσαν πολυπλασιάσαν.
ἐστὶ πάντως ἢ ἐλλείπουσα τοιοῦται. οὔτε
ἄλλον οὐδένα οὖν. ἐξίσωσι τὸν ἐξ αὐτ
ἀλλαπλειῶ ἑαυτὸν ἐφ᾽ ἑαυτῷ. τὸ δὲ τρίτον.
πρὸς ἄλλον ἀριθμὸν δεῖναι δύνατον.
τοῦ δὲ πλευρὰ εἰκοσιπεμπτὸν δυάς. ὁμοιογενῶν
ἑαυτῷ οὖσα καὶ ἐπίπεδος ὑπ᾽ αὐτ
ἐὰν δὲ ἐφ᾽ ἑαυτὸν ἔλθῃ ἢ ἄλλον πολυπλάσιον,
ἐκ δύο ἐστὶν ἴσων. οἷον δὶς ε δὶς τρεῖς.
ὅταν δὲ ἐφ᾽ ἑαυτὸν ἔλθῃ ἡ δυὰς τετράκις. ἢ
τρὶς ἑαυτὴν ἀφ᾽ ἑαυτῆς μετρεῖται. πλὴν ὑπὸ
καλοῦνται ἰσόπλευροι ἰσοπλατεῖς τε καὶ
ἐὰν δὲ καὶ μιᾶς ἐλάττονος τετρα
γώνου περιέχωνται. δοκοῦσι δὲ οἱ τοιοῦτοι
ἀριθμοὶ λέγονται οἱ οὕτως εἰς τετράγωνα
ἢ ὀκτάκις. ἢ ἐννάκις. ἢ δεκάκις. καὶ ἑξῆς
ὑπερβάλλοντες. ἐφ᾽ ἑαυτοὺς ἐλάττονι ἑνὶ
τῶν ἐξ αὐτῶν πολυπλασιασθέντων.
οἷον ὀκτάκις ἐννέα ἑβδομήκοντα δύο. ἐννάκις
δὲ δέκα ὀγδοήκοντα ἐννέα. καὶ ἑξῆς ἐπὶ
τῶν ἄλλων. ἐπὶ δὲ τῶν κύβων
ὅσοι πρὸς τοὺς ἰσάκις ἴσους ἰσάκις εἰσὶν
εἰκοσιπεντάκις καὶ ἑπτάκις καὶ ἑξήκοντα
πάντων πολυπλασιασθέντων εἰς τὸ αὐτὸ
ἐφ᾽ οὗ πρὸς ἑαυτὸν ἔλαβον. σφαιρικοὶ καλοῦνται
οἱ δὲ αὐτοὶ καὶ ἀποκαταστατικοὶ ὑπὸ
λείπει ὅδε ἀπὸ τῆς ἐπλάς. καὶ ὁ αὐτὸς

ἐὰν δὲ ἀπὸ μονάδος ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν
διάστασιν ποιῶσι τὴν ἐν ἀρχῇ λόγου
ἐκείνῃ καθ᾽ ἣν ἀπὸ τῆς μονάδος ἄρχονται
γίνονται ὁμοῦ ἐν δευτέρῳ
σίκῳ καὶ ἀνωμοιογενεῖς
β. δ. η. ιϛ. λβ. ρδ. ͵αχη. ͵βνϛ. ͵δμη. ͵ηρκ. ͵ιϛωμδ.
βχῶν πάλιν κατὰ τὴν ἀφαίρεσιν
μεθόδου γινομένων ἐπὶ τοῦ
οὐκ ἀνωμοιογενεῖς τε ἀλλήλων τῆς τῶν
φύσεως ὑπάρχει. ὥστε ἀεὶ πλευρὰ
δυνάμει καὶ μόνον ἀσύμμετροι. ἰσάκις
καὶ ὁμοταγεῖς γωνίαι. ἴσοι
καὶ ὁμοταγεῖς τε καὶ
αὐτῶν τὸ ὁποσονοῦν ἢ τὸ
ἀφ᾽ οὗ ἡ ἀρχὴ ἐποιήσατο τοῦ
ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἐλθεῖν πολυπλα
σιασμοῦ. ἐπὶ τὸ ἐν ἀρχῇ σημεῖον
ἐὰν δὲ καὶ ταῦτα
πάλιν ἐπὶ τὸν ἑαυτοῦ πολυπλα
σιασμὸν ἔλθῃ. ἐξίσταται ἀεὶ
ὁμοταγεῖς γωνίαι. ἐξ ἴσου δὲ
ἴσοι καὶ ὁμοταγεῖς τε καὶ
πάλιν δὲ φασὶ καλοῦνται ἰσάκις ἐλάττονος
ὑπὸ τετραγώνου περιεχόμενοι. ἐὰν δὲ μείζονα ᾖ
ἴσοι εἰσὶν. οἱ τετράγωνοι. οἷον. ὁδ. ὀβ. ἐὰν δὲ τοὺς ἐλάττονος ἰσάκις πολυπλασιασθέντας
οἱ γωνίαν. πλευρὰν δὲ καλοῦνται ἐλάττονος δὲ. οὗτοι ἀριθμοὶ λο
ζωδεκάτεμόρια. ἐνδεκάκις λϛ. οὗτοι πλευρὰν δὲ καλοῦνται ὅτι μήκει μόνον
σύμμετροί εἰσι. καὶ τοῦ μὲν ἐφ᾽ ἑαυτὸν πολυπλα
σιασμοῦ. ἐπίπεδοι καὶ τοῦ βάθους εἰσὶν ἀριθμοὶ. ἐφ᾽ οὗ. οὐ γίνεται
πολυπλασιασμός. καὶ τοῦτο δὲ λόγου. ὁ γὰρ τοῦ βάθους τῆς ὁμοιομεροῦς,



προλαβὼν εἰρήκειν· ἔστιν ὅτε πέλαγος ὀνομάζουσιν οἱ τετράγωνοι πολὺ πλῆθος
ἀριθμῶν· οἱ δὲ ἐκ τούτων γινόμενοι πλινθίδες· ὡσαύτως προκείσθω
ὁ ΑΒ· ὁ ΒΓ· ὁ ΓΔ· ἴσος δὲ ὁ μὲν ΑΒ τῷ τετράγωνῳ, ἐλάττων δὲ ὁ ΒΓ, ἵνα τὸ γινόμενον
ἐπίπεδον καὶ ἐπιφάνειαν ποιῇ· καὶ εἰς τῶν τοιούτων ἀριθμῶν οἱ μὲν ΑΒ τετράκις
γὰρ ὁ ΔΕ κορυφὴν τὸν ΕΖ τὸν βάθους ἀριθμὸν πρὸς πολλὰ πλῆθος ἀριθμῶν· ἐλάττων
τοιαύτην φησὶ φαίνεσθαι πλινθίδα· ἀπόκειται δὲ βάθους ἐπίπεδα τῶν πρὸς
οἷον ΔΕ κορυφὴν· ἴσως οὖν τῶν πλευρῶν τῶν πλινθίδος σχηματιζομένων· ἐὰν
φησὶν ἐκτεθῶσι τὰ ἐπίπεδα τῶν πλευρῶν τετράγωνα προσεχῆ ἀλλήλοις
λείπωσι· οἷον ὁ ΑΒ τὸν ΔΕ τετράγωνον ἀριθμὸν ἐστὶν ὁ ΑΒ τὸν ΓΔ
ἔχων πολὺ πλῆθος ἀριθμῶν τετράκις· καὶ τετράκις ἐστὶ τὸ ΔΕ· καὶ τετράκις ἐστὶ καὶ
τὸ ΖΗ τὸ ἀπὸ τοῦ τετραγώνου ὄντος· ὑπὸ δὲ τῶν τοιούτων ἀριθμῶν
καὶ φησὶν αἱ τοιαῦται πλινθίδες βάθος ἐπίπεδον· σημείωσαι δὲ πρὸς τὸν
κορυφὴν· ὡς τῶν δακτύλων βιούται τῶν ὀσῶν· τὸ μὲν γὰρ ἀπ' αὐτῶν, ἡ ἁπτομένη
τοῦ μείζονος· ἅτε καὶ οὐ δεῖται αὐτὸν τοιοῦτον ἀριθμόν· ἐστὶ γὰρ φησὶ δακτύλου
ἀριθμὸς ἴσος δακτύλῳ· μείζων δακτύλου· ἴσος δακτύλου μείζονος· διὰ τὸν βάθους
οὖσαν μείζονα δάκτυλον δι' ὃ καὶ τὸ ΖΗ πρὸς πολλὰ πλήθη ἀριθμῶν φησὶ
ἴσον ἀριθμὸν δάκτυλον ἀριθμὸν ἀριθμὸν δάκτυλον πρὸς τὸν ἐχόμενον δάκτυλον ἀριθμὸν
σφηνοῦν τάσσειν· οἱ δὲ κύβοι φησὶν ἴσον ἀριθμὸν ἴσον ἀριθμὸν καὶ ἀπὸ τετρα-
γώνων ἴσων καὶ ἐπὶ αὐτοὺς πολλὰ πλήθη ἀριθμῶν φησὶν· οἱ δὲ κύβοι φησὶν ἴσον ἀριθμὸν
ἴσον ἀριθμὸν καὶ ἐπὶ ἴσους πολλὰ πλήθη ἀριθμῶν φησὶν·

λλ ὅτι ἐχοισί τινα ὡς τὰ σχήματα ταῦτα ὁμοιότητα. ὅτι δὲ κύκλῳ ἀπὸ τοῦ
σημείου δεῖ ἀρχέσθαι ῥᾴδιόν ἐστι λαβεῖν, ἐπεὶ τὸ αὐτὸ πάλιν ἀνακολουθήσεται· τοιοῦτοι δ'
καὶ οἱ προκείμενοι. ὅτι δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ ἀρξαμένου πῶς ἂν κινηθεῖ· ἐπεὶ τὸν αὐτὸν
πάντες ἐκάλεσε· καὶ εἰ αὐτὸν τὸν κε πολλαπλασίαν ποιεῖ τὸν κε τόν, ποιεῖ τὸν
ΓΡΚΕ· καὶ τοῦτο ἐποίησεν ἑκάτερον τὸ αὐτὸ εἶναι καὶ ἑαυτῷ ἴσον· ἐπεὶ αὐτὸν πολλαπλασίαν
ποιεῖ, ποιεῖ τὸν ΓΡΚΕ· καὶ τοῦτο ἐποίησεν ἑκάτερον τὸ αὐτὸ εἶναι καὶ ἑαυτῷ
ἴσον· ἐπεὶ αὐτὸν πολλαπλασίαν ποιεῖ, ποιεῖ τὸν ΓΡΚΕ· καὶ τοῦτο ἐποίησεν ἑκάτερον
ὅμοιος ποιήσει τὸν ΓΡΚΕ· καὶ τοῦτο ποιῶν ἐπ' ἄπειρον ἕκαστον τῶν οὕτω γινομένων
ἀναλόγων δήσομεν ἀριθμῶν οἱ τοιοῦτοι τῶν ἑτερομήκων
καλοῦνται ἀριθμοί ἐφ' ἑαυτοὺς πλευρὰν ἔχοντες τὸν
ἐπὶ τῆς ἀρχῆς κείμενον ἀριθμόν. οἱ δὲ ἐκ τούτων ἀφαιρούμενοι ὁ ἐπὶ τῆς ἀρχῆς καὶ ὅλος,
πολλαπλασίαν ποιοῦσι τὸν ἐφ' ἑαυτὸν πλευρὰν ἔχοντα τὸν ἐπὶ τῆς ἀρχῆς κείμενον.
ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἡ μὲν ΓΡ τῆς ΡΚ πολλαπλασίων τῷ ΓΔ, ἡ δὲ ΡΚ τῆς ΚΕ τῷ ΚΖ,
ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΡ πρὸς τὴν ΡΚ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΓΡ πρὸς
τὴν ΡΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς ἑκατέραν τῶν ΡΓ, ΚΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΚ πρὸς ἑκατέραν
τῶν ΡΓ, ΚΕ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΖ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΓΡ, οὕτως ἡ ΓΔ
πρὸς τὴν ΚΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΕ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΖ. καὶ ὡς ἄρα
ἑκατέρα τῶν ΓΡ, ΚΕ πρὸς τὴν ΓΚ, οὕτως ἑκατέρα τῶν ΓΔ, ΚΖ πρὸς τὴν ΓΚ. καὶ ὡς
ἄρα ἡ ΓΡ πρὸς τὴν ΓΚ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΓΚ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΡ πρὸς τὴν ΓΔ,
οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΓΚ. ἀλλ' ὡς ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΓΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΕ·
καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΡ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΕ. ἀλλ' ὡς ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΕ,
οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΡ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν
ΚΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΓΡ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΡΚ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΔ
πρὸς τὴν ΡΚ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΖ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΚΖ τῷ ὑπὸ τῶν
ΡΚ, ΓΔ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΡΚ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΖ, ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΚΖ τῷ ὑπὸ τῶν ΡΚ, ΓΔ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΡΚ, οὕτως ἡ ΓΔ
πρὸς τὴν ΚΖ, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΚΖ τῷ ὑπὸ τῶν ΡΚ, ΓΔ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς
ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΡΚ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΖ,

εἰδὲ τοῦτο. ὁμοδικτικοὶ πρῶτῳ
ταὐτότητος καὶ ὁμοότητος. διὸ πρ
ῶ εἰσὶ καὶ ποιοῦσι καὶ πρᾶγμα τοῦ
τὸ δὲ ἴδιον καὶ τὸ ταὐτὸν ἐν τρίτῳ
καὶ ὧ εἰσὶ καὶ ποιοῦσι. ὅτι δὲ
καὶ οἱ τρόποι καὶ τὰ πάθη οὐκ ἴδι
α ἐστὶ καὶ ἀλλὰ τρόπων ἐνθάδε
ἀποτελοῦνται. ὁμοίως καὶ τὸ δέ
τοῦτο καὶ ἀλλότριος ὁμοδικτικ
ἀπομερίζεται καὶ διαφορᾶς.

Τὸ δὲ ἀριθμῷ δίχα καὶ διαμένειν
καὶ ἐν πλείοσι καὶ ἀλλαχοῦ φαίνεται τὰ
τοῦ ἀριθμοῦ πάντα. καὶ τὰ ἐν κοσ
μῷ πρόσταξις καὶ ἀποτελεσθέντα. ὁ
καλῶς οἱ παλαιοὶ φυσιολόγοι ἀρχὴ
τὴν πρώτην διαιρθεῖσαν τῶν κοσμοποιῶν
ταύτην ποιοῦνται. πλάτωνα μὲν τῶν
ταὐτοῦ φύσιν καὶ τὴν θατέρου ὀνομάζ
καὶ πάλιν τὴν ἀμερίστου καὶ αὖ κατὰ
τὰ αὐτὰ ἐχούσης οὐσίας. τὴν τε ἀμ
ερίστως γιγνομένης. φιλόλαον δέ,
ἐν ἃ καὶ οὐσίαι τὰ πάντα. ἀριθμὸν τοι
ἀπείρων ἢ περαίνοντα. ἢ περαίνοντα τὸ
ἄπειρα καὶ ἄπειρα ὅπερ μᾶλλον οὐσίαν τὰ
τίθεται εἶναι, ἐκ περαινόντων μὲν καὶ
ἀπείρων συνεστῶτα τὸν κόσμον. κατ
εἰκόνα δὲ λόγον τοῦ ἀριθμοῦ. εἶτα δὲ
οὕτως ἔχειν. ἐκ μονάδος ἐν δυάδ
συγκεῖσθαι. ἀρτίου τε καὶ περιττοῦ. ἃ δὴ
ἴσου τε καὶ ἀνίσου τὸ συμφυὲς ἐκ
τούτων τε καὶ ἐκ πρώτης. περαίνου
καὶ ἀπείρου ὡρισμένῃ τε καὶ διορίσου.
ἴσα δὲ καὶ ἄνισα πεποιῶσθαι πρὸ
αὐτῶν λεγομένων ὅτι ἁρμονίας ἐκ μιᾶς
καὶ ἀντιτόνων συνίστασθαι. καὶ
ἀριθμοὺς ἐξ ἀντιτόνων εἶναι.

εἰδὲ ὑπὸ τοῦτο καὶ ἀόριστον. καὶ
ἀπὸ μὲν τῆς προδικτικοῦ κοινῆς
αὐξανομένων καὶ πρᾶγμα ὁδικ
ὁμοδικτικῶς. ἀλλοῦσι δὲ ὁρι
τὰ καὶ ἀπείρου καὶ ἀρτίου καὶ
περιττοῦ καὶ τὴν δυάδα δὲ
θεῖσι μὲν εἶναι αὐτίαν. βατέρου
θεσιν δὲ ἐκ τούτων. ὁμοίως δὲ καὶ τὸ
ἐκ πείρου καὶ ἀπείρου συνίστα καὶ
ὅλως ἐκ μονάδος καὶ ἀορίστου δυάδος
μέγα τοίνυν κἀστὸ πᾶν τὸ
ὄντων συνέστηκε. διὸ καὶ
ἀρμονίαν ἐν πλείοσιν εἶναι
πυθαγορικοὶ μὲν γὰρ ἁπλῶς
τινων καὶ δίχα φασὶν εἶναι
τὸν τοῦ ἀριθμοῦ. προσλαμβάνειν
τοῦ κόσμου βούλεται τοὺς
ἐκ μονάδος ἀεὶ θεὶς. ἐναντίόν
δὲ ἐκ τοῦ ἀορίστου δυάδος
ἐν ἑκάστῳ τῶν ἀριθμῶν
τῶν ἀρτίων καὶ περιττῶν
τὸν ἀριθμὸν ἐκ τούτων
ἐκ μονάδος καὶ ἀορίστου
δυάδος. ἐν ἑκάστῳ τῶν
ἀριθμῶν τῶν ἀρτίων καὶ
περιττῶν. ἐκ τούτων
ἐκ μονάδος καὶ ἀορίστου
δυάδος. ἐν ἑκάστῳ τῶν
ἀριθμῶν τῶν ἀρτίων καὶ
περιττῶν. ἐκ τούτων
ἐκ μονάδος καὶ ἀορίστου
δυάδος. ἐν ἑκάστῳ τῶν
ἀριθμῶν τῶν ἀρτίων καὶ
περιττῶν. ἐκ τούτων
ἐκ μονάδος καὶ ἀορίστου
δυάδος. ἐν ἑκάστῳ τῶν
ἀριθμῶν τῶν ἀρτίων καὶ
περιττῶν. ἐκ τούτων

πτεν πτυοι·	α	β	γ	ιε	κε	λε	με	ξε	πε	ε.	ενε	ενε	ξεε	ξξιε
ντπομήκης·	ϛ	ε	ιϛ	κ	λ	μϛ	νε	ξϛ	ϛ	ει	ενϛ	ντε	ξεϛ	στ

	β	γ	ιε	κ	λ	μβ	με	ξα	πα	ϛ
τετρ$^{\text{ων}}$	α	λ	θ	ιϛ	κι	λϛ	μθ	ξα	πα	ϛ
ἑτρομικ$^{\text{ὰ}}$	ε	ϛ	ιϛ	κ	λ	μϛ	με	ο϶	ϛ	ϛα

τὸν ἀνοῦ εἶναι ταὐτὸ τῷ ἐξ οὐ γίγνεσθαι
ὑπάρχειν ἐτρομικὸν δέ, διὰ τὸ ἅπτε-
σθαι τρόμῳ καὶ τρόμον ὡς φιλάγχην
ἐν τοῖς λοιποῖς ζῴοις μετὰ δὸ ἀσθένειαν
γάνου δὲ ταῦτα πρὸς ἑαυτὰ διαφορῶν, εἶναι καὶ τῶν αὐτῶν λόγων
καὶ ἀναπαλίν τῶν αὐτῶν λόγων ἡμεῖν
καὶ τῶν αὐτῶν διαφορῶν· ὅτι δὲ μεταξὺ
τοῦ καὶ νῦν διπλασίονος τοῦτο
ἐστὶ μεταξὺ τοῦ ς καὶ τοῦ δ·
καὶ πάλιν ὅτι μεταξὺ τοῦ ϛ καὶ β· ἢ
τέτταρες καὶ δὶς οὗτος· καὶ ὁ πρὸ
ταὐτοῦ· πρὸς ὃν τὸ ἔτερον· καὶ τοῦ γὰρ
ζίου· ὁ πρὸς τὸ ταὐτόν· ποιόν τι
ἕξις· καὶ πάλιν ὅτι ἀνάλογόν ἐστι τὰ
πάθη τὰ ὁμοειδῆ αὐτῇ διαφορᾶς
τῶν νοήσεων· μονὰς δὶς βὴ λαμ-
βανομένη μέρος λέγεται τοῦ μὲ-
λείου· τὸ δὲ τρίτον ὑπερέχον· ἢ
τοῦ μὲν ἑνὸς τοῦ δ τέτταρα· ἢ δὲ
τοῦ μὲν τέτταρα τοῦ λ ὑπερέχοντος·
καὶ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέν·
καὶ ἐφ' ἕτερον· καὶ ἐφ' ἑαυτὸν ἑκάτερον·
καὶ ἐν ἑαυτῷ ἑκάτερον· καὶ ἐν ἑκατέρῳ
ἑκάτερον· καὶ ἐν ἑκατέρῳ ἑκάτερον·
καὶ ἐν ἑκατέρῳ

κύβοι τῶν τοῦ κζ· ὁζ· ὀθ· οἱ δὲ τῶν τοῦ β· ἐπὶ τοῦ γ· ἐπὶ τοῦ δ· ἐπὶ τοῦ ε· ἐπὶ τοῦ ϛ· ἐπὶ τοῦ ζ· ἐπὶ τοῦ η· ἐπὶ τοῦ θ· ἐπὶ τοῦ ι· ἐπὶ τοῦ ια· ἐπὶ τοῦ ιβ· ἐπὶ τοῦ ιγ· ἐπὶ τοῦ ιδ· ἐπὶ τοῦ ιε· ἐπὶ τοῦ ιϛ· ἐπὶ τοῦ ιζ· ἐπὶ τοῦ ιη· ἐπὶ τοῦ ιθ· ἐπὶ τοῦ κ· ἐπὶ τοῦ κα· ἐπὶ τοῦ κβ· ἐπὶ τοῦ κγ· ἐπὶ τοῦ κδ· ἐπὶ τοῦ κε· ἐπὶ τοῦ κϛ· ἐπὶ τοῦ κζ· ἐπὶ τοῦ κη· ἐπὶ τοῦ κθ· ἐπὶ τοῦ λ· ἐπὶ τοῦ λα· ἐπὶ τοῦ λβ· ἐπὶ τοῦ λγ· ἐπὶ τοῦ λδ· ἐπὶ τοῦ λε· ἐπὶ τοῦ λϛ· ἐπὶ τοῦ λζ· ἐπὶ τοῦ λη· ἐπὶ τοῦ λθ· ἐπὶ τοῦ μ· ἐπὶ τοῦ μα· ἐπὶ τοῦ μβ· ἐπὶ τοῦ μγ· ἐπὶ τοῦ μδ· ἐπὶ τοῦ με· ἐπὶ τοῦ μϛ· ἐπὶ τοῦ μζ· ἐπὶ τοῦ μη· ἐπὶ τοῦ μθ· ἐπὶ τοῦ ν· ἐπὶ τοῦ να· ἐπὶ τοῦ νβ· ἐπὶ τοῦ νγ· ἐπὶ τοῦ νδ· ἐπὶ τοῦ νε· ἐπὶ τοῦ νϛ· ἐπὶ τοῦ νζ· ἐπὶ τοῦ νη· ἐπὶ τοῦ νθ· ἐπὶ τοῦ ξ· ἐπὶ τοῦ ξα· ἐπὶ τοῦ ξβ· ἐπὶ τοῦ ξγ· ἐπὶ τοῦ ξδ· ἐπὶ τοῦ ξε· ἐπὶ τοῦ ξϛ· ἐπὶ τοῦ ξζ· ἐπὶ τοῦ ξη· ἐπὶ τοῦ ξθ· ἐπὶ τοῦ ο· ἐπὶ τοῦ οα· ἐπὶ τοῦ οβ· ἐπὶ τοῦ ογ· ἐπὶ τοῦ οδ· ἐπὶ τοῦ οε· ἐπὶ τοῦ οϛ· ἐπὶ τοῦ οζ· ἐπὶ τοῦ οη· ἐπὶ τοῦ οθ· ἐπὶ τοῦ π· ἐπὶ τοῦ πα· ἐπὶ τοῦ πβ· ἐπὶ τοῦ πγ· ἐπὶ τοῦ πδ· ἐπὶ τοῦ πε· ἐπὶ τοῦ πϛ· ἐπὶ τοῦ πζ· ἐπὶ τοῦ πη· ἐπὶ τοῦ πθ· ἐπὶ τοῦ ϟ· ἐπὶ τοῦ ϟα· ἐπὶ τοῦ ϟβ· ἐπὶ τοῦ ϟγ· ἐπὶ τοῦ ϟδ· ἐπὶ τοῦ ϟε· ἐπὶ τοῦ ϟϛ· ἐπὶ τοῦ ϟζ· ἐπὶ τοῦ ϟη· ἐπὶ τοῦ ϟθ· ἐπὶ τοῦ ρ· ἐπὶ τοῦ ρα· ἐπὶ τοῦ ρβ· ἐπὶ τοῦ ργ· ἐπὶ τοῦ ρδ· ἐπὶ τοῦ ρε· ἐπὶ τοῦ ρϛ· ἐπὶ τοῦ ρζ· ἐπὶ τοῦ ρη· ἐπὶ τοῦ ρθ· ἐπὶ τοῦ σ· ἐπὶ τοῦ σα· ἐπὶ τοῦ σβ· ἐπὶ τοῦ σγ· ἐπὶ τοῦ σδ· ἐπὶ τοῦ σε· ἐπὶ τοῦ σϛ· ἐπὶ τοῦ σζ· ἐπὶ τοῦ ση· ἐπὶ τοῦ σθ· ἐπὶ τοῦ τ· ἐπὶ τοῦ τα· ἐπὶ τοῦ τβ· ἐπὶ τοῦ τγ· ἐπὶ τοῦ τδ· ἐπὶ τοῦ τε· ἐπὶ τοῦ τϛ· ἐπὶ τοῦ τζ· ἐπὶ τοῦ τη· ἐπὶ τοῦ τθ· ἐπὶ τοῦ υ· ἐπὶ τοῦ υα· ἐπὶ τοῦ υβ· ἐπὶ τοῦ υγ· ἐπὶ τοῦ υδ· ἐπὶ τοῦ υε· ἐπὶ τοῦ υϛ· ἐπὶ τοῦ υζ· ἐπὶ τοῦ υη· ἐπὶ τοῦ υθ· ἐπὶ τοῦ φ· ἐπὶ τοῦ φα· ἐπὶ τοῦ φβ· ἐπὶ τοῦ φγ· ἐπὶ τοῦ φδ· ἐπὶ τοῦ φε· ἐπὶ τοῦ φϛ· ἐπὶ τοῦ φζ· ἐπὶ τοῦ φη· ἐπὶ τοῦ φθ· ἐπὶ τοῦ χ· ἐπὶ τοῦ χα· ἐπὶ τοῦ χβ· ἐπὶ τοῦ χγ· ἐπὶ τοῦ χδ· ἐπὶ τοῦ χε· ἐπὶ τοῦ χϛ· ἐπὶ τοῦ χζ· ἐπὶ τοῦ χη· ἐπὶ τοῦ χθ· ἐπὶ τοῦ ψ· ἐπὶ τοῦ ψα· ἐπὶ τοῦ ψβ· ἐπὶ τοῦ ψγ· ἐπὶ τοῦ ψδ· ἐπὶ τοῦ ψε· ἐπὶ τοῦ ψϛ· ἐπὶ τοῦ ψζ· ἐπὶ τοῦ ψη· ἐπὶ τοῦ ψθ· ἐπὶ τοῦ ω· ἐπὶ τοῦ ωα· ἐπὶ τοῦ ωβ· ἐπὶ τοῦ ωγ· ἐπὶ τοῦ ωδ· ἐπὶ τοῦ ωε· ἐπὶ τοῦ ωϛ· ἐπὶ τοῦ ωζ· ἐπὶ τοῦ ωη· ἐπὶ τοῦ ωθ· ἐπὶ τοῦ ϡ· ἐπὶ τοῦ ϡα· ἐπὶ τοῦ ϡβ· ἐπὶ τοῦ ϡγ· ἐπὶ τοῦ ϡδ· ἐπὶ τοῦ ϡε· ἐπὶ τοῦ ϡϛ· ἐπὶ τοῦ ϡζ· ἐπὶ τοῦ ϡη· ἐπὶ τοῦ ϡθ· ἐπὶ τοῦ ϡ· ἐπὶ τοῦ ϡα· ἐπὶ τοῦ ϡβ· ἐπὶ τοῦ ϡγ· ἐπὶ τοῦ ϡδ· ἐπὶ τοῦ ϡε· ἐπὶ τοῦ ϡϛ· ἐπὶ τοῦ ϡζ· ἐπὶ τοῦ ϡη· ἐπὶ τοῦ ϡθ·

πλευρὰ ζωγ τὸν θ· πολυσθείς τοῦ κζ κύβου τὸν ϡνόμῳ τὸν δ τέτ ὄν· λ

ιβ· πῶς ἔστι· οἱα· οἱε· οἱκξ· διασωθείσης· ποιοῦσι τὸν ξ ἕκαστον κύβον· καὶ δὲ τοὺς προκειμ· πάντες πρῶτοι· ὁνα· ὁνε· ὁκε· ὁκζ· ὁνθ· τὸν ξκς· ἐν αὐτῷ τοῦ κύβου· ϡνόμῳ· ἐκτ κε τετράγωνῳ· καὶ αὐτοῦ ἐγινόμεθ· ὧν γίνεται τὸ ἐλλογον ὂξ· οἱ μὲν τὸ τοῦ προκειμ· ἀποτελοῦσι· πρῶτοι· λα· λτ· λε· λζ· λθ· μα· τὸν στ· γενόμενον οἷς κτ· λς· βξ· ἀκ· τοῦ· πολοῦσι· καὶ οὗς ἐὰν παρεμπ· ὧν οἱ αἱ πρὸς τὸν πρώτου· τῷ πῖ ἀφαιρεθέντων· καὶ οἷς κτ· ἀπὸ λβ· τοῦ· τὰ λοιπὰ· τὰ δὲ ἐπὶ τοῖς τῶν πρώτων· ἐὰν τὸ μεῖζον ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος ἀφαιρῶσι· καὶ οἷς κτ· ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος· καὶ ἀφαιρεθὲν τὸ λοιπὸν πρὸς τὸν πρῶτον· πάλιν ἀφαιρῶσι· καὶ τὰ λοιπὰ· ἕως ἂν ἕν γένηται· καὶ ἀφαιρεθῇ· ἢ ἀφαιρεθέντα· ἴσα γένηται· οἷον τὰ τρία τῶν δύο· καὶ τὸ ἓν τῶν τριῶν· ἢ ἀφαιρεθῇ· ἢ ἀφαιρεθέντα· ἴσα γένηται· οἷον τὰ δύο τῶν τριῶν· καὶ τὸ ἓν τῶν δύο

Περὶ ἀναλογιῶν τρόπον προθέντας,

ἐφ' ὧν πρῶτον ἐπισκεπτέον ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν ἢ γεωμετρικὴν δεῖ μᾶλλον διδάσκειν. καὶ τὸν μὲν τῆς ἀναλογίας ἀριθμὸν ἁπλοῦν εἶναι δεῖ καὶ ἀσύνθετον· τὸν δὲ τῆς ἀναλογίας ὄγκον ἀσύνθετον μὲν οὐκ ἀναγκαῖον εἶναι, ἱκανῶς δὲ διῃρῆσθαι δεῖ. καὶ ἀσύνθετον μὲν ἀριθμὸν λέγω τὸν μονάδι μόνῃ μετρούμενον· ἀσύνθετον δὲ ὄγκον τὸν τοιοῦτον, ὃν ἐπίπεδος ἀριθμὸς ἐπὶ γραμμὴν ἀριθμὸν ἐλθὼν ποιεῖ· ἐπίπεδον δὲ ἀριθμὸν τὸν δύο ἀριθμοὺς ἐπὶ ἀλλήλους ἐλθόντας ποιοῦντα· γραμμὴν δὲ ἀριθμὸν τὸν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐπὶ ἀλλήλους ἐλθόντας ποιοῦντα· ἐπίπεδον δὲ ἀριθμοὶ εἰσὶν οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους μόνην ἔχοντες μετρητὴν τὴν ἑκάτερον αὐτῶν ἑκάστοτε μετροῦσαν μονάδα· γραμμὴν δὲ ἀριθμοὶ εἰσὶν οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους μόνην ἔχοντες μετρητὴν τὴν ἑκάτερον αὐτῶν ἑκάστοτε μετροῦσαν μονάδα· ἐπίπεδος δὲ ἀριθμὸς ὁ δύο ἀριθμοὺς ἴσους ἀλλήλοις ἢ ὁμοίους ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἢ ὁ δύο ἴσους ἢ ὁμοίους ἀλλήλοις ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας· ὅμοιοι δὲ ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν οἱ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντες· στερεὸς δὲ ἀριθμὸς ὁ τρεῖς ἀριθμοὺς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας· ἢ ὁ τρεῖς ἴσους ἢ ὁμοίους ἀλλήλοις ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας· ὅμοιοι δὲ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν οἱ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντες· τέλειος ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς μέρεσιν ἑαυτοῦ ἰσάκις ἰσος ὢν καὶ ὁμοίως· ὑπερτέλειος δὲ ἀριθμὸς ἐστιν ὁ τοῖς μέρεσιν ἑαυτοῦ ἰσάκις ἐλάσσων ὢν καὶ ὁμοίως· ἐλλιπὴς δὲ ἀριθμὸς ἐστιν ὁ τοῖς μέρεσιν ἑαυτοῦ ἰσάκις ὑπερέχων καὶ ὁμοίως.

ἀναλογία ἐστὶ γεωμετρικὴ μὲν ἡ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις τὸ ἀνάλογον ἔχουσα· ἐν δὲ ἀριθμητικῇ ἀναλογίᾳ ἐλαχίστοις ὅροις ἐν τρισὶν οὐκ ἔστιν ἡ ἀναλογία· ἐν δὲ ἀριθμοῖς πλείοσιν ἔστιν ἡ ἀναλογία· ἐν δὲ ἀριθμοῖς πλείοσιν ἔστιν ἡ ἀναλογία, ὅταν ὁ μεσάκις λαμβανόμενος ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἀριθμοῦ τοσαύτας μονάδας ἔχῃ ὅσους ὁ μεσάκις λαμβανόμενος ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀριθμοῦ· ἢ ὁ μεσάκις λαμβανόμενος ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀριθμοῦ τοσαύτας μονάδας ἔχῃ ὅσους ὁ μεσάκις λαμβανόμενος ἀπὸ τοῦ ἐλάσσ

62

ἐστιν οὖν ἀριθμητική κ'

Καὶ μὴν καὶ γραμμὴ φησὶ τῶν
αὐτόθεν ἐνάρτιαί εἰσι κατὰ
μηνοειδεῖς γραμμὰς δι' ὧν ὁ τὸν
μηνοειδῆ αὐτῆς τῶν τριῶν ἀρι-
θμῶν κατὰ πόσον τὸ διάφορον
καὶ ζητοῦσι τὴν φύσιν τῆς ὅλο
γραμμῆς πρὶ αὐτῶν· αὐτὴ δὲ
καὶ πόσον τὸ διάφορον ἐν
τοῖς καθ' αὑτὴν φύσει καὶ τάξει
ἐν κατὰ ἀριθμοῖς εἰσὶν· οἷ)
ὧν ἐπὶ τοῦ ζ' ὅμοιός τῶν ἀρι-
θμῶν ὁ β' τ' καὶ μείζεις οὗ βάλ
μὴν ἐν θέσιν αὐτῶν τῆς κατ'
ὧν καὶ μείζεις οὗ πρὸς διάφορ
τὰ πρὸς τὰ β' τὰ αὐτὰ μὲν
πρὸς τὰ β' καὶ τὰ
πρὸς τὰ δ' μονάδι πρὸς
τῶν ἐλαττόνων ἐστὶν
καὶ οἱ ἐλάττονες τῶν μείζο
ἐλλιπῶσαι οἱ σῶν ἐξ ἑνὸς
μόνου λόγου μείζονται· οὐκέτι δ'
αὐτὸν οἱ δύο πρὸς ἀλλήλ
φέρουσιν· μείζων γὰρ ἐστὶν
ἡ μείζων τῶν δύο τῆς
δὲ τῆς μονάδος δ' πλασία
πάλιν ἡ σύστασις ἡ αὐτο
ἡγεμονίας ἡ δὲ τελείας
δυάδος ἐπὶ δέκα· ὃς
τοῦτο εἰσὶν ἐπίπεδος ὃ)
δ' τῶν ἐπίπεδος ὃ ἐπί
θέσεις αὐτῶν ὁμοίως.

Καὶ μὴν καὶ ἀριθμητικὴ ἀναλογία
τὴν αἴσθησιν ἡ κατ' ἐνάντιον.
καὶ ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν ἡ ἀναλογία
ἐστὶν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς ὑπεροχή τις
ἡ πλειόνων ὄντων ἴσοις ἀλλήλοις
καὶ ἐπὶ νοουμένων. καὶ αὐτὴ κατὰ ποῖόν τι τὰ
διαφορὰ δεῖ σκοπεῖται μεταξὺ τῶν ὅρων
ὑπερέχουσα μείζονι τοιλόγος ὁ αὐτὸς ᾧ
ὅροις πρὸς ἄλληλούς εἰσὶν αὐτοὶ οἷον ἀ β'
γ' δ' ε' ς' ζ' η' θ' ι' ια' ιβ' ιγ' ἐν δὲ τῇ
φυσικῇ ταύτῃ ἐκθέσει τοῦ ῥιθμοῦ σωῆς
καὶ ἐν ὑπὸ βάτως βεβαιοῦσθαι δεῖ
σκέψεως πρὸς τί ποτ' ἐστὶν ἀναλογία
μέσον τε λαμβάνοντας τὸν ἀριθμητικὸν ὃς
αὐτοὺς διασῴζων μέσος τὰ ἴσα αὐτὸς
αἱ διαφοραὶ αὐτοῦ φοὶ πρὸς τοὺς καθ'
ἑωθεῖ τεταγμένους· οὐδενὶ δ' ἐστὶ καὶ λόγῳ
ὃ αὐτὸς ὁρίζει ἐν αὐτοῖς ἐν ἀριθμοῖς
ὡς ἐν τῇ τοιαύτῃ ἐκθέσει· σῶν ἐν μέσῃ τῷ
καὶ διὰ τοῦτο ἐν μέσῃ τὰ μέσος.

πρὶ ἀρμονικῆς μεσότητος.

Ἐστιν οὖν ἀρμονικὴ μεσότης, ὅταν τῶν τρι-
ῶν ὅρων ὁ ἐν πλειόνων ὅσων ὑπερβολῇ ὑπερέχῃ
καὶ πρὸς ἐννοούμενον μὲν αὐτὸν κατὰ ποῖόν τι τὰ
διαφορὰ δεῖ σκοπεῖται μεταξὺ τῶν ὅρων
ὑπερέχουσα μείζονι τοιλόγος ὁ αὐτὸς ᾧ
ὅροις πρὸς ἄλληλούς εἰσὶν αὐτοὶ οἷον ἀ β'
γ' δ' ε' ς' ζ' η' θ' ι' ια' ιβ' ιγ' ἐν δὲ τῇ
φυσικῇ ταύτῃ ἐκθέσει τοῦ ῥιθμοῦ σωῆς
καὶ ἐν ὑπὸ βάτως βεβαιοῦσθαι δεῖ
σκέψεως πρὸς τί ποτ' ἐστὶν ἀναλογία
μέσον τε λαμβάνοντας τὸν ἀριθμητικὸν ὃς
αὐτοὺς διασῴζων μέσος τὰ ἴσα αὐτὸς
αἱ διαφοραὶ αὐτοῦ φοὶ πρὸς τοὺς καθ'
ἑωθεῖ τεταγμένους· οὐδενὶ δ' ἐστὶ καὶ λόγῳ
ὃ αὐτὸς ὁρίζει ἐν αὐτοῖς ἐν ἀριθμοῖς
ὡς ἐν τῇ τοιαύτῃ ἐκθέσει· σῶν ἐν μέσῃ τῷ
καὶ διὰ τοῦτο ἐν μέσῃ τὰ μέσος.

Δον

Τέταρτον δὲ καὶ ὑπερέχον πάντας
ἴσους ἀλλήλοις οἱ ἐν τοῖς ἐλάττοσι
ὅροις λόγοι οὗτοι κείμενοι πρὸς τοῖς ἐν
τοῖς μείζοσι μείζονα δείκνυται
δὲ οὕτως ἐπὶ μὲν τῶν ἐλαττόνων οἱ ἐν
τοῖς μείζοσι μείζονα καὶ οἱ ἐν τοῖς
ἐλάττοσιν ἐλάττονα· διὰ τοῦτο
πᾶν τρίγωνον πᾶν εὐθύγραμμον τῷ
δείκνυται μὲν ὅτι ἴσον ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν
ἐφεστώτων αὐτοῖς πλευρῶν ἐν
τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοις
κείμενοι τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν ὅροις
κειμένοις λόγοις ἀλλ' οὐκ ἐπὶ
ἴσους· ἐνταῦθα δὲ καὶ ἐπὶ ἴσους
ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων
αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν
ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν
τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις
λόγοις· ἐπὶ ἴσους δὲ διὰ τὸ
πᾶν τρίγωνον πᾶν εὐθύγραμμον
ἴσον εἶναι τῷ δείκνυται μὲν ὅτι
ἴσον ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων
αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν
ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν
τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις
λόγοις ἀλλ' οὐκ ἐπὶ ἴσους·
ἐνταῦθα δὲ καὶ ἐπὶ ἴσους
ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων
αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν
ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν
τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις
λόγοις· διὰ τοῦτο πᾶν τρίγωνον
πᾶν εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶν
ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων αὐτοῖς
πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις
λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν τοῖς
μείζοσιν ὅροις κειμένοις λόγοις.

Τέταρτον δὲ καὶ ὑπερέχον πάντας ἴσους ἀλλήλοις οἱ ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοι οὗτοι κείμενοι πρὸς τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν μείζονα δείκνυται δὲ οὕτως ἐπὶ μὲν τῶν ἐλαττόνων οἱ ἐν τοῖς μείζοσιν μείζονα καὶ οἱ ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ἐλάττονα· διὰ τοῦτο πᾶν τρίγωνον πᾶν εὐθύγραμμον τῷ δείκνυται μὲν ὅτι ἴσον ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις λόγοις ἀλλ' οὐκ ἐπὶ ἴσους· ἐνταῦθα δὲ καὶ ἐπὶ ἴσους ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις λόγοις· διὰ τοῦτο πᾶν τρίγωνον πᾶν εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις λόγοις.

τέταρτον δὲ καὶ ὑπερέχον πάντας ἴσους ἀλλήλοις οἱ ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοι οὗτοι κείμενοι πρὸς τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν μείζονα δείκνυται δὲ οὕτως ἐπὶ μὲν τῶν ἐλαττόνων οἱ ἐν τοῖς μείζοσιν μείζονα καὶ οἱ ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ἐλάττονα· διὰ τοῦτο πᾶν τρίγωνον πᾶν εὐθύγραμμον τῷ δείκνυται μὲν ὅτι ἴσον ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις λόγοις ἀλλ' οὐκ ἐπὶ ἴσους· ἐνταῦθα δὲ καὶ ἐπὶ ἴσους ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις λόγοις· διὰ τοῦτο πᾶν τρίγωνον πᾶν εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶν ἑκάστῃ τῶν ἐφεστώτων αὐτοῖς πλευρῶν ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις λόγοις κειμένοις τοῖς ἐν τοῖς μείζοσιν ὅροις κειμένοις λόγοις.

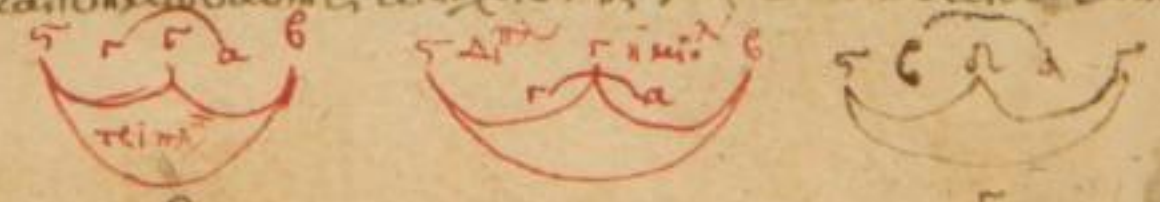
τὰ ἐπὶ τῶν ἀνίσων κύκλων ὅμοια τμήματα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν βάσεων τετράγωνα

τὰ ἐπὶ τῶν ἀνίσων κύκλων ὅμοια τμήματα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν βάσεων τετράγωνα

τὰ ἐπὶ τῶν ἀνίσων κύκλων ὅμοια τμήματα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν βάσεων τετράγωνα

πήχεων

α	κ	θ	ιε	κε	λε
ιγ	ε	ιβ	κ	λ	με



μετα λαμβανουσης δε της ευθειας
συμπιπτωσιν αλλω διαστηματι ων
τη μεση δη διαστασεως. αλλου βαινοντος
τοπου αποτελειται δη και δευτερα αιτεο λι
θοειδης γραμμη. δηλη δε εστω η κα
τα τους γ κη. και ειτω ευθεια η κα
και ιτω τοινυν ο δια των αλλων τομεων
μεσου ορους διαστημα και μια των
διαφορων των τοιουτων. ουτως και
δηλη δε εστω η κα. και μια των
αλλων τομεων ορους διαστημα
και μια των διαφορων των τοιουτων
και ουτος του ελαττονος ορους διαστη
μα των ακρων εστω η βδ. δι ημισεια δε
των μειζονων ορων εστω η βγ. και
γραμμη κωνικη. ομοιως τη αλ. διαφορα
κατα στερεον κωνικην των αυτων και
εκκεντροτητων αυτων. μειζονα δε και
πεσει δη η πρωτον. δηλον ουν. β.
ων μεταξυ αυτης εστω γραμμη η αλ. ζητειτε
πως δη τα τοιαυτα και τινα δ. και ειτω
οτι μεν ουν πρωτον ουτινα δηλον
εστω ημιολιον και εστιν κε. και τα απο κολο
βωθεντα αυτης σωζεται παντα. και τα
συνεστηκοτα οσα προς αυτον. ουτως
διαφορα προς διαφορας δηλα εστω δη
και ο των μειζονων τουτεστι ο
ουτος του ελαττονος επι φερη. και η των
ακρων εστω βδ. δι ημισεια δε των
των ελαττονων ορων ημισυ εστω
γαπου ουσεια δε των απολλωνιου διαφορων
τριακοντα ω. και ο των μειζονων
μερει τινι μειζων επεχει και η αι τον
ακρων εστω δι ακρου βεως ουση
ορθοις ορωνιαις ισα. εαν δε τινι κ
μεθοτα δε βαλω. ως του στερεου

ιτ ιδ. ο δικλ του δι
τετραπλασιος και ο δι
του και ο δι λ ενι παντα
ισα εστω τοις απο ιδ
λοιποις αυτα. ομοιως δε και
μεταιρηται παντα τα απο
ισα τοις απο ιε τετρα
πλασιος εστω ο δι κ
και επι μεσων των. εστω δε
επι μειζονων τουτω
επι μεσ επι των αυτων
και δι ιτ ενι παντα
ισα

ὁμοιογενῶν ἀπὸ πυθαγόρου διαμάχαι.
τρεῖς δὲ πρὸς κίναιδος ὑπερβολῆς.
τρεῖς μὲν ἐκ κίναιδος ὑπερβολῆς ἀφῆς.
καὶ διὰ τετάρτου ἀρμονίας ἐνδεκάτου.
ἴδιαι δέ τινας ἑκάστας κινοῦντ
τοὺς τοιούτων ὅρους τὰ καὶ διαφορὰς ἑκάστ
τινὰ οὐκ ἀνάγκη φανερὰ εἶναι τοῖς τῶν
μαθημάτων σπουδαστὰς ἀλλ' ὅσοις τε
χρήσιμον ἐπιστῆσαι καὶ ἀκοῦσαι ὅσ'
ἐστὶ δοκεῖν ἀληθῆ εἰρῆσθαι. πρώτη μὲν γὰρ αὕτη ἑβδόμων
δὲ ἐστὶ πρὸς βόμβον ἡ διὰ πασῶν, ὅταν ἡ
μείζων προσλάβῃ τόνον, οὕτως καὶ
ἐν τῶν αὐτῶν διαφορά, πρὸς τὴν τοῦ
ἡμιτόνων. οἷον, ἀπὸ τ. ἡμιόλιός ἐστὶ
ὅλοις ἐκ δύο καὶ μορίου οὐκείου ἐνόρᾶται·
ὀγδόη δὲ μείζων ἡ ἐστὶ τούτων διὰ πασῶν
γίνεται. ὅταν ἡ μείζων προσλάβῃ τόνον,
οὕτως ἐστὶν ἐν τῶν ἄκρων διαφορά· πρὸς τὴν
τῶν μειζόνων διαφορὰν· οἷον· τ. ζ. θ·
καὶ αὕτη γὰρ ἡμιολίους ἐχει τοὺς δύο
ὅρους ἐν ἀριθμοῖς ἐν τῇ πρώτῃ δυάδι
τετάρτῃ δὲ ἐστὶν ὧν ἡ ἐλάττων τρεῖς
ἔχει· ὁ τὸν ἡμιόλιον ὅρον οὗτος οὗ
ἐστὶν ἡμιόλιος, τοῦτο καὶ
ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν μειζόνων
ἓξ ἐστὶ τ. ζ. καὶ ἐπὶ πάσας δὲ καὶ
μείζων ἁρμονίας ἐκβαίνει ὁρᾶται· ὁ τὸν ἐν
ὅροις ἡμιόλιος πρὸς τὸν ἐλάττονα· οὕτω
καὶ ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ πρὸς τὴν
διαφορὰν τῶν μειζόνων· οἷον τ. ε. ι.
ἡ δὲ ἐπίτριτος ἐν ὅροις ἐκ τεσσάρων ἐστὶν
ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ πρὸς
τὴν τῶν μειζόνων· οἷον τ. δ. ιβ.
ἡ δὲ ἐπιτέταρτος ἐν ὅροις ἐκ πέντε
ἐστὶν ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ
πρὸς τὴν τῶν μειζόνων· οἷον τ. ε. ιδ.
ἡ δὲ ἐπιπεμπτος ἐν ὅροις ἐκ ἕξ
ἐστὶν ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ
πρὸς τὴν τῶν μειζόνων· οἷον τ. ε. ιθ.
ἡ δὲ ἐπίεκτος ἐν ὅροις ἐκ ἑπτὰ
ἐστὶν ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ
πρὸς τὴν τῶν μειζόνων· οἷον τ. ε. κδ.
ἡ δὲ ἐπίογδοος ἐν ὅροις ἐκ ὀκτὼ
ἐστὶν ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ
πρὸς τὴν τῶν μειζόνων· οἷον τ. ε. κθ.

ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐλαττόνων ἡμιολίων.
ἀλλὰ καὶ ἡ διαφορὰ τούτων πρὸς
τὰ τρία ταῦτα ἡμιόλιός ἐστὶ
τὴν διαφορὰν τῶν πρώτων.
τοῦτο δὲ ἐστὶν οὗ ἡ ὀγδόη ὅρος
ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ἡμιολίοις ἐστὶν
ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄκρων διαφορὰ τῶν ἄκρων. ἐν
τοῦτο δὲ καὶ τοῦ ἐπιτρίτου ἐστὶν ἡμιόλιος
τετ. καὶ ἡμιόλιος ἐστὶ τῆς τῶν μειζόνων
ζόνων διαφορᾶς τοῦ ἐπιτρίτου
καὶ ἐν ὁμοίως τοῖς ἐλάττοσιν ἡμιολίοις
ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄκρων διαφορὰ
τοῦ ἐπιτρίτου ἡμιόλιός ἐστὶν
ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ ἐπιτετάρτου ἐστὶν ἡμιόλιος
τοῦ ἐπιπέμπτου ἐστὶν ἡμιόλιος
τοῦ ἐπιέκτου ἐστὶν ἡμιόλιος
τοῦ ἐπιογδόου ἐστὶν ἡμιόλιος:

ὁμοίως δὲ καὶ τῶν μειζόνων ἡμιολίων
ὑπερέχει δὲ τοῦ ἐπιτρίτου ἐστὶν ἡμιόλιος
μορίων καὶ ἡμιολίων ἐστὶν ἡμιόλιος
ἀνάλογον τοῦτο πρώτου ἐστὶν ἡμιόλιος ἡ
οὗ ὅρος τοῦ λυ. ἡμιόλιος ἐστὶν
ἐπὶ πᾶσι δὲ καὶ
ὁμοίως δὲ καὶ ἐλλείποντος ἐλάττονι ὅρῳ
ἀπὸ τοῦ πρώτου ἐστὶν ἡμιόλιος ἡ
ἀνάλογον τοῦτο πρώτου ἐστὶν ἡμιόλιος ἡ

λοιπὸν καὶ πρὸ τῆς τῆς πόλεως τείχη διαφόρως πλοῦτον πρὸς κτῆσιν, ἐν βεμὲ διαφθοράσεως οὐσίας τὸ δὲ χεροίεως ταῦτης οὔσης εἰς πᾶσαν τὴν ἐν μέσοις καὶ φύσεως ὁλοτελῆ, πεκοπὴν. κύειος τὸ αὐτὴν καὶ (ε) σάλνθως δρεπονίας δὲ λεχθῆν μέρη, παρὰ τὰς ἄλλας ἱππρεμὴ, ταῦτης τὸς μὴ δίκαια μέν μὲ τὴν μεθότητι (υ) δεομένης ἀλλὰ δύσιν. ἵνα οὕτω τείχη δίκαιον τὸ. ὡς ὀκύβοος, δρεπονία πρόβεμὲ ὁσίως σὺ φυλῆς. Ὅταν τοίνυν ὦσι ὄρφυ δ' κρων τῆς διαφόρων δὲ μεφόντων. ἅτε τοίνυν ἴσων τοὺς δίκης ἵνα κύβος κ'. ἰσοπλεύρους δὲ ἴσους τοὺς δίκης. ἵνα ὁ καλὸς δύο ἔρεις δεῖ σκον δυνάμει σον δὲ λοιδέρεις ἐναλλὰξ πεδίους δ' κρους τοὺς αὐτοὺς σώζοντας λούους. καὶ δὲ νακεῖς ὡς τὸ πολεμοῦσι ὧν δὲ τῶν τὸν δρεπονικὸν ὑφ' ὃν τοὺς δὲ λοιπὸν. ἀπὸ τὴν τῶν δρέων.

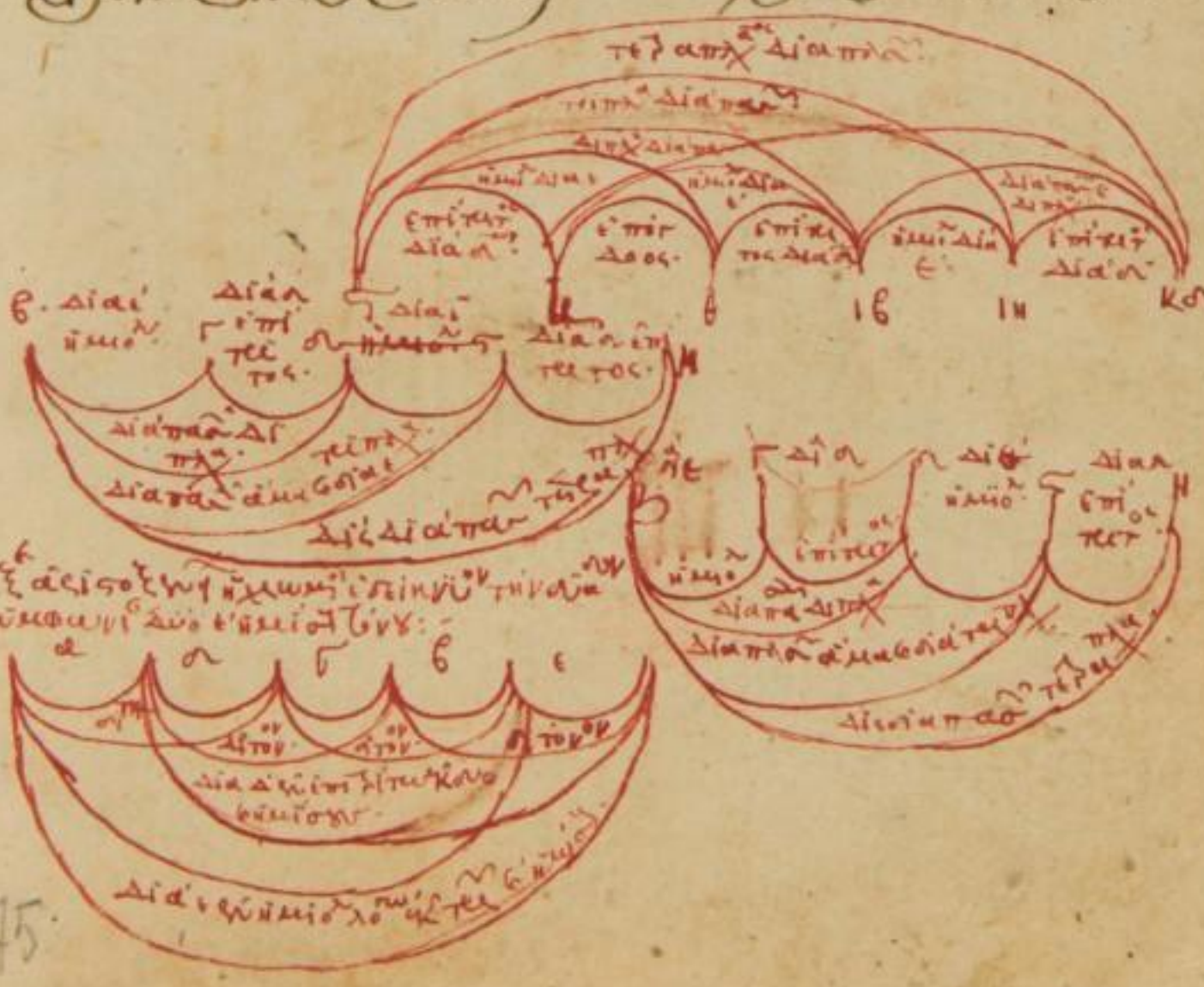
ἀναλογίων μεταχειρίζεται λόγον. ὃν μὲν γὰρ πρὸς τοὺς τῶν ἐχθρῶν πολεμίους λέγει τὸν τοῦ κύβου τοῦτον δὲ τειχισθῆναι τὴν δρεπονίαν ἀνάλογον πρὸς τὴν φύσιν τὴν ἐν αὐτῷ πρὸς τὴν φύσιν τῆς καὶ τὴν δεμνικὴν καὶ δρεπονικὴν. καὶ τῶν τὸν πρὸς τοῖς ἀριθμοῖς ἀναλογίας δίδασκαλον. ὡς ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων δρεμνῶν, οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἀναφαλαίωσιν πῶς ἂν αὐτὰ τὰ τοῦτο δημοσίαν πρὸς ἓν φύσιν. ἐν καὶ μεμνῆσθαι τῶν ἄλλων φύσεων δρεμνῶν ἔστω. ἵνα ταῦτα δὲ πάλιν. δύο δὲ εἰς μέσον τὰς. ἓν τὰ αὐτὰ μεῶν δρεμνοί. δύο εἰς ἂν δοῦναι μέσον τὸ ἀριθμοῦ δὲ ὧν. καὶ τὸ δὲ ἀναλαβεῖν δύο ὧν δύο τῶν δ' κρων. καὶ δύο τῶν μέσων εἰς τὸν δ' κρων. ἓξ ὧν δύο ἴσοι τῶν δ' κρων. ἓξ ὧν δύο ἄνισ

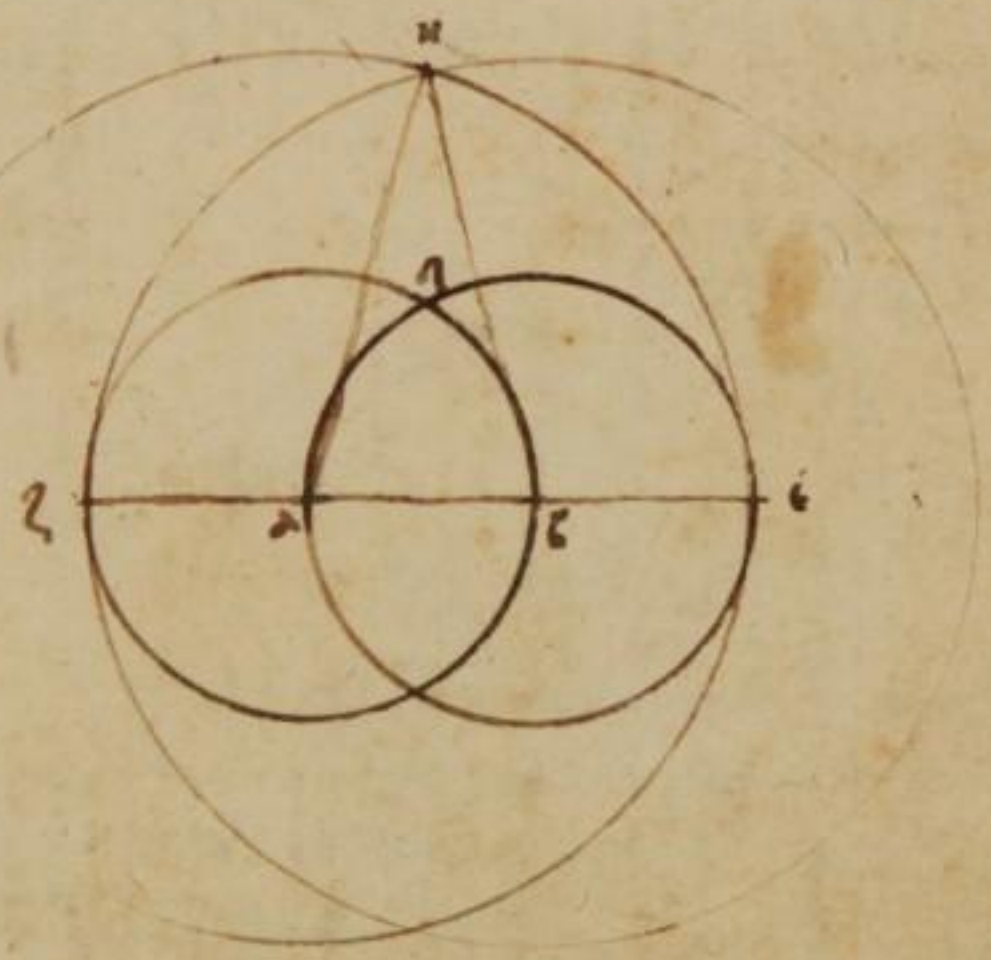
ὅταν διχῶν φωνῶν

Καὶ δωσὶν ἀπὸ αὐτοῖς θηκῶν ποδισμὸς τὰ· καὶ ἴδωμεν ἡ τὰ πάντα λόγου σώζεσθαι ἢ οἷς· ϙ· θ· ιβ· ἀκροσελήνου ὀξ· καὶ ὁ ιβ μεσόδ, ὃ ϙ καὶ ὁ θ· ἡ νεὶς σὺν ὀξ· καὶ ὁ ιβ· σκαληνοὶ οὗτοι δύο χωρὶς ὁμοίου πρὸς ἀπλᾶς β· καὶ τρεῖς β· ὁ δὲ ιβ λοιπλαυσίου αὐτοῦ· διὰ πέντε ὀξ· καὶ δὶς ἡ ιβ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ τῶν μέσων ὁμοίων ἡ· ἀπλᾶς β· διὰ· ὅσα μείζων ἡ φθορὰ τῶν τριῶν ὅ· ἀπὸ τοῦ ἀπλᾶς τεῦ· καὶ δὶς ὁ κὶς τοῦ διὰ πέντε ὁμοίου καλεῖται ὃ μὲν οὖν καλεῖται πρὸς ὀλιγότητα διαστάσεως ἐπιμερισμός· τὸ δὲ ἀπὸ τῶν μέσων ὁμοίων ἡ· ϙ· ιβ· ὃ κατὰ οὖν τὸν ἐπιμερισμὸν τὸν τῆς ὀξείας πρὸς τὴν βαρεῖαν ἐστὶν ἐπόγδοον ἕβδομον· διαφορὰ δὲ ἐστὶν ἡ ὑπερέχουσα τῶν ὀξειῶν τὴν βαρεῖαν· ἐστὶ δὲ ἡ ἐπόγδοον ἕβδομον· ἐπιμερισμὸς δὲ ἐστὶν ὅταν ὁ ἐλάττων ὅρος τοῦ μείζονος ὅρου μέρος ἐπιτρίτον ἐπιμερίζηται· ἐπόγδοον δὲ ἕβδομον ἐστὶν ὅταν ὁ ἐλάττων ὅρος τοῦ μείζονος ὅρου μέρος ἐπόγδοον ἐπιμερίζηται· ἐπιτρίτου

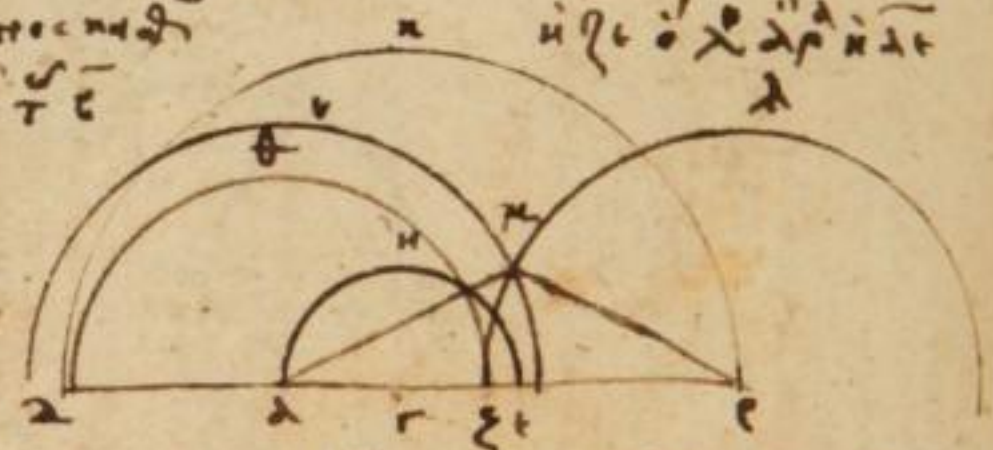
...ται δὲ τοῦτο ἐν διαφέρεια λαβεῖν· ὅθ' τοῦ διὰ ὧν δέ πω τοῖς δισὶν ἀπόλου
|β ἐπιδέχεται· ἢ καὶ οὕτως· ὡς ἐπιδέχεται τοὺς ὅ· ἢ τοῦ δὲ τῆς τῶν αὐτοῦ
τετάρτου δύο καὶ δέκα· τοῦτον ἐπιδέχεται ὁ ὃν ἀπὸ τοῦ |β τοῖς αὐτοῖς τριάκοντα
χλιάδας· τετ' τοῦ |β· καὶ οὐκ ἔστ' ἄλογον· εἰ γὰρ καὶ πάλιν ἐπὶ τὸν δὲ μεγάλου ἀριθμοῦ
οὕτως καὶ ὁ θ ἐπιδέχεται ἀπὸ τοῦ |β τετάρτου δὲ τῶν αὐτοῦ τετάρτου τετ' τοῦ δβ·
τοῦ β· καὶ ἔστιν ἡ πρόσταξις· ἢ ὃς |β πρόσταξον· ὡς ἐπὶ τετ' τοῦ λόγου ὃν |β,
λοιπὸν δὲ ὃ πρόσταξον· χρήσιμον ἐν
τῷ διορθῶσαι· ὃ πάντες τὸν κοινὸν πάντων
τῶν ἐν μέσοις καὶ λόγων· ἀεὶ τε καὶ γινώσκειν
ἐν τῷ τρόπῳ· ὅτι ἀεὶ καὶ ἐν διαφορᾷ
τῶν πρώτων καὶ εἰς σχεδὸν ἀπείρων
(ὡς φασιν· πρὸς ἄλληλα ἐπιδέχεται·
καὶ πρὸς ἐνίους τῶν ἐν μέσοις οὐ
ἐπιδέχεται ὁ ξύμβεβηκος·
τοῦτο δὲ τῶν πρώτων ἐν πρώτῃ εἰσαγωγῇ
ὅρκειτω· + ⳨ ⳨ ⳨

τὴν διάστασιν ποιοῦσιν· ὅτε
ἢ πρόσταξον ἢ ὃς |β πρόσταξον |ε,
ἐν μέσοις ὁ λόγος ὁ |β διὰ πάντων
|ε· δι' ὅλου ἐπόγδοος |β πρὸς |ε,
οἵ εἰσιν ὅ· καὶ ὁ ἐπόγδοος |β
πρὸς τὸν |ε ἐν μέσοις ἐστὶ
τοῖς τε πλαισίοις ὅ τε β καὶ
διὰ πάντων ἀποτηροῦσιν· ἢ δὲ
ἐπέροχος τοῦ πρώτου πρὸς τὸν δεύτερον
ἐστὶν· καὶ ὁ ἐπέροχος τοῦ
αὐτοῦ πρώτου πρὸς τὸν |ε
μονὰς ὁ δὲ πλησίον τοῦ
ὃς ἐστὶν ὁ δι' ἀπέχων· καὶ ὁ
δ|ε πάλιν· αὐτὸς δὲ πάλιν ὁ ἐπέροχος τοῦ πρώτου πρὸς τὸν |ε· μονὰς· ὃς
ἐστὶν ὁ δι' ἀπέχων· καὶ ὁ τοῦ δεύτερου πρὸς τὸν |ε· χίλιοι ὀκτακόσιοι πέντε·
κοινὸν δὲ μέτρον ἐστὶ πάντων τῶν ἐν μέσοις καὶ λόγων· διὸ καὶ ὁ τοῦ
πολλαπλασιάσας ἀριθμὸς τὸν ἐπιμόριον· πρὸς ἑαυτὸν ἐπὶ τὸν ἔλαττονα ὅρον· πρὸς τὸν ἐφεξῆς
ὅρον τὸν ἐπιμόριον ἐποίησε· καὶ ἀφῆκεν ἐν ἑαυτῷ τὸν πρὸς ἑαυτὸν ἐπὶ τὸν ἔλαττονα
ὅρον· καὶ ἐποίησε τὸν ἐφεξῆς ὅρον τὸν ἐπιμόριον· καὶ ἀεὶ τοῦτο ποιήσει ἐν πάσῃ
ἀναλογίᾳ· ὅτε ἐν ἀριθμοῖς ἐστὶν ἡ ἀναλογία· καὶ ἐν μεγέθεσιν ἐὰν ἐπὶ πάντων
ὁ αὐτὸς λόγος ὑπάρχῃ· ὅρκειτω· + ⳨ ⳨ ⳨

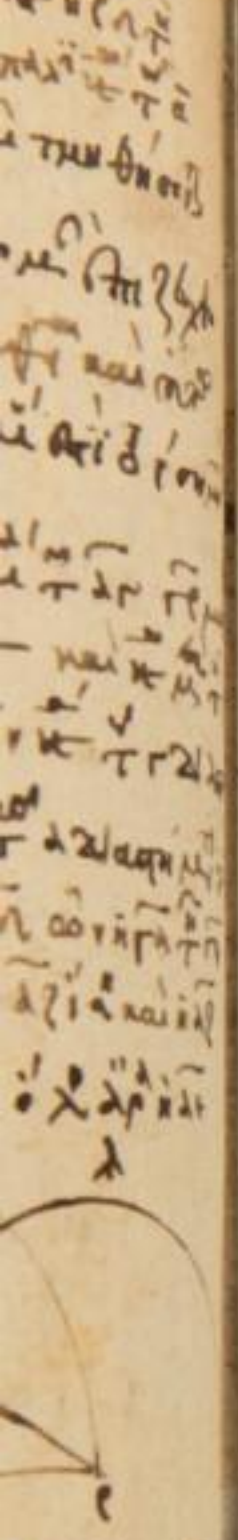


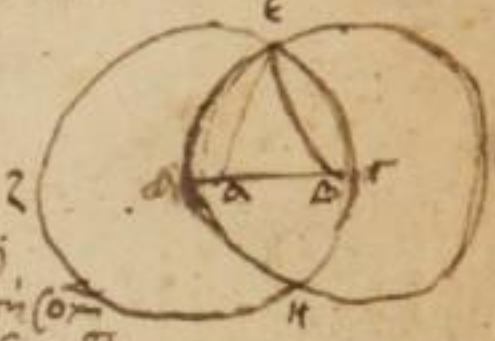


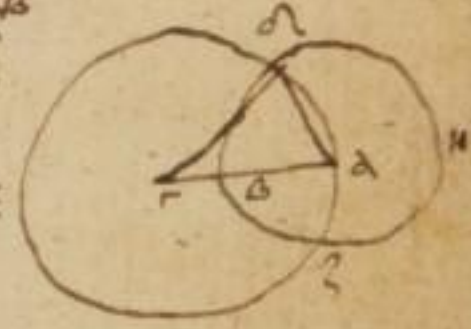
B.E.

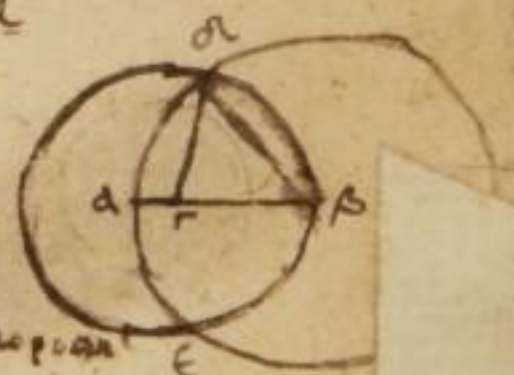


δ	θ	ΛΓ	ϛ	ϛ	θ	ι	θ	ιϛ	θ	ιϛ	ϛ	ιθ	κ	κϛ	κ	κε	θ	κιθ	λϛ	λϛ
ϛ	ϛ	ε	κ	μ	κ	ιδ	ϛ	ιΛ	ϛ	ιβ	ϛ	κ	θ	κϛ	ϛ	κϛ	ϛ	κθ	κ	λϛ	θ	λϛ
ϛ	κ	ϛ	θ	θ	ϛ	ιϛ	ϛ	ιϛ	κ	ιμ	θ	κα	ϛ	κϛ	θ	κϛ	ϛ	∧	θ	μϛ	ϛ	λϛ



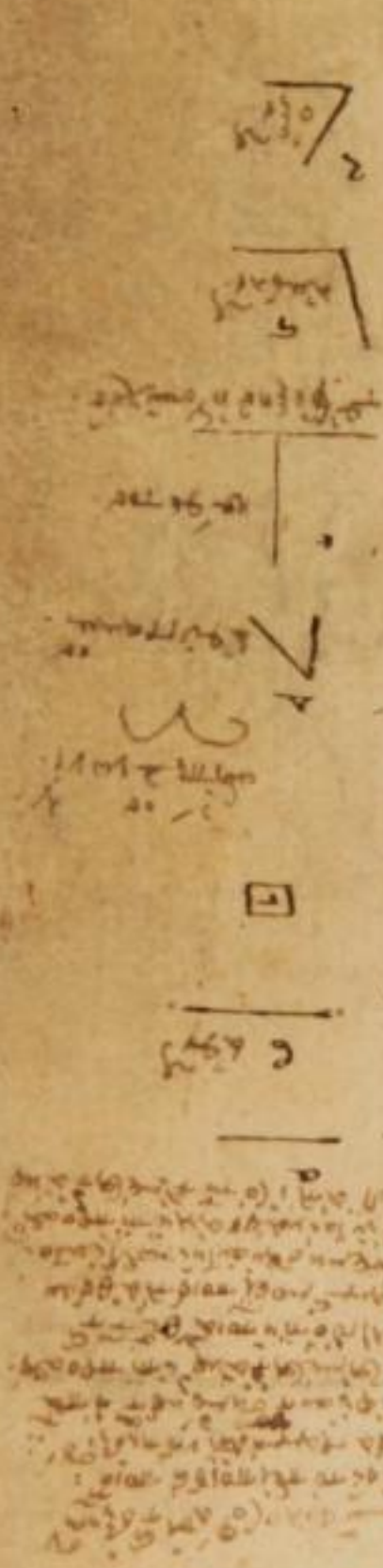

ε
α
β
γ
δ
ζ
η

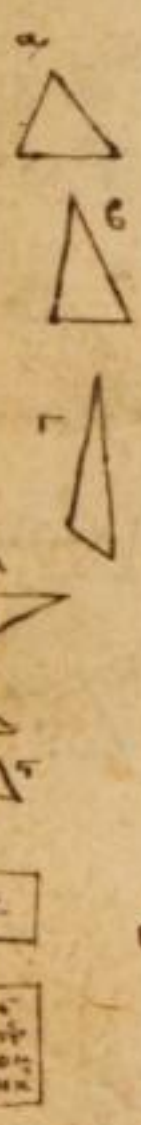

α
η
ε
γ
δ
ζ

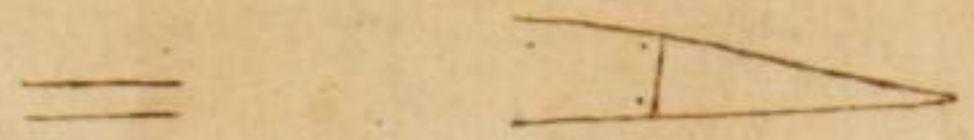

α
β
γ
δ
ε

B.F.

BE







Καὶ εἰ δύο παράλληλοι εὐθεῖαι δύο εὐθείαις τεμοίεν παραλλήλοις καὶ ἴσας ποιοῖεν τὰς ἐναλλὰξ γωνίας, καὶ αἱ λοιπαὶ ἴσαι ἔσονται ταῖς λοιπαῖς· καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη περιλήψονται αἱ παράλληλοι εὐθεῖαι.

Ἔστω γὰρ δύο παράλληλοι εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐμβαλλέτω εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ ΕΖ· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴση ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ ταῖς λοιπαῖς ταῖς ὑπὸ ΕΗΒ, ΗΘΔ ἴσαι ἔσονται.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, μία αὐτῶν μείζων ἔσται. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ τῶν ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπεσοῦνται· οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παραλλήλους αὐτὰς ὑποκεῖσθαι· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ· ἴση ἄρα. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Αἱ ἄρα παράλληλοι εὐθεῖαι δύο εὐθείαις τεμοίεν παραλλήλοις καὶ ἴσας ποιοῖεν τὰς ἐναλλὰξ γωνίας, καὶ αἱ λοιπαὶ ἴσαι ἔσονται ταῖς λοιπαῖς· καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη περιλήψονται αἱ παράλληλοι εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Καὶ εἰ δύο παράλληλοι εὐθεῖαι δύο εὐθείαις τεμοίεν παραλλήλοις καὶ μίαν τῶν ἐκτὸς γωνιῶν ἴσην ποιοῖεν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ τὰς λοιπὰς τῶν ἐκτὸς γωνιῶν ταῖς λοιπαῖς ἴσας ποιήσουσι καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη περιλήψονται αἱ παράλληλοι εὐθεῖαι.

Ἔστω γὰρ δύο παράλληλοι εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ· λέγω, ὅτι καὶ τὰς λοιπὰς τῶν ἐκτὸς γωνιῶν ταῖς λοιπαῖς ἴσας ποιήσουσι καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη περιλήψονται αἱ παράλληλοι εὐθεῖαι, καὶ ἴση μὲν ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΗΕ τῇ ὑπὸ ΗΘΓ, καὶ ἔτι ἴση ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΓ.

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλοί εἰσιν αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΕΖ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΗΕ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΕ, ΑΗΘ τῶν ὑπὸ ΑΗΕ, ΗΘΔ εἰσὶν ἴσαι. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΕ, ΑΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΕ, ΗΘΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΕ, ΒΗΕ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΕ, ΒΗΕ ταῖς ὑπὸ ΑΗΕ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΗΕ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΗΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΗΕ τῇ ὑπὸ ΓΗΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΗΘΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΗΖ, ΗΘΓ ταῖς ὑπὸ ΗΘΔ, ΗΘΓ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΗΖ, ΗΘΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΗΘΔ, ΗΘΓ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ καὶ τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ Η πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν τὴν ΗΘ.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε, καὶ κείσθω τῇ ΑΗ ἴση ἡ ΗΔ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΓΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΗ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Θ· λέγω, ὅτι ἡ ΗΘ γραμμὴ πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἐστὶ τῇ ΑΒ.

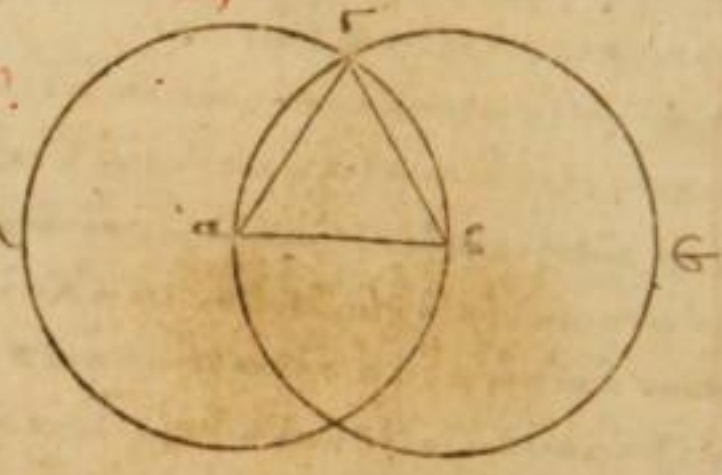
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΗΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΓ, δύο δὴ αἱ ΑΗ, ΗΓ δυσὶ ταῖς ΔΗ, ΗΓ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΓΑ βάσει τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΗΓ ἐστὶν ἴση. καὶ εἰσὶν ἐφεξῆς· ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΗΓ, ΔΗΓ. καὶ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ καὶ τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ Η πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΗΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τὰ τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Εὐκλείδου στοιχείων τέλος ἔχει.

79

οἱ κύκλοι· ἐπὶ τὰ α β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν αἱ
α δ εἰσὶν ἄρα τοῦ α κύκλου ἴσαι αἱ α δ τοῦ δὲ α κύκλου ἴσαι εἰσὶν αἱ α δ τοῦ δὲ β
σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ β κύκλου ἴσαι εἰσὶν αἱ β δ τοῦ δὲ β κύκλου ἴσαι εἰσὶν αἱ β δ τοῦ δὲ β
α δ ἄρα τοῦ β ἴσαι εἰσὶν ἀλλὰ καὶ αἱ α δ τοῦ α ἴσαι εἰσὶν ἄρα καὶ αἱ α δ τοῦ α
τῇ β δ ἴσαι εἰσὶν ἀλλὰ καὶ αἱ α β τῇ α δ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἄρα α β τῇ β δ εἰσὶν ἴσαι
αἱ α β β δ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ α β δ τρίγωνον καὶ συνίσταται ὑπὸ τῶν δοθεισῶν
εὐθειῶν πεπερασμένων ἴσων τῷ δοθείσῃ

α'



Προσκεῖσθω τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ β γ ἴσην εὐθεῖαν θεῖναι
τὴν α δ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ β διαστήματι δὲ τῷ β γ κύκλος γεγράφθω ὁ γ ε κ, καὶ πάλιν
κέντρῳ μὲν τῷ δ διαστήματι δὲ τῷ δ α κύκλος γεγράφθω ὁ α κ λ· ἐπεὶ οὖν τὸ β σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ γ κ κύκλου ἴση ἐστὶν ἡ β γ τῇ β κ· πάλιν ἐπεὶ τὸ δ σημεῖον κέντρον
ἐστὶ τοῦ α κ λ κύκλου ἴση ἐστὶν ἡ δ α τῇ δ λ· ὧν ἡ δ α τῇ δ β ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα
ἡ β λ λοιπῇ τῇ α β ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ β κ τῇ β γ ἐστὶν ἴση· αἱ δύο ἄρα αἱ λ β β κ
δυσὶ ταῖς α β β γ ἴσαι εἰσὶν ἀλλὰ καὶ βάσις ἡ λ κ βάσει τῇ γ κ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ οὖν
τὸ λ β κ τρίγωνον τῷ α β γ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ λ β κ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ α β γ
ἴση ἐστίν· ἡ ἄρα ὑπὸ α β λ γωνία τῇ ὑπὸ γ β κ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσὶν αἱ α β β λ ἴσαι
ταῖς γ β β κ· ἴση ἄρα καὶ ἡ α λ τῇ γ κ· ἀλλὰ ἡ γ κ τῇ β γ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ α λ ἄρα
τῇ β γ ἐστὶν ἴση· τῇ δοθείσῃ ἄρα εὐθείᾳ τῇ β γ ἴσην εὐθεῖαν τέθειται ἡ α λ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι

Β

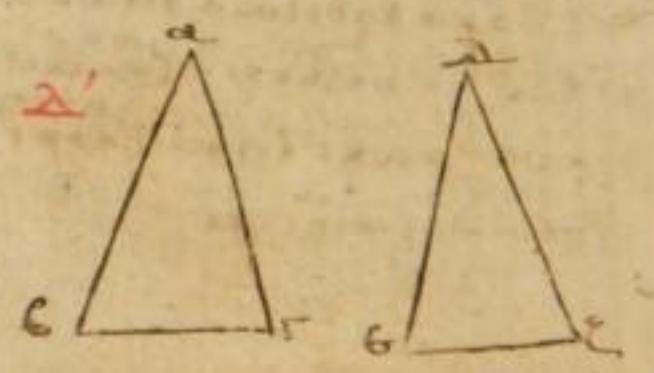
τῶν ΒΚΥΚΛ. ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΕ. τῇ ΒΗ.
καὶ πάλιν ἐπεὶ τὸ Θ σημεῖον.
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΚΛ κύκλου. ἴση
ἐστὶν ἡ ΘΗ τῇ ΘΛ. ἀλλὰ τῇ μὲν ΘΗ
ἡ ΘΒ ἐστὶν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ
ΒΕ. τῇ ΒΗ ἴση. ἑκατέρα ἄρα
τῶν ΛΘ. ΒΕ. τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ
τῷ αὐτῷ ἴσα. καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. καὶ ἡ ΛΘ ἄρα. τῇ ΒΕ
ἐστὶν ἴση. ὥστε ἡ ΛΘ τῆς ΘΒ μείζων ἐστίν. ἐπεὶ οὖν δύο
εὐθεῖαι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΛΒ. ΒΘ. καὶ ἀφῄρηται ἀπὸ τῆς
μείζονος τῆς ΛΒ. τῇ ἴσην εὐθεῖαν τὴν ΒΕ. λοιπὴ ἄρα ἡ
ΛΕ τῇ ΘΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι δύο εὐθείαις
ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΛΕΚ γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ ΒΘΗ ἴση ἐστίν. ἡ γὰρ ὑπὸ ΛΕΚ ὀρθή ἐστιν. ἐν
ἡμικυκλίῳ γάρ ἐστιν ἡ ΛΚ. ἡ δὲ ὑπὸ ΒΘΗ ὀρθή ἐστιν.
ἐπεὶ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΘΚ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΒΗ τῇ ΒΚ. ἡ ΒΘ
ἄρα κοινὴ προσκείσθω. ἡ ΒΘ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ
ΒΚ κύκλου. ὥστε καὶ ἡ ΒΘ τὸ ἀντικρὺ δίχα τέμνει. καὶ
ἐστὶν ἡ ΒΘ τοῦ ΒΚ κύκλου ἴση τῇ ΒΛ. καὶ ἡ ΒΛ ἄρα τῇ
ΒΚ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ ἡ ΒΚ τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση. αἱ ἄρα
δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ. Γ τὴν μὲν ΑΒ τῇ
ἐλάττονι τῇ Γ ἴσην ἀφῄρηται τὴν ΒΗ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν
ΑΒ. ΒΗ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΚ ἴσον
ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ. Γ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ. Γ ἴσον ἐστὶ
τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΗ. ἐὰν δὲ δύο εὐθεῖαι δύο εὐθειῶν
ἀνίσων τὴν μὲν μείζονα τῆς ἐλάττονος ἴσην ἀφαιρῶσι
τὴν δὲ λοιπὴν τῇ ἐλάττονι ἴσην ἀφαιρῶσι. τὸ ὑπὸ τῶν
δοθεισῶν δύο εὐθειῶν ἀνίσων. ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς
ἐλάττονος καὶ τῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ΒΗ. ἐπὶ τὴν ΒΚ
ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Α

Γ

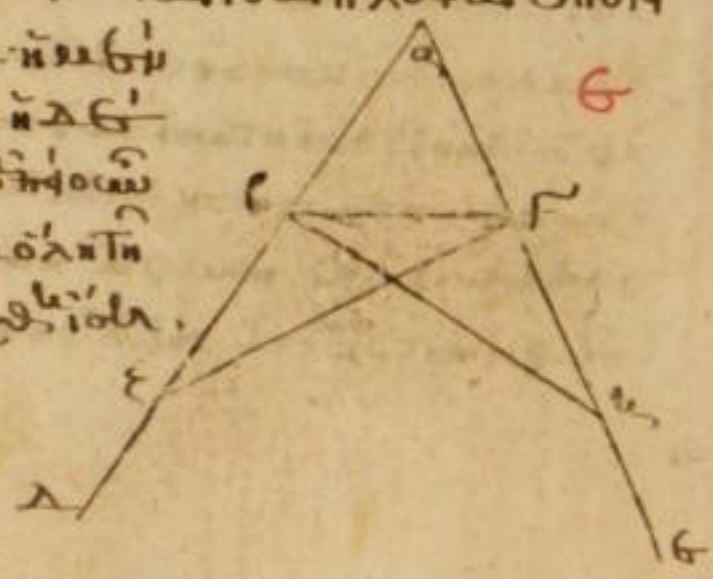
Γ

Ἐὰν δοθῶσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι. ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάττονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν. καὶ δοθῶσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ. Γ. ὧν μείζων ἡ ΑΒ. δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῇ μείζονι τῇ Γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν. κείσθω πρὸς τῷ Β σημείῳ τῇ Γ ἴση ἡ ΒΔ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ. Καὶ ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου. ἴση ἐστὶν ἡ ΒΔ τῇ ΒΕ. ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν Γ. ΒΕ τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ ἡ Γ τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση. αἱ ἄρα δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ. Γ τῇ μείζονι τῇ ΑΒ ἴσην ἀφῄρηται τὴν ΒΕ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.


α
β
γ
δ

Καὶ τὸ Γ σημεῖον δηλῆ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει
διὰ τοῦτο καὶ πάλιν ἔσται τὸ ΑΓ τῷ ΔΖ ἴσον,
Καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Θ ἐφαρμόσει· ὥστε βάσις ἡ ΑΒ
βάσει τῇ ΔΘ ἐφαρμόσει· εἰ γὰρ τὸ μὲν Α ἐπὶ τὸ Δ
τὴν δὲ ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΘ ἐφαρμόσει, ὁ δὲ Β ἐπὶ τὸ Θ
τὴν ΓΒ οὐκ ἐφαρμόσει; δύο δὲ εἰθείαι χωρίον οὐ
περιέξουσιν· ὅπερ ἀδύνατον· ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΑΒ
βάσις ἐπὶ τὴν ΔΘ· καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ ὅλῳ
τῷ ΔΘΖ τριγώνῳ, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι λοιπαῖς γωνίαις
ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ
ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τὰ ἰσόπλευρα τριγωνα καὶ ἐπὶ τῆς βάσεως γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχει καὶ
ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται·
ἐκβληθεισῶν δὲ τῶν ἴσων πλευρῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.


α
β
γ
δ
ε
ζ

α
β
γ
δ

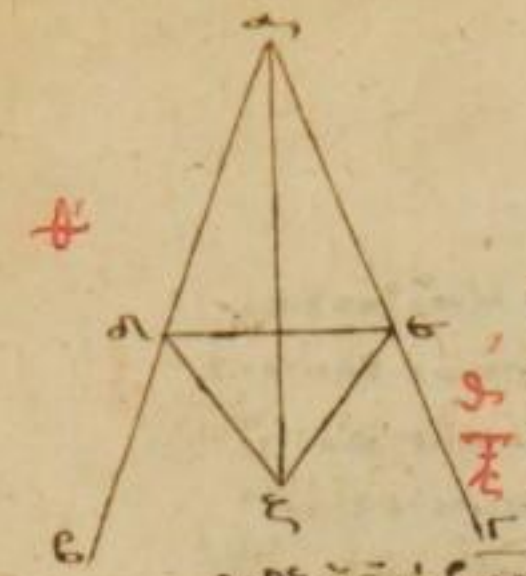
ιγ'

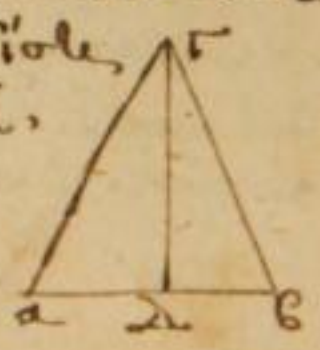
[illegible]

1. τοῦτον τοῦ κέντρου ἐστίν.

ιδ'

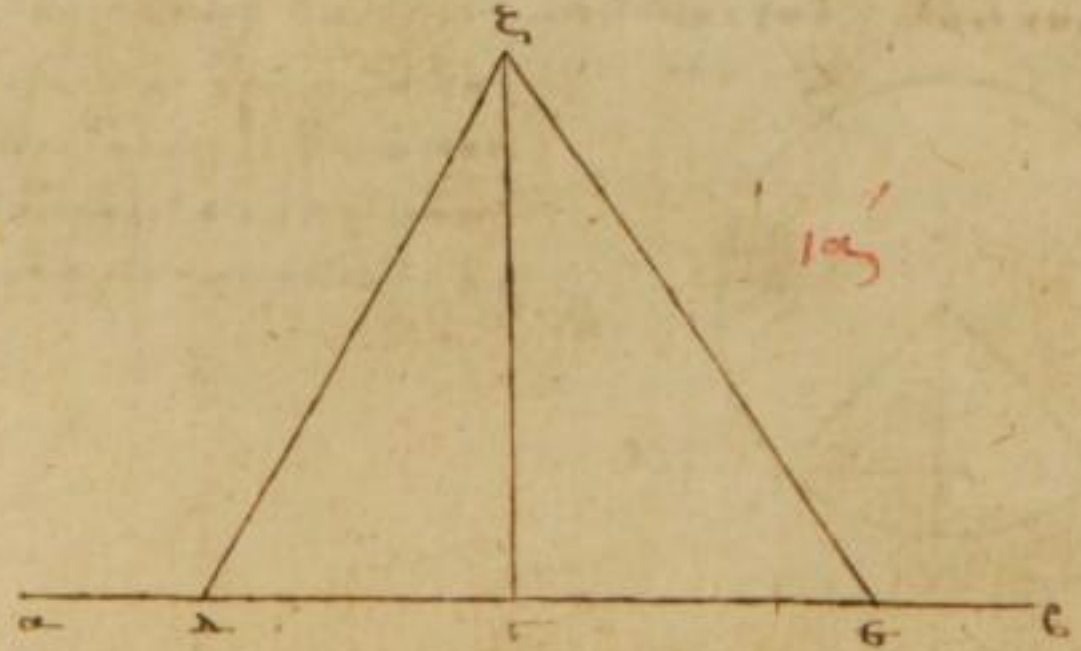
ὑπὸ δὲ καὶ τῶν βάσιν τὴν ΒΓ ἴσην,
μίαν τῶν ΓΔ, ΔΕ ἴσην ἑκατέρᾳ τῶν ΒΑ, ΑΖ·
ἔστω δὲ καὶ βάσις τοῦ μὲν ΒΑΖ τριγώνου ἡ ΒΖ,
τοῦ δὲ ΓΔΕ ἡ ΓΕ· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΖ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἴση ἐστίν.
ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΒΓ
ἐπὶ τὸ ΕΓ τέλεον, καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Β σημείου
ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον, τῆς δὲ ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΓ,
ἐφαρμόσει καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Γ διὰ τὸ ἴσην εἶναι
τὴν ΒΓ τῇ ΕΓ· ἐφαρμοζούσης δὲ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΓ,
ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΒΑ, ΑΖ εὐθεῖαι ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ·
εἰ γὰρ βάσει μὲν τῇ ΒΓ ἐφαρμόσουσι, ταῖς δὲ ΒΑ, ΑΖ
οὐκ ἐφαρμόσουσι, ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ ΕΔ, ΔΖ,
αὐτῆς βάσεως, δύο ἄρα εὐθεῖαι ἐπὶ αὐτῆς βάσεως,
ἀπὸ τῶν αὐτῶν μερῶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ τῇ αὐτῇ ἴσαι
συσταθήσονται οὐκ ἐφαπτόμεναι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ
αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι· οὐ συνίστανται δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ
μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ τῇ αὐτῇ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΖ γωνία
τῇ ὑπὸ ΓΔΕ γωνίᾳ ἴση ἐστίν· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν δύο
εὐθειῶν περιεχομένη γωνία τῇ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν
περιεχομένῃ γωνίᾳ ἴση ἐστίν, ἐὰν τὴν μὲν βάσιν τὴν ΒΓ
τῇ βάσει τῇ ΕΖ ἴσην ὑπάρχουσαν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ
τῶν ΒΑ, ΑΖ ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ τῶν ΓΔ, ΔΕ ἴσην

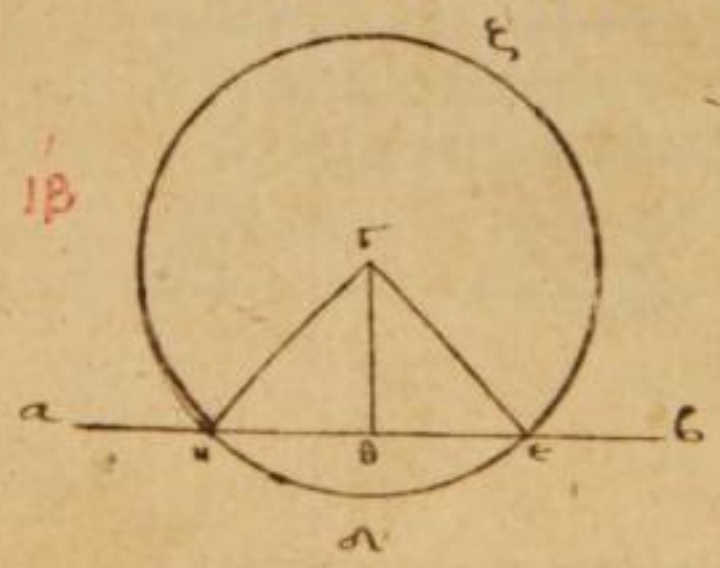

α
δ
ε
β
γ

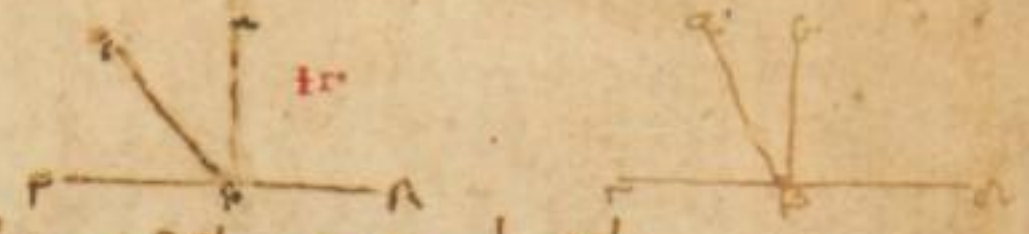

α
λ
β

ἐστὶν ἡ δοθεῖσα δὲ εἶα πρὸς ἀρα δοθεῖσαν γωνίαν
καὶ τέτμηται κατὰ τὸ Δ ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τὴν δοθεῖσαν δὲ εἶαν ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Α
ὀρθὰς γωνίας δὲ εἶαν περιλαβούσας τὰς ΒΑΓ ἐφαπτέσθω
εἶα δὲ εἶα ἡ ΒΓ· λέγω δὴ ὅτι ἡ ΒΓ ἀπὸ τοῦ Α σημείου
ἐπὶ τὰ Β Γ ἐφαπτομένη εἶα ἐστὶν. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον
τοῦ κύκλου τὸ Δ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ καὶ διήχθω
ἐπὶ τὰ Ε Ζ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ· καὶ ἐστὶν
λέγω ὅτι καὶ ἡ δοθεῖσα εἶα ἡ ΒΓ ἀπὸ τοῦ Α σημείου
ἐφάπτεται· εἰ γὰρ μή, τεμεῖ τινα αὐτὴν ἢ κατὰ τὸ Η.
διήχθω ἡ ΑΗ καὶ κείσθω τῇ ΗΑ ἴση ἡ ΗΘ καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΔΘ καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Κ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΗΘ·
κοινὴ δὲ ἡ ΔΗ καὶ βάσις ἡ ΔΑ βάσει τῇ ΔΘ ἴση ἐστίν·
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΗΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΗΘ ἴσῃ·
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΘΗ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΘ γωνία
δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΗΘ ΔΘΗ ἴση ἐστίν· αἱ δὲ ὑπὸ ΔΗΘ ΔΘΗ
ὀρθῆς ἐλάσσονές εἰσιν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΘ γωνία ὀρθῆς
ἐλάσσων ἐστίν· ἴσαι δὲ αἱ ὑπὸ ΑΔΘ ΑΔΖ γωνίαι
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΖ γωνία· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΖ
γωνία τῆς ὑπὸ ΑΔΘ μείζων ἐστίν· ἡ ΔΑ ἄρα τῆς ΔΘ
ἐλάσσων ἐστίν· ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΔΕ· καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῆς
ΔΘ ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ἐλάσσων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΒΓ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τοῦ ἐπὶ τῆς
ΒΓ τεμεῖ τὸν κύκλον· ἐφάψεται ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.




ξ
ιβ
γ
α
θ
ε
β



ιγ̄

ΟΣ, αἱ ἀπὸ διὰ τριῶν γωνίας ποιοῦσι, ἤτοι δύο ὀρθάς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· ἀθροισθεῖσα γὰρ ἡ ὑπὸ τριῶν γωνιῶν περιεχομένη γωνία ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας, ἐπὶ τῷ Β σημείῳ, ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ γωνίαις· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ γωνίαι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· εἰσὶ γοῦν καὶ αἱ ὑπὸ τριῶν γωνιῶν περιεχόμεναι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.

ιγ̄ ᾱ τοῦ πρ̄

ΚΑΙ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι αἱ ΓΒ, ΒΔ δύο εὐθείαις ταῖς ΑΒ, ΒΕ πρὸς μὲν τῷ Β σημείῳ τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ποιοῦσιν, ἐπὶ δὲ τῆς ΑΒ εὐθείας ἐστὶν ἑκατέρα ἑκατέρα ἴση· καὶ ἡ ΓΒ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση· ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὴ τῷ Β σημείου καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο εὐθεῖαι αἱ ΓΒ, ΒΕ ἴσας ποιοῦσιν ἐφεξῆς γωνίας ταῖς ΑΒΔ, ΔΒΕ· δύο ἄρα εὐθεῖαι δύο εὐθείαις ἴσας ποιοῦσιν ἐφεξῆς γωνίας· ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὴ τῷ Β σημείου καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο εὐθεῖαι αἱ ΓΒ, ΒΕ ἴσας ποιοῦσιν ἐφεξῆς γωνίας ταῖς ΑΒΔ, ΔΒΕ· αἱ δὲ ἐφεξῆς γωνίαι ἴσαι εἰσὶν ὀρθαῖς· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΓΒΑ, ΑΒΔ· αἱ ἄρα ΓΒΑ, ΑΒΔ γωνίαι ἴσαι εἰσὶ δυσὶν ὀρθαῖς· ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ τριῶν γωνιῶν περιεχόμεναι ταῖς αὐταῖς ἴσαι· καὶ αἱ ὑπὸ τριῶν ἄρα γωνιῶν περιεχόμεναι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.

ιδ̄ τοῦ πρ̄

ΕΑΝ δὲ εὐθεῖα τις ἐπὶ εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθάς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· ὅπερ δεῖξαι.

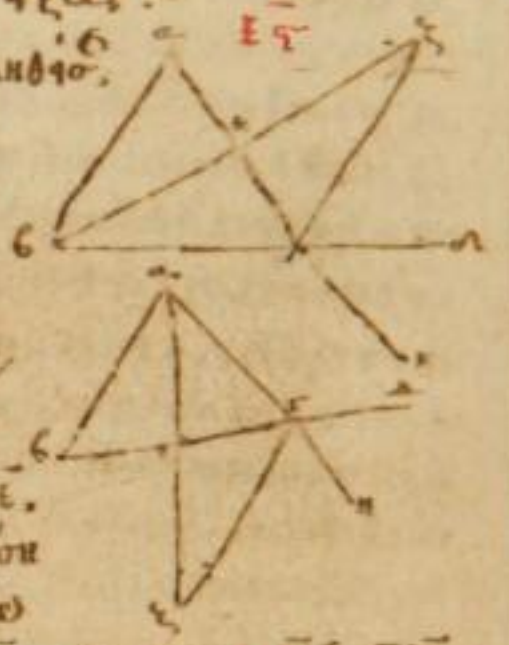
ΕΑΝ δὲ εὐθεῖα τις ἐπὶ εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθάς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· ἐπὶ γὰρ τῆς εὐθείας τινὸς τῆς ΑΒ εὐθεῖα τις ἡ ΓΔ ἐπεὶ σταθεῖσα τὰς ΓΒΑ, ΓΒΔ γωνίας ποιείτω· λέγω ὅτι αἱ ΓΒΑ, ΓΒΔ γωνίαι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

ιδ̄ τοῦ πρ̄

ΕΙ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒΑ τῇ ΓΒΔ, δύο ὀρθαί εἰσιν· εἰ δὲ οὔ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕ· αἱ ἄρα ΓΒΑ, ΓΒΕ δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΒΑ δυσὶ ταῖς ΓΒΕ, ΕΒΑ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΓΒΔ· αἱ ἄρα ΓΒΑ, ΓΒΔ τρισὶ ταῖς ΓΒΕ, ΕΒΑ, ΓΒΔ ἴσαι εἰσίν· πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΓ, ΓΒΕ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΕΒΑ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΓ, ΓΒΕ, ΕΒΑ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΓΒΔ τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι ἐδείχθησαν· καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΓΒΔ ἄρα τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ ἴσαι εἰσίν· κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΓΒΔ, ΓΒΑ, ΑΒΔ τέσσαρσι ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ, ΓΒΑ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ, ΓΒΑ, ΑΒΔ τρισὶ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΓΒΔ ἄρα τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ ἴσαι εἰσίν· ὅμοιον δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλαι τινὲς πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ ποιοῦσιν· ἐὰν ἄρα πρὸς τινὶ εὐθείᾳ καὶ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ δύο εὐθεῖαι· πρὸς τινὶ γὰρ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Β δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ, ΒΔ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν· λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ ΒΓ ἡ ΒΔ. εἰ γὰρ μή ἐστι τῇ ΒΓ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ, ἔστω τῇ ΒΓ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΕ· ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΒ ἐπὶ εὐθεῖαν τὴν ΓΒΕ ἵσταται, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΓΒΑ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστὶν ἴση ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ ΒΓ ἡ ΒΕ· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΒΔ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ τῇ ΒΓ ἡ ΒΔ· ἐὰν ἄρα πρὸς τινὶ εὐθείᾳ καὶ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ δύο εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΕΑΝ δύο εὐθεῖαι τεμνόμεναι ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσι· δύο δὴ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ τέμνουσιν ἀλλήλας ιε̄

ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω ὅτι
ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίαν τῇ ὑπὸ
ΔΕΓ· καὶ τὸ ὑπὸ ΓΕΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΑ. ἐπεὶ γὰρ
εὐθεῖα ἡ ΑΕ ἐπὶ εὐθεῖαν τὴν ΓΔ ἵσταται γωνίας ποιοῦσα τὰς
ὑπὸ ΓΕΑ ΑΕΔ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ ΑΕΔ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσί· πάλιν ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΕ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΑΒ ἵσταται
γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΑΕΔ ΔΕΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ ΔΕΒ
γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ
ΓΕΑ ΑΕΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ ΑΕΔ ταῖς
ὑπὸ ΑΕΔ ΔΕΒ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΕΔ· λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΕΒ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ
δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΔ ΒΕΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐὰν ἄρα δύο
εὐθεῖαι γωνίας ποιῶσιν ἀλλήλας, τέσσαρα ποιήσουσι γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις τρισὶν οὖσιν ὑπὸ μίαν ὀρθήν :-



Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι·
καὶ ἐὰν τὰς ἐκτὸς γωνίας τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι
ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ἐὰν δὲ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.
εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὰς
ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΖ ΕΖΔ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω·
λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι
αἱ ΑΒ ΓΔ συμπεσοῦνται ἢ ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Α Γ.
ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη κατὰ τὸ Η.
ἐστὶν ἄρα τὸ ΗΑΕ τρίγωνον· καὶ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ
μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΕΖΔ· ἴση δὲ
καὶ ἐναλλὰξ· οὐκ ἄρα συμπεσοῦνται αἱ ΑΒ ΓΔ ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη·
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α Γ· αἱ δὲ μὴ συμπίπτουσαι
ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

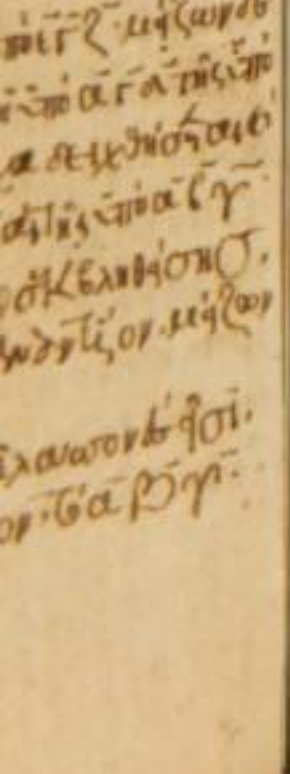
Ἐὰν εἰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς
ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὰς ἐκτὸς τῇ ἐντὸς
καὶ ἀπεναντίον ἴσας ποιεῖ, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ.
εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπιπτέτω
ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, τὴν
μὲν ὑπὸ ΑΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΖΓ·
καὶ τὰς ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τὴν ὑπὸ ΗΕΒ τῇ ὑπὸ
ΕΖΔ, καὶ τὴν ὑπὸ ΑΕΗ τῇ ὑπὸ ΕΖΓ· καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ
αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ τὴν ὑπὸ ΒΕΖ καὶ τὴν ὑπὸ
ΕΖΔ, καὶ τὴν ὑπὸ ΑΕΖ καὶ τὴν ὑπὸ ΕΖΓ.
εἰ γὰρ ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ οὐκ ἔστιν ἴση, μία τῶν
ἐκτὸς ἐστὶν αὐτῇ ἴση· ἔστω ἡ ὑπὸ ΗΕΖ· ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἄρα τῇ
ὑπὸ ΕΖΔ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΖ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν
ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΖΔ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω
ἡ ὑπὸ ΕΖΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΖ ΕΖΓ τρισὶν ἴσαι εἰσὶν αἷς αἱ ὑπὸ
ΕΖΔ ΕΖΓ· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΕΖ ΕΖΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
καὶ αἱ ὑπὸ ΕΖΔ ΕΖΓ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ τὰς ἐντὸς
ἄρα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ· ὁμοίως δὴ
δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΕΖ ΕΖΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ
ΗΕΖ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΖ ΗΕΖ τρισὶν ἴσαι εἰσὶν αἷς αἱ ὑπὸ ΕΖΔ
ΗΕΖ· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΕΖ ΗΕΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ
ΕΖΔ ΗΕΖ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ
ΗΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΗ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΖΓ ἐστὶν ἴση· καὶ
ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΕΖ τῇ
ὑπὸ ΗΕΒ ἐστὶν ἴση καὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΖΔ ἐστὶν ἴση·
πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΗΕΒ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ
ΑΕΗ τῇ ὑπὸ ΕΖΓ ἐστὶν ἴση καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΖΓ
ἐστὶν ἴση· τὰς ἄρα ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσας ποιεῖ·
λέγω δὴ ὅτι καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσας ποιεῖ· ἐδείχθη γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ ἴση· κοινὴ
προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΕΖ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΖ ΒΕΖ τῇ ὑπὸ ΒΕΖ ΕΖΔ
ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΕΖ ΒΕΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
καὶ αἱ ὑπὸ ΒΕΖ ΕΖΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
Πᾶν τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
καὶ ἐκβληθείσης τινὸς αὐτοῦ τῶν πλευρῶν ἡ ἐκτὸς γωνία
ἴση ἐστὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου
τρεῖς γωνίαι ἴσαι εἰσὶ δυσὶν ὀρθαῖς.

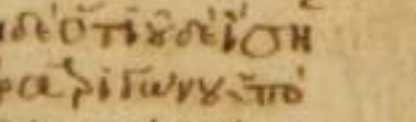
λέγω ὅτι τοῦ αβγ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι,
δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντη μετα-
βαλλόμεναι ἐπὶ τὴν βγ εὐθεῖαν· καὶ ἐπὶ τῆς βγ τοῦ αβγ ἐκτὸς ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγδ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ αβγ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αγβ· αἱ ἄρα ὑπὸ αγδ αγβ τῶν ὑπὸ αβγ βγα μείζονές εἰσιν. ἀλλαὶ ὑπὸ αγδ αγβ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ αβγ βγα δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ βγα γαβ· δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ γαβ αβγ· δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ ἄρα τοῦ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντη μεταβαλλόμεναι ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

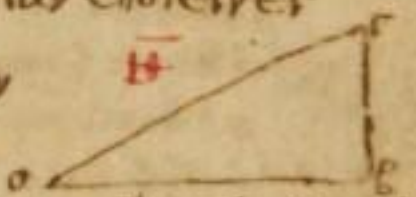
ια Παντὸς τριγώνου μιᾶς πλευρᾶς προσεκβληθείσης γωνία ἐκτὸς γωνίας τοῦ τριγώνου μείζων ἐστὶ πλευρᾶς τῆς ἐκτὸς γωνίας τοῦ τριγώνου μείζων ἐστὶ πλευρᾶς τῆς ἐκτὸς γωνίας ἐκτὸς ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγδ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ αβγ· καὶ ἐπὶ τῆς βγ τοῦ αβγ ἐκτὸς ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγδ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ αβγ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αγβ· αἱ ἄρα ὑπὸ αγδ αγβ τῶν ὑπὸ αβγ βγα μείζονές εἰσιν. ἀλλαὶ ὑπὸ αγδ αγβ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ αβγ βγα δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ βγα γαβ· δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ γαβ αβγ· δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ ἄρα τοῦ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντη μεταβαλλόμεναι ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

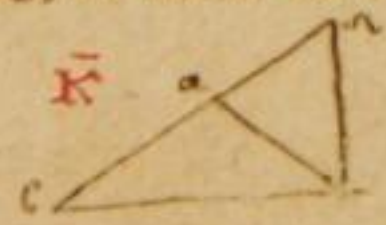
ιβ Παντὸς τριγώνου μιᾶς πλευρᾶς προσεκβληθείσης γωνία ἐκτὸς γωνίας τοῦ τριγώνου μείζων ἐστὶ πλευρᾶς τῆς ἐκτὸς γωνίας τοῦ τριγώνου μείζων ἐστὶ πλευρᾶς τῆς ἐκτὸς γωνίας ἐκτὸς ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγδ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ αβγ· καὶ ἐπὶ τῆς βγ τοῦ αβγ ἐκτὸς ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγδ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ αβγ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αγβ· αἱ ἄρα ὑπὸ αγδ αγβ τῶν ὑπὸ αβγ βγα μείζονές εἰσιν. ἀλλαὶ ὑπὸ αγδ αγβ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ αβγ βγα δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ βγα γαβ· δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ γαβ αβγ· δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ ἄρα τοῦ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντη μεταβαλλόμεναι ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταβαλλόμεναι· ἐὰν γὰρ τοῦ αβγ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταβαλλόμεναι· αἱ ἄρα αβ βγ τῆς γα μείζονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ βγ γα τῆς αβ μείζονες εἰσι καὶ ἔτι αἱ γα αβ τῆς βγ μείζονες εἰσιν· ἐπὶ τόσον γὰρ καὶ ἡ βα τῆς αγ μείζων ἐστὶ καὶ ἡ γα τῆς αβ μείζων ἐστὶ καὶ ἡ αβ τῆς βγ μείζων ἐστὶ πάντη μεταβαλλόμεναι ὅπερ ἔδει δεῖξαι.









κα΄ Ἐὰν τριγώνου παραλληλογράμμου τῶν πλευρῶν ἡ μία τῶν παραλλήλων πλευρῶν διπλασίων ᾖ τῆς λοιπῆς τῆς αὐτῆς παραλληλογράμμου πλευρᾶς, ἑαυτῆς δὲ μείζων μὴ ᾖ τῆς λοιπῆς τῶν παραλλήλων πλευρῶν, ἐλάττονες δὲ τῶν δύο τῶν παραλλήλων πλευρῶν ὦσιν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι, δυνατὸν ἐστὶ τρίγωνον συστήσασθαι ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, ὥστε τὸ τρίγωνον διπλάσιον εἶναι τοῦ παραλληλογράμμου.

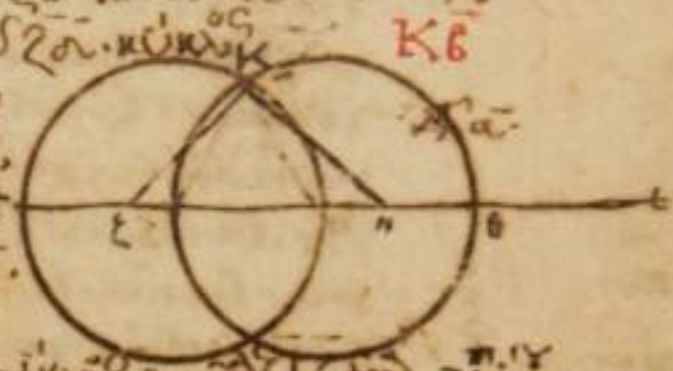
Ἔστω τριγώνου μὲν τοῦ ΑΒΓ παραλληλογράμμου δὲ τοῦ ΔΕΖΗ ἡ ΔΕ πλευρὰ διπλασίων ἔστω τῆς ΔΗ λοιπῆς τῆς αὐτῆς παραλληλογράμμου πλευρᾶς, ἑαυτῆς δὲ μείζων μὴ ἔστω τῆς ΔΗ λοιπῆς τῶν παραλλήλων πλευρῶν, ἐλάττονες δὲ τῶν δύο τῶν παραλλήλων πλευρῶν ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ Κ, Λ· δυνατὸν ἐστὶ τρίγωνον συστήσασθαι ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων ταῖς Κ, Λ, Μ, ὥστε τὸ τρίγωνον διπλάσιον εἶναι τοῦ ΔΕΖΗ παραλληλογράμμου.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΗΕ· καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΔΕΖΗ, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΗ τῇ ΕΖ καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΗΖ. καὶ ἐπεὶ διπλασίων ἐστὶν ἡ ΔΕ τῆς ΔΗ, μείζων δὲ ἡ ΔΕ τῆς Κ, καὶ ἡ ΔΗ ἄρα τῆς Κ μείζων ἐστίν. κείσθω τῇ ΔΗ ἴση ἡ ΕΝ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ τῆς ΔΗ ἐστὶ διπλασίων, ἴση δὲ ἡ ΔΗ τῇ ΕΝ, καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῆς ΕΝ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ τῆς ΔΕ μείζονες εἰσὶν αἱ Κ, Λ τῆς ΔΕ ἄρα μείζονες εἰσὶν αἱ Κ, Λ τῆς ΕΝ. ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΝ μείζονες εἰσὶν αἱ ΝΗ, ΗΕ τῶν δὲ Κ, Λ μείζων ἐστὶν ἡ Μ· αἱ ΝΗ, ΗΕ ἄρα τῶν Μ μείζονες εἰσίν. ἀλλὰ τῶν μὲν ΝΗ, ΗΕ μείζων ἐστὶν ἡ ΝΕ, τῶν δὲ Μ μείζονες εἰσὶν αἱ Κ, Λ· αἱ ΝΕ, Κ, Λ ἄρα τῶν Κ, Λ, Μ μείζονες εἰσίν. ἀλλὰ τῇ ΝΕ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΔΗ, ΕΖ· αἱ ΔΗ, ΕΖ, Κ, Λ ἄρα τῶν Κ, Λ, Μ μείζονες εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῆς ΔΗ ἐστὶ διπλασίων, ἴση δὲ ἡ ΔΗ τῇ ΕΖ, καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΕΖ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ τῆς ΑΒ μείζονες εἰσὶν αἱ ΑΓ, ΒΓ· αἱ ΑΓ, ΒΓ ἄρα τῆς ΕΖ μείζονες εἰσίν. ἀλλὰ τῶν μὲν ΑΓ, ΒΓ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ, τῆς δὲ ΕΖ μείζονες εἰσὶν αἱ Κ, Λ· αἱ ΑΒ, Κ, Λ ἄρα τῶν Κ, Λ, Μ μείζονες εἰσίν. ἀλλὰ τῇ ΑΒ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΔΗ, ΕΖ· αἱ ΔΗ, ΕΖ, Κ, Λ ἄρα τῶν Κ, Λ, Μ μείζονες εἰσίν. ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ πλευραὶ τῶν Κ, Λ, Μ μείζονες ὦσιν, ἐστὶ δὲ καὶ ἑκάστη τῶν Κ, Λ, Μ μείζων τῆς ΔΗ λοιπῆς τῆς αὐτῆς παραλληλογράμμου πλευρᾶς, ἑαυτῆς δὲ μείζων μὴ ᾖ τῆς λοιπῆς τῶν παραλλήλων πλευρῶν, ἐλάττονες δὲ τῶν δύο τῶν παραλλήλων πλευρῶν ὦσιν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι, δυνατὸν ἐστὶ τρίγωνον συστήσασθαι ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, ὥστε τὸ τρίγωνον διπλάσιον εἶναι τοῦ παραλληλογράμμου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ΄ Ἐπὶ δοθείσης εὐθείας τρίγωνον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἴσον τριγώνῳ τῷ δοθέντι ἐν δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΓΔΕ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Ζ· δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἴσον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ ἐν γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Ζ.

ἐὰν ὦσιν δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α Β Γ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονα λόγον ἔχωσιν ὁντινοῦν μεταλαμβανόμεναι τὰς αὐτάς, ἔστω δὲ καὶ ἑκάστη τῶν Α Β Γ μείζων τῆς Γ· δυνατὸν ἐκ τῶν ἴσων ταῖς Α Β Γ τρίγωνον συστήσασθαι ἐκείνας δὲ δεῖ μείζονας εἶναι τῆς Γ· ἐπεὶ καὶ ἐὰν ἴσην τινὰ λάβωμεν τὴν Γ, ἔσται καὶ ἑκάστη τῶν Α Β μείζων τῆς Γ· καὶ ἐὰν ἐλάττονα τῆς Γ, ἔτι μᾶλλον· ἐὰν γὰρ ἑκάστη τῶν Α Β μείζων ἐστὶ τῆς Γ, καὶ ἡ λοιπὴ τῶν Α Β μείζων ἐστὶ τῆς Γ· ὥστε καὶ ἡ Γ μείζων ἐστὶ τῆς λοιπῆς τῶν Α Β· ἐὰν δὲ ἡ Γ μείζων ἐστὶ τῆς λοιπῆς τῶν Α Β, ἑκάστη τῶν Α Β μείζων ἐστὶ τῆς Γ· ἐὰν δὲ ἡ Γ ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ τῶν Α Β, ἑκάστη τῶν Α Β μείζων ἐστὶ τῆς Γ· ἐὰν δὲ ἡ Γ ἐλάττων ἐστὶ τῆς λοιπῆς τῶν Α Β, ἑκάστη τῶν Α Β μείζων ἐστὶ τῆς Γ· ὥστε ἐκ τῶν ἴσων ταῖς Α Β Γ τρίγωνον συνίσταται· ἐὰν δὲ ἡ Γ μείζων ἐστὶ τῆς λοιπῆς τῶν Α Β, ἑκάστη τῶν Α Β μείζων ἐστὶ τῆς Γ· ἐὰν δὲ ἡ Γ ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ τῶν Α Β, ἑκάστη τῶν Α Β μείζων ἐστὶ τῆς Γ· ἐὰν δὲ ἡ Γ ἐλάττων ἐστὶ τῆς λοιπῆς τῶν Α Β, ἑκάστη τῶν Α Β μείζων ἐστὶ τῆς Γ· ὥστε ἐκ τῶν ἴσων ταῖς Α Β Γ τρίγωνον συνίσταται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



Κγ

Πρὸς τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν καὶ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον ἴσην γωνίαν εὐθυγράμμῳ τῷ δοθέντι συστήσασθαι.

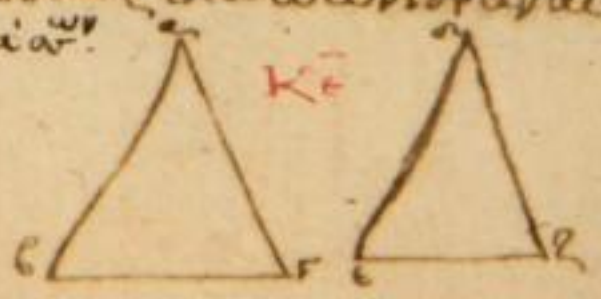
Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΔΓΕ· δεῖ δὴ πρὸς τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

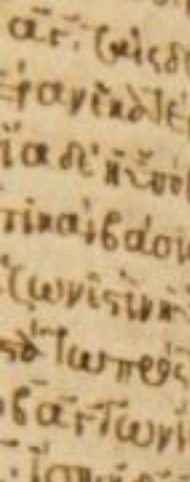
Εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν ΓΔ ΓΕ τυχόντα σημεῖα τὰ Δ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ, καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων ταῖς ΓΔ ΔΕ ΓΕ τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΖΑΗ, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΓΔ τῇ ΖΑ, τὴν δὲ ΓΕ τῇ ΖΗ, ἔτι δὲ καὶ τὴν ΔΕ τῇ ΑΗ.

κᾱ

Ἐὰν σύο τρίγωνα ταῖς σύο πλευραῖς
ταῖς σύσι πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν
ἑκατέραν τὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τὴν βάσεως μείζονα ἕξει ἤπερ
καὶ ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν, ἡ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν περιέξει
πλευραῖς ταῖς ἴσαις ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. ἔστω σύο τρίγωνα τὰ
ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύσι πλευραῖς
ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ,
τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· γωνία δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ
μείζων ἔστω· λέγω ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν.
π΄ δλη
πι΄ δικ
πβ΄ δλη
πδ΄ δλη
πε΄ δλη
πς΄ δλη
πζ΄ δλη
πη΄ δλη
πθ΄ δλη
λ΄ δλη
λα΄ δλη
λβ΄ δλη
λγ΄ δλη
λδ΄ δλη
λε΄ δλη
λς΄ δλη
λζ΄ δλη
λη΄ δλη
λθ΄ δλη
μ΄ δλη
μα΄ δλη
μβ΄ δλη
μγ΄ δλη
μδ΄ δλη
με΄ δλη
μς΄ δλη
μζ΄ δλη
μη΄ δλη
μθ΄ δλη
ν΄ δλη
να΄ δλη
νβ΄ δλη
νγ΄ δλη
νδ΄ δλη
νε΄ δλη
νς΄ δλη
νζ΄ δλη
νη΄ δλη
νθ΄ δλη
ξ΄ δλη
ξα΄ δλη
ξβ΄ δλη
ξγ΄ δλη
ξδ΄ δλη
ξε΄ δλη
ξς΄ δλη
ξζ΄ δλη
ξη΄ δλη
ξθ΄ δλη
ο΄ δλη
οα΄ δλη
οβ΄ δλη
ογ΄ δλη
οδ΄ δλη
οε΄ δλη
ος΄ δλη
οζ΄ δλη
οη΄ δλη
οθ΄ δλη
π΄ δλη
πα΄ δλη
πβ΄ δλη
πγ΄ δλη
πδ΄ δλη
πε΄ δλη
πς΄ δλη
πζ΄ δλη
πη΄ δλη
πθ΄ δλη
ρ΄ δλη
ρα΄ δλη
ρβ΄ δλη
ργ΄ δλη
ρδ΄ δλη
ρε΄ δλη
ρς΄ δλη
ρζ΄ δλη
ρη΄ δλη
ρθ΄ δλη
σ΄ δλη
σα΄ δλη
σβ΄ δλη
σγ΄ δλη
σδ΄ δλη
σε΄ δλη
σς΄ δλη
σζ΄ δλη
ση΄ δλη
σθ΄ δλη
τ΄ δλη
τα΄ δλη
τβ΄ δλη
τγ΄ δλη
τδ΄ δλη
τε΄ δλη
τς΄ δλη
τζ΄ δλη
τη΄ δλη
τθ΄ δλη
υ΄ δλη
υα΄ δλη
υβ΄ δλη
υγ΄ δλη
υδ΄ δλη
υε΄ δλη
υς΄ δλη
υζ΄ δλη
υη΄ δλη
υθ΄ δλη
φ΄ δλη
φα΄ δλη
φβ΄ δλη
φγ΄ δλη
φδ΄ δλη
φε΄ δλη
φς΄ δλη
φζ΄ δλη
φη΄ δλη
φθ΄ δλη
χ΄ δλη
χα΄ δλη
χβ΄ δλη
χγ΄ δλη
χδ΄ δλη
χε΄ δλη
χς΄ δλη
χζ΄ δλη
χη΄ δλη
χθ΄ δλη
ψ΄ δλη
ψα΄ δλη
ψβ΄ δλη
ψγ΄ δλη
ψδ΄ δλη
ψε΄ δλη
ψς΄ δλη
ψζ΄ δλη
ψη΄ δλη
ψθ΄ δλη
ω΄ δλη
ωα΄ δλη
ωβ΄ δλη
ωγ΄ δλη
ωδ΄ δλη
ωε΄ δλη
ως΄ δλη
ωζ΄ δλη
ωη΄ δλη
ωθ΄ δλη

κε





κβ'

κγ'

κδ'

κε'

κς'

κζ'

κη'

κθ'

λ'

λα'

λβ'

λγ'

λδ'

λε'

λς'

λζ'

λη'

λθ'

μ'

μα'

μβ'

μγ'

μδ'

με'

μς'

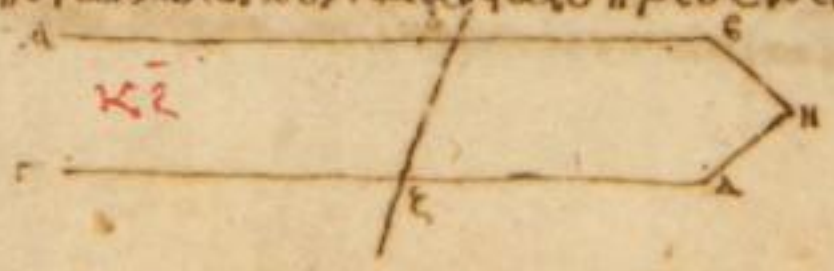
μζ'

μη'

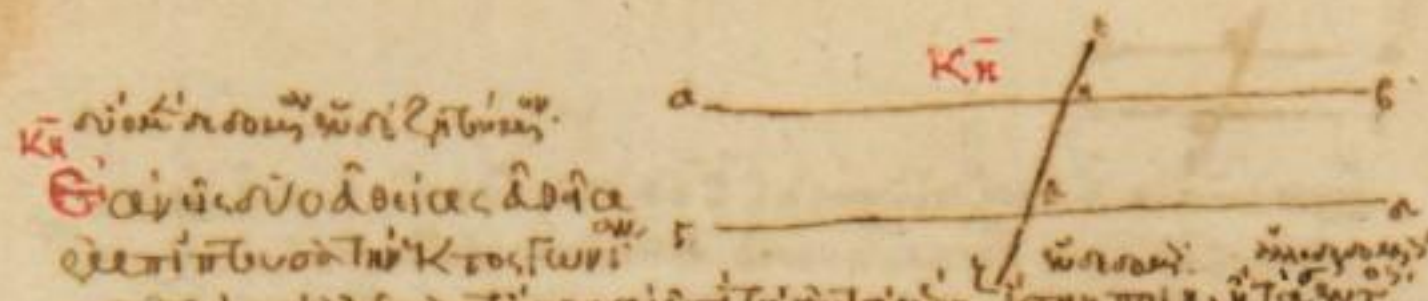
μθ'

ν'

κβ



κζ



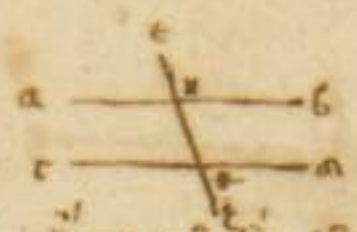
κα΄ Εὐθεῖα γραμμὴ εὐθείαις γραμμαῖς ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἐλάσσονας ποιοῦσα, ἐκβαλλομένας τὰς εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπεσοῦνται ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΕΖ εὐθείαις γραμμαῖς ταῖς ΑΒ, ΓΔ ἐμπίπτουσα καὶ ποιείτω τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ΑΗΘ, ΗΘΔ γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἐλάσσονας· λέγω ὅτι αἱ ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον συμπεσοῦνται ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι παράλληλοί εἰσιν αἱ ΑΒ, ΓΔ ἢ ἐφ' ἕτερα μέρη συμπεσοῦνται. παράλληλοι μὲν οὖν οὐκ εἰσίν· ἐκβαλλόμεναι γὰρ ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι οὐ συμπεσοῦνται· ἐφ' ἕτερα ἄρα μέρη συμπεσοῦνται ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

κβ΄ Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν καὶ τὸ δοθὲν σημεῖον ἐκτὸς αὐτῆς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐκτὸς αὐτῆς τὸ Γ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν διὰ τοῦ Γ σημείου.



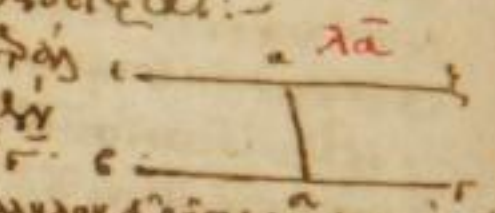
ἴσαι εἰσὶν· αἱ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΓ ΗΘ τῶν ΚΛ ΜΝ δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΒΕ βάσει τῇ ΗΞ ἴση ἐστὶν καὶ τὸ ΒΓΕ τριγώνον τῷ ΗΘΞ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶν καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας πλευράς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΗΞ γωνίᾳ· καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΚΗΝ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ ΓΒΕ τῇ ὑπὸ ΘΗΞ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΚΗΞ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΗΞ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΕ τῇ ὑπὸ ΘΗΞ ἐστὶν ἴση, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΚΗΝ ἐστὶν ἴση. ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῶσι, πρὸς ἃς ἑκατέρᾳ τῶν εὐθειῶν ἄλλη τις εὐθεῖα ἐπιστᾶσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ἑκατέρα τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν ἑκατέρᾳ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν ἴση ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ΄ Λ

Τῶν αὐτῶν δοθέντων σημείων τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν παράλληλοι εὐθεῖαι γραμμὰς ἀνάγειν· ἐὰν μὴ αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι παράλληλοι ὦσιν, ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται.

λα΄ Α

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τῆς δοθείσης εὐθείας παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναγαγεῖν· ἐπὶ τυχόντος σημείου λαμβάνεται τὸ Α τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς ΒΓ τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΑ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΔΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΑΕ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΑ εὐθεῖα ἡ ΑΖ· καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ ΕΖ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΔ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΑΕ ΑΔΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ· ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἀνῆκται ἡ ΕΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

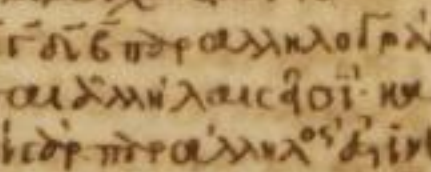


λβ΄ Γ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον δυσὶν ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐκτὸς γὰρ τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβεβλήσθω ἡ ΒΓ εἰς τὸ Δ· λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ ΑΒΓ ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος εὐθεῖα ἡ ΓΕ· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΕΓ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐνέπεσεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΕΓ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐνέπεσεν εὐθεῖα ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΕΓ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐνέπεσεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΔΓΕ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ΑΓΕ ΕΓΔ γωνίαις, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ ΓΑΒ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἑκάστη ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΑΓΒ ΓΑΒ γωνιῶν ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον δυσὶν ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τῶν ὑπὸ αβγ ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ α τῇ ὑπὸ αγβ· ἴση ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αγδ τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ αβγ· καὶ κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αγβ· αἱ ἄρα ὑπὸ αγδ αγβ ἴσαι εἰσὶν ταῖς ὑπὸ αβγ αγβ· αἱ δὲ ὑπὸ αγδ αγβ ἴσαι εἰσὶν δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι ἄρα καὶ αἱ ὑπὸ αβγ αγβ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἴση ἐστὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσαις καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ



λγ

Παντὸς ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου σχήματος τῶν ἐντὸς γωνιῶν ἑκάστη δυσὶν ὀρθαῖς ἴση ἐστίν· ἔστω ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον σχῆμα τὸ αβγδε· λέγω ὅτι ἑκάστη τῶν ἐντὸς γωνιῶν δυσὶν ὀρθαῖς ἴση ἐστίν· ἐκβεβλήσθω γὰρ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἡ βγ ἐπὶ τὸ ζ· καὶ ἐπεὶ ἰσογώνιόν ἐστι τὸ αβγδε σχῆμα, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ δγζ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ αβγ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ αβγ τῇ ὑπὸ βαγ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ βαγ ἄρα τῇ ὑπὸ δγζ ἐστὶν ἴση· πάλιν ἐπεὶ ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ σχῆμα, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ γδ τῇ γβ· ἀλλὰ καὶ ἡ βγ τῇ γα ἐστὶν ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ αγ τῇ γδ ἐστὶν ἴση· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αδγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δγα ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ δγζ τῇ ὑπὸ βαγ ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αδε γωνία δυσὶ ταῖς ὑπὸ βαγ δγα ἴση ἐστίν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι τοῦ αβγδε σχήματος ἑκάστη ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βαγ δγα ἴσαι εἰσὶν· ἑκάστη ἄρα τῶν ἐντὸς γωνιῶν τοῦ αβγδε σχήματος δυσὶν ὀρθαῖς ἴση ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων, αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει· ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ αβγδ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ βδ· λέγω ὅτι τοῦ αβγδ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ ἡ βδ διάμετρος δίχα αὐτὸ τέμνει· ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αβγδ, ἴση ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ καὶ ἡ βγ τῇ αδ· καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς αβ γδ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ βδ, αἱ ἄρα ὑπὸ αβδ γδβ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ ὑπὸ αδβ γβδ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῇ γδ, κοινὴ δὲ ἡ βδ, δύο δὴ αἱ αβ βδ δυσὶ ταῖς γδ δβ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γδβ ἐστὶν ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ αδ βάσει τῇ γβ ἐστὶν ἴση καὶ τὸ αβδ τρίγωνον τῷ γδβ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ αἱ λοιπαὶ ἄρα γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αδβ γωνία τῇ ὑπὸ γβδ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ αβδ γωνία τῇ ὑπὸ γδβ, ἡ δὲ ὑπὸ γβδ τῇ ὑπὸ αδβ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αβγ ὅλῃ τῇ ὑπὸ γδα ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ βαγ τῇ ὑπὸ δγα ἴση· αἱ ἄρα ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ, κοινὴ δὲ ἡ βγ, δύο δὴ αἱ αβ βγ δυσὶ ταῖς γδ δβ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γδβ ἐστὶν ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ αγ βάσει τῇ βδ ἐστὶν ἴση καὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ γδβ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· ἡ ἄρα βδ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ εβγζ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς βγ κείμενα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς βγ αε· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εβγζ παραλληλογράμμῳ· ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αβγδ, ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ βγ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ εζ τῇ βγ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ αδ τῇ εζ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ δε· ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ δζ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αβ τῇ γδ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ εα αβ δυσὶ ταῖς ζδ δγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ζδγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εαβ ἐστὶν ἴση· ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ εβ βάσει τῇ ζγ ἐστὶν ἴση καὶ τὸ εαβ τρίγωνον τῷ ζδγ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ δηε· λοιπὸν ἄρα τὸ αβγδ τραπέζιον λοιπῷ τῷ εβγζ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ δηβγ· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εβγζ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λζ

λη

90

πλάγια παραλληλόγραμμα ἴσα μεταξὺ ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ καὶ τὰ ἡμίση αὐτῶν ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

ἔστω παραλληλόγραμμα ἴσα ἀλλήλοις τὰ αβγδ εζηθ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν βγ ζη καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς πλευρᾶς τῆς βη· λέγω ὅτι καὶ τὰ ἡμίση τοῦ αβγδ τοῖς ἡμίσεσι τοῦ εζηθ ἴσα ἐστίν.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε ηγ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ· καὶ τὸ μὲν αβγδ διπλάσιόν ἐστι τοῦ βεγ τριγώνου· ἡ γὰρ βε διάμετρος δίχα τέμνει αὐτό· τὸ δὲ εζηθ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ βεη τριγώνου· ἡ γὰρ ηε διάμετρος δίχα τέμνει αὐτό· ἴσα δὲ τὰ ἡμίση τοῖς ἡμίσεσι· καὶ τὸ βεγ ἄρα τρίγωνον τῷ βεη τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· αἱ γὰρ αὐταὶ βάσεις αὐτοῖς καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις τοῖς βγ ζη ἐστίν· ἴσα δὲ τὰ ἡμίση τοῖς ἡμίσεσιν ἐστίν· ὅτι δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἐπὶ μέρους παραλληλογράμμων τὸ αὐτὸ συμβήσεται, ἐπιζευχθεισῶν τῶν ἐπὶ τῶν βάσεων τῶν αὐτῶν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, δῆλον.

λε

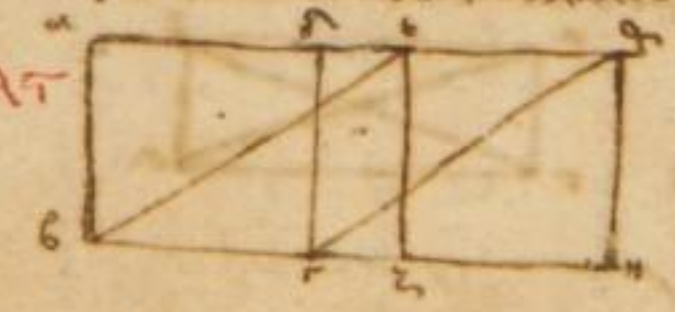
τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ εζγδ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς γδ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς γδ αη· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ τῷ εζγδ παραλληλογράμμῳ.

ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αβγδ, ἴση ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ εζ τῇ γδ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ αβ τῇ εζ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ βε· ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ βζ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αδ τῇ βγ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ εα αδ δυσὶ ταῖς ζβ βγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εαδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζβγ ἴση ἐστίν· ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· βάσις ἄρα ἡ εδ βάσει τῇ ζγ ἴση ἐστὶ καὶ τὸ εαδ τρίγωνον τῷ ζβγ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ηβγ· λοιπὸν ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον λοιπῷ τῷ εζγδ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηγδ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εζγδ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λϛ

τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.



ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ εζηθ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν βγ ζη ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς βη αθ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε γθ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ ζη, ἀλλὰ ἡ μὲν βγ τῇ εθ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ζη τῇ θγ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ εθ ἄρα τῇ θγ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ θβ· ὅλη ἄρα ἡ εβ ὅλῃ τῇ θγ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αβ τῇ δγ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ εβ βα δυσὶ ταῖς θγ γδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εβα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ θγδ ἴση ἐστίν· ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· βάσις ἄρα ἡ εα βάσει τῇ θδ ἴση ἐστὶ καὶ τὸ εβα τρίγωνον τῷ θγδ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ηγβ· λοιπὸν ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον λοιπῷ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηγδ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λζ

τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ εζηθ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν βγ ζη ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους τὰς βη αζ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε γθ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ ζη, ἀλλὰ ἡ μὲν βγ τῇ εθ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ζη τῇ θγ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ εθ ἄρα τῇ θγ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ θβ· ὅλη ἄρα ἡ εβ ὅλῃ τῇ θγ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αβ τῇ δγ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ εβ βα δυσὶ ταῖς θγ γδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εβα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ θγδ ἴση ἐστίν· ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· βάσις ἄρα ἡ εα βάσει τῇ θδ ἴση ἐστὶ καὶ τὸ εβα τρίγωνον τῷ θγδ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ηγβ· λοιπὸν ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον λοιπῷ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηγδ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη

τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ εζηθ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν βγ ζη ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους τὰς βη αζ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε γθ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ ζη, ἀλλὰ ἡ μὲν βγ τῇ εθ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ζη τῇ θγ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ εθ ἄρα τῇ θγ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ θβ· ὅλη ἄρα ἡ εβ ὅλῃ τῇ θγ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αβ τῇ δγ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ εβ βα δυσὶ ταῖς θγ γδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εβα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ θγδ ἴση ἐστίν· ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· βάσις ἄρα ἡ εα βάσει τῇ θδ ἴση ἐστὶ καὶ τὸ εβα τρίγωνον τῷ θγδ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ηγβ· λοιπὸν ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον λοιπῷ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηγδ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ

τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ εζηθ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν βγ ζη ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους τὰς βη αζ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ.

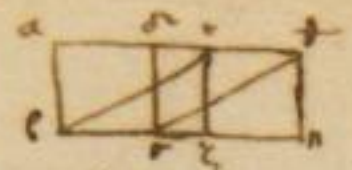
ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε γθ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ ζη, ἀλλὰ ἡ μὲν βγ τῇ εθ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ζη τῇ θγ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ εθ ἄρα τῇ θγ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ θβ· ὅλη ἄρα ἡ εβ ὅλῃ τῇ θγ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αβ τῇ δγ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ εβ βα δυσὶ ταῖς θγ γδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εβα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ θγδ ἴση ἐστίν· ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· βάσις ἄρα ἡ εα βάσει τῇ θδ ἴση ἐστὶ καὶ τὸ εβα τρίγωνον τῷ θγδ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ηγβ· λοιπὸν ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον λοιπῷ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηγδ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μ

τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ εζηθ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν βγ ζη ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους τὰς βη αζ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε γθ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ ζη, ἀλλὰ ἡ μὲν βγ τῇ εθ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ζη τῇ θγ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ εθ ἄρα τῇ θγ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ θβ· ὅλη ἄρα ἡ εβ ὅλῃ τῇ θγ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αβ τῇ δγ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ εβ βα δυσὶ ταῖς θγ γδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εβα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ θγδ ἴση ἐστίν· ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· βάσις ἄρα ἡ εα βάσει τῇ θδ ἴση ἐστὶ καὶ τὸ εβα τρίγωνον τῷ θγδ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ηγβ· λοιπὸν ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον λοιπῷ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηγδ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εζηθ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τὰς αὐτὰς παραλλήλους ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ αἱ ΒΓ ἄρα. Ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ παραλληλόγραμμα ἄρα ἐστὶ τὰ ΒΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ. Καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν αὐτοῖς ταῖς ΒΓ· ΑΖ· ΔΕ· ΒΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ, ἐπεὶ καὶ τρίγωνα ἴσα ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλῃ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΕ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· αἱ ΔΒ ἄρα ΖΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΖΔ ὅλῃ τῇ ΕΒ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ ΖΔ· ΔΑ δυσὶ ταῖς ΕΒ· ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΓ ἴση· ἡ γὰρ ὑπὸ ΖΔΕ τῇ ὑπὸ ΕΒΓ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΕΓ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΔΖ ἄρα τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΕΖΔ τρίγωνον· τὸ ἄρα ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ.

λβ

Τὰ τριγώνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ἔστω τὰ ΑΒΓ· ΔΒΓ τρίγωνα· καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστωσαν ταῖς ΑΔ· ΒΓ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

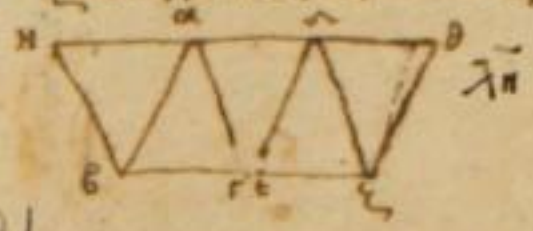
λβ

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε· Ζ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ· διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΑ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τὰ δὲ ΔΒΓ τρίγωνα τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ ἴσα ἐστίν· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ· ΕΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

λγ

Τὰ τριγώνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ἔστω τὰ ΑΒΓ· ΔΕΖ τρίγωνα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστωσαν ταῖς ΒΖ· ΑΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

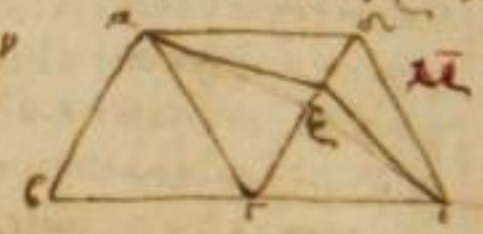
Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η· Θ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ· διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΕΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΒΓΑ· καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ· ἀλλὰ ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΗΑ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ΕΖ τῇ ΔΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΗΑ ἄρα τῇ ΔΘ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΑΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΗΔ ὅλῃ τῇ ΑΘ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ ΗΔ· ΔΒ δυσὶ ταῖς ΘΑ· ΑΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΔΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘΑΓ ἴση· ἡ γὰρ ὑπὸ ΗΔΒ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΗΒ βάσει τῇ ΘΓ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΗΔΒ ἄρα τρίγωνον τῷ ΘΑΓ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΔΖ τρίγωνον· τὸ ἄρα ΗΒΓΑ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.



λγ

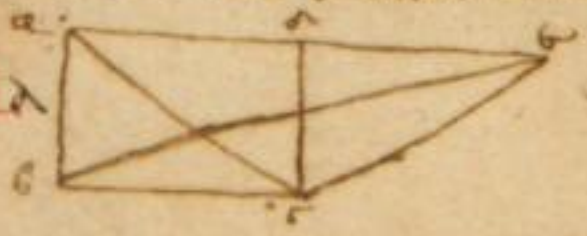
λδ

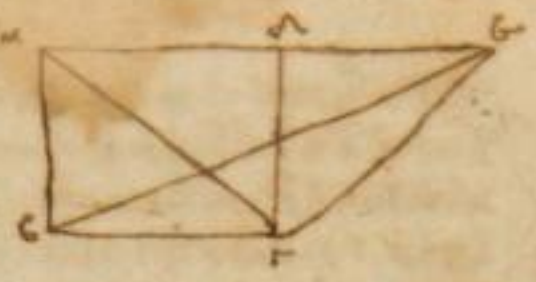
λε

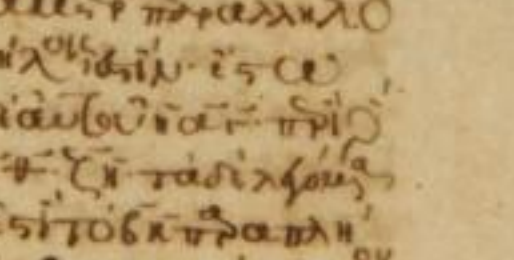


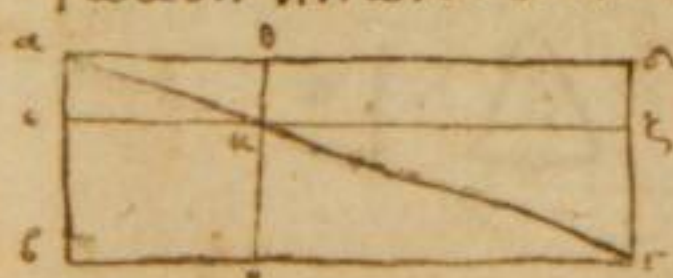
μ

μα









92

καὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΓ τριγώνου
τῷ ΑΘΓ τριγώνῳ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ τὸ ΚΖΓ τριγώνου τῷ ΚΓΕ ἐστὶν
ἴσον· ἐπεὶ οὖν τὸ ΚΕΒ τριγώνου τῷ
ΚΒΘ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ
ΚΖΕ τῷ ΚΕΓ· τὸ ἄρα ΚΒΓ τριγώνου μέρος ἐστὶ τοῦ ΚΘΓ,
τριγώνου μέρος τοῦ ΚΖΓ τριγώνου· ἐστὶ δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
ὅλῳ τῷ ΑΘΓ ἐστὶν ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΚ παραπλήρωμα ἴσον ἐστὶ
τῷ ΚΖ παραπληρώματι· πᾶν ἄρα παραλληλόγραμμον περὶ
τὴν διάμετρον τὴν ἀπὸ τοῦ ἑνὸς τῶν ἀπὸ τῶν ἀπληρωμάτων ἴσον
ἀνὰ μίαν γωνίαν τοῖς ἐξ ἀρχῆς ἐστὶν ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

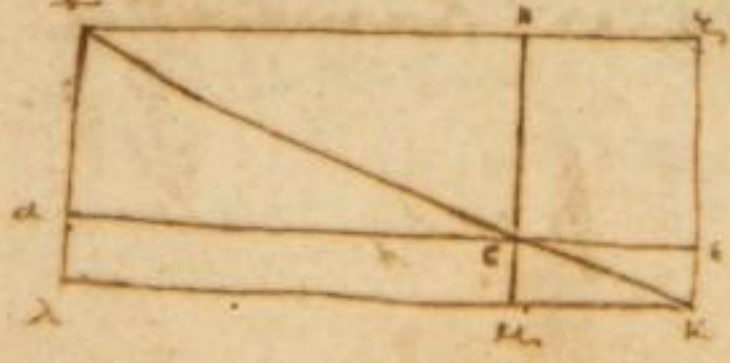
μό
Π

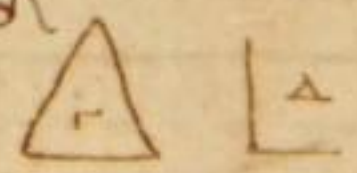
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλλη-
λόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

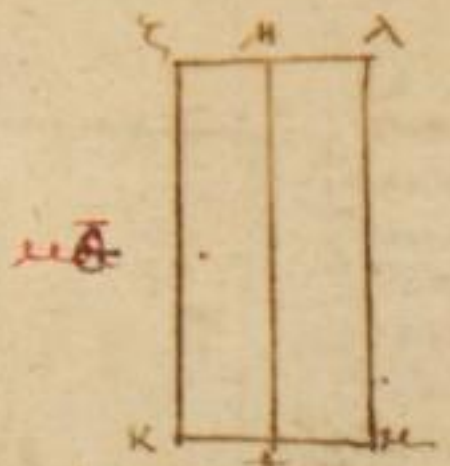
ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, ἡ δὲ δοθεῖσα
γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι
τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν γωνίᾳ τῇ ἴσῃ τῇ Δ.

μθ
Π

συνεστάτω τῷ μὲν Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΕΖΗΘ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΘ,
ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΕΖ· διήχθω
ἡ ΗΖ ἐπὶ τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΕΗ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω
ἡ ΑΚ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΒ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΚ, ΕΗ
εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΚΗ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΚΗ, ΚΗΕ γωνίαι δυσὶν
ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΚΗ, ΚΗΕ δυσὶν ὀρθαῖς ἐλάττονές εἰσιν·
αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν·
ἐκβαλλόμεναι οὖν αἱ ΒΚ, ΕΗ συμπεσοῦνται· ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Λ· καὶ διὰ τοῦ
σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΛΜ· καὶ κατὰ τὸ Β
ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΒ ἐπὶ τὸ Ν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΒ τῇ ΒΑ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ
σημεῖα τῇ ΑΒ εὐθεῖα παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΑΚ ἴσον τῷ Γ τριγώνῳ
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΘ, ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· ἀλλὰ καὶ τὸ ΝΚ τῷ ΑΚ ἐστὶν ἴσον·
καὶ τὸ ΝΚ ἄρα τοῦ Γ ἐστὶν ἴσον· παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι
τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΝΚ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΘ,
ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



μθ




μϛ

Τῶν δοθέντι δὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, σύνεγγυς ἐστὶ τῇ δοθείσῃ δὐθυγράμμῳ γωνίᾳ ἰσογωνίου δὲ δοθέντος παραλληλογράμμου, τῷ δὲ δοθέντι δὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβεβλῆσθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἰσογωνίου παραλληλογράμμου, ἡ δοθεῖσα δὐθύγραμμος μὴ μείζων ἔστω τοῦ παραβληθησομένου παραλληλογράμμου, ὡ δὲ δεῖ παραβαλεῖν παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ δοθέντι δὐθυγράμμῳ, ἐν γωνίᾳ τῇ δοθείσῃ τῇ τοῦ παραλληλογράμμου, ἔστω τὸ μὲν δοθὲν δὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ τοῦ παραλληλογράμμου ἡ Δ· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓ δὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐν γωνίᾳ τῇ Δ.

ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΕ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ, Ε τῇ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΕΖ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΕΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Ε τῇ ΔΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΗ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΗ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΔΗ, ΒΕ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΔΕ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΕΒ, ΕΔΗ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΕΔ, ΔΕΖ τῶν ὑπὸ ΕΔΗ, ΔΕΖ ἐλάττονές εἰσι δυσὶν ὀρθαῖς· αἱ δὲ ἐλάττονες ἢ δύο ὀρθῶν συμπίπτουσιν ἐπ' ἄπειρον· αἱ ΔΗ, ΕΖ ἄρα συμπεσοῦνται· ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Θ, καὶ διὰ τοῦ Θ σημείου τῇ μὲν ΕΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΚ, διὰ δὲ τοῦ Η τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΚ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΘ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ἴση ἡ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΔΗ, ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΗ, τῇ δὲ ὑπὸ ΕΔΗ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΗΘ, καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΖΗ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΖΕΗΗ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΕ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΗΔ ἐστὶν ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ΖΘ ὅλῃ τῇ ΕΔ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΕΔ τῇ ΖΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΖΚ ἄρα τῇ ΖΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ἴση ἡ ὑπὸ ΚΖΘ τῇ ὑπὸ ΖΘΚ· ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ ΚΖΘ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΚΗ, τῇ δὲ ὑπὸ ΖΘΚ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΚΘ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΚΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΚΗ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ ΚΖΘ, ΖΚΗ, ΗΚΘ τρισὶν ταῖς ὑπὸ ΖΘΚ, ΚΗΘ, ΗΚΘ ἴσαι εἰσίν· αἱ δὲ ὑπὸ ΚΖΘ, ΖΚΗ, ΗΚΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΖΘΚ, ΚΗΘ, ΗΚΘ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΚΗΘ, ΗΚΘ μιᾷ ὀρθῇ ἐστὶν ἴση· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΚΖΘ, ΖΚΗ μιᾷ ὀρθῇ ἐστὶν ἴση· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΖΗ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνία ἑκατέρας τῶν ὑπὸ ΕΔΗ, ΔΗΘ γωνιῶν ἐστὶν ἴση, καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΕΔΗ, ΔΗΘ γωνιῶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΗ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐναλλὰξ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΔΗ, ΔΗΘ ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΗ ἐστὶν ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΗ γωνιῶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΕΔΗ, ΔΗΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐναλλὰξ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΔΗ, ΔΗΘ ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΗ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΖ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΘ παραλληλογράμμῳ· ἐπεὶ οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΔΖΕΗ παραλληλόγραμμον, ὅλον δὴ τὸ ΔΖ τετράγωνόν ἐστι· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΖ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΘ παραλληλογράμμῳ, ἔστι δὲ τὸ ΔΖ τετράγωνον, τετράγωνον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΔΘ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΘ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΗ· ἴσην γάρ ἔχει τὴν ὑπὸ ΔΗΘ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΚΖΗ· ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΔΗ τῷ ΑΒΓ δὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβεβλῆσθαι· ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΗΘ ἴσῃ τῇ ὑπὸ ΚΖΗ· καὶ τὸ ΔΘ ἄρα τῷ ΑΒΓ δὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται ἐν γωνίᾳ τῇ Δ τῇ ὑπὸ ΚΖΗ· ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΔΘ τετράγωνον· τῶν ἄρα δοθέντι δὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΔΘ ἐν γωνίᾳ τῇ Δ τῇ ὑπὸ ΚΖΗ· ἴσην δὲ τὴν ὑπὸ ΚΖΗ τῇ δοθείσῃ τῇ Δ ἐποιήσαμεν· τῷ ἄρα δοθέντι δὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΔΘ ἐν γωνίᾳ τῇ δοθείσῃ τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

πόρισμα

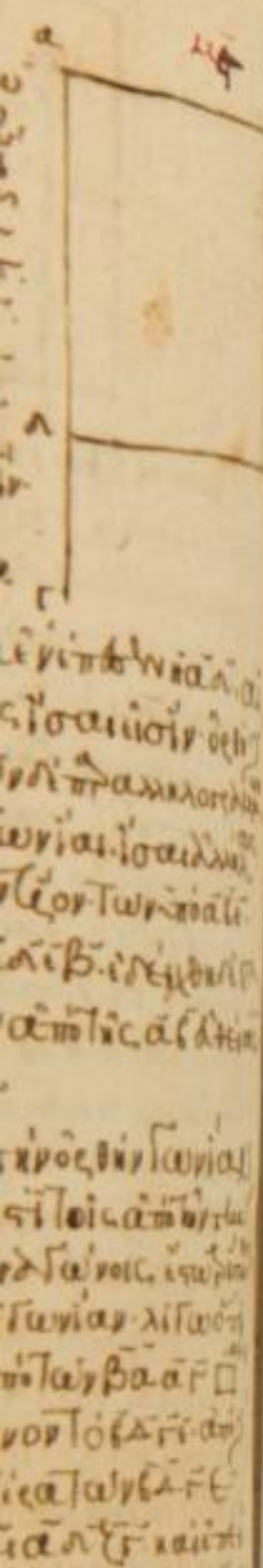
ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἐδείχθη ἐπὶ τοῦ δευτέρου θεωρήματος.

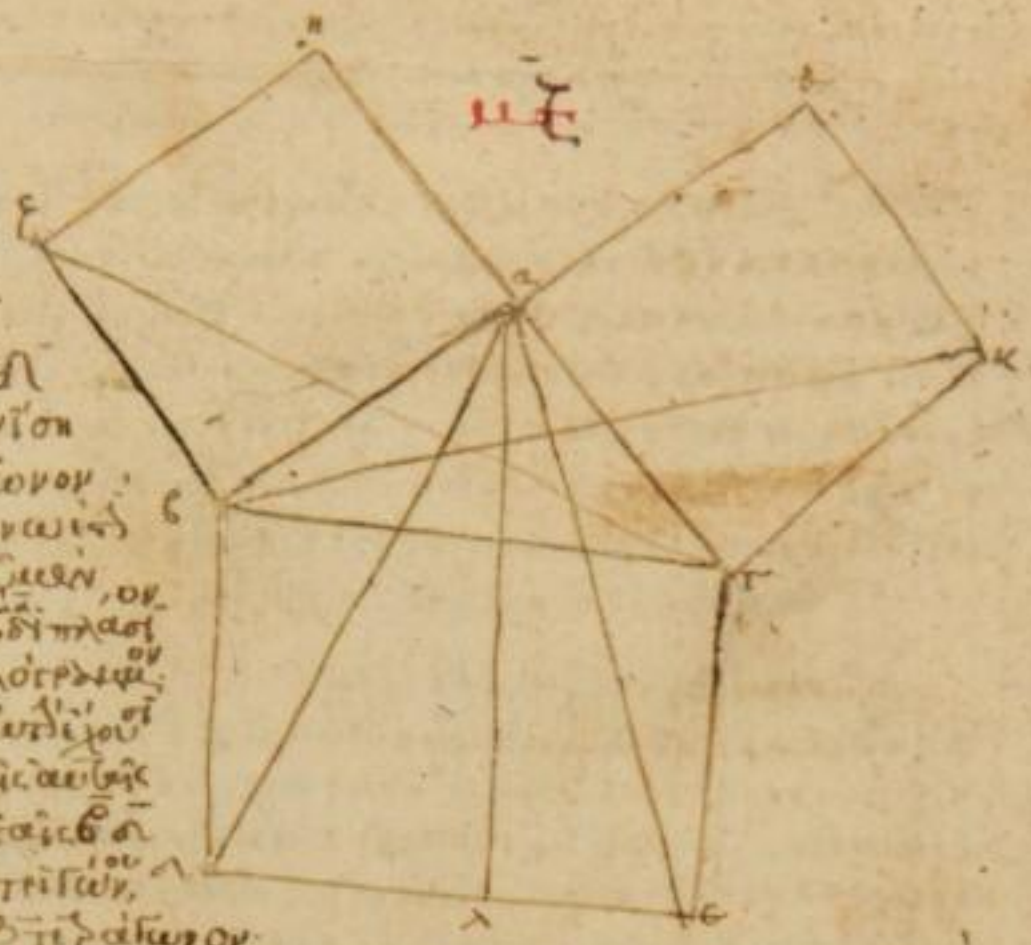
λ' πρότασις

Δοθείσης εὐθείας τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον ἀναγράψαι· ἰσογώνιον δὲ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἀναγράψαι.

μθ

ιη
Ἡ χωρὶς τῆς βάσεως ἀπὸ τοῦ πέρατος τοῦ
σημείου τοῦ ἀπὸ τοῦ σημείου ἐπὶ τὴν
τῆς βάσεως κάθετος ἀγομένη ἴση ἐστὶ τῇ
ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ ΒΓ. καὶ διὰ τοῦ σημείου
τῆς ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ. διὰ δὲ τοῦ
Β σημείου τῇ ΑΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΖ.
παραλληλόγραμμον δή ἐστι τὸ ΑΕΒΖ.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΕΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΖΒ ἐστιν ἴση.
καὶ ἡ ΖΒ ἄρα τῇ ΕΓ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΒΕ.
ὅλη ἄρα ἡ ΖΕ ὅλῃ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ ἡ μὲν ΖΕ τῇ ΑΔ
ἐστιν ἴση. ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ
ἐστιν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΔ. ΒΓ. ἀλλὰ ἡ μὲν ΑΔ
τῆς ΒΓ ἐστὶ διπλασία. ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΓ διπλασία ἐστίν.
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕΒΖ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ.
καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΕΒΖ. ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΑΕΒΖ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν
ΑΕΒΖ ἥμισυ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον. ἴσον γάρ ἐστι τὸ ΑΒΖ τρίγωνον
τῷ ΖΕΒ τριγώνῳ. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΖΒ καὶ
ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΖΒ. ΑΕ. τοῦ δὲ ΕΒΓ τριγώνου
ἥμισυ ἐστὶ τὸ ΕΒΓ παραλληλόγραμμον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς
βάσεως ἐστὶ τῆς ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΕΓ. ΒΔ.
καὶ τὰ ἡμίση δὲ τοῖς ἡμίσεσιν ἴσα ἐστίν. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΖ
τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ
ἐστιν ἴσον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΓΔ καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΓΔ. ΑΕ. καὶ τὸ ΑΒΖ ἄρα τρίγωνον
τῷ ΑΔΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΔ. ΒΓ. ἀλλὰ καὶ
ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΖΕ ἐστιν ἴση. ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ
ΖΕ ἄρα τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΖΕ. ΑΔ. καὶ
ἐστὶν ἀπ' αὐτῶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΑΔ γωνία. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ
ΑΖΕ γωνία. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΔ. ΒΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ μὲν ΑΔ
τῇ ΖΕ ἐστιν ἴση. ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ
ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΖΕ. ΑΔ. καὶ ἐστὶν ἀπ'
αὐτῶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΑΔ γωνία. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία.
ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνιῶν ὀρθή ἐστιν. ἴσαι
ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνίαι. καὶ εἰσὶν ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ
αὐτὰ μέρη. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι καὶ ὀρθαὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνιῶν. ἐπεὶ οὖν
ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνιῶν ὀρθή ἐστιν. ἴσαι ἄρα εἰσὶν
αἱ ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνίαι. καὶ εἰσὶν ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.
αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι καὶ ὀρθαὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν
ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνιῶν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΑΖΕΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον ἴσον τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ.
καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ΑΔΓ διπλάσιον τὸ ΑΔΕΖ παραλληλόγραμμον.
ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΑΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ταῖς ΑΔ. ΖΕ. τοῦ δὲ ΑΒΖ τριγώνου διπλάσιον ἐστὶ
τὸ ΑΒΖ παραλληλόγραμμον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς
ΑΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΖ. ΒΗ. καὶ ἐστὶ τοῦ
μὲν ΑΒΖ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον. ἴσον γάρ
ἐστι τὸ ΑΒΖ τρίγωνον τῷ ΖΕΒ τριγώνῳ. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς
βάσεως ἐστὶ τῆς ΖΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΖΒ. ΑΕ.
τοῦ δὲ ΕΒΓ τριγώνου ἥμισυ ἐστὶ τὸ ΕΒΓ παραλληλόγραμμον.
ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ταῖς ΕΓ. ΒΔ. καὶ τὰ ἡμίση δὲ τοῖς ἡμίσεσιν ἴσα
ἐστίν. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. ἀλλὰ
τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ ἐστιν ἴσον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως
ἐστὶ τῆς ΓΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΓΔ. ΑΕ. καὶ
τὸ ΑΒΖ ἄρα τρίγωνον τῷ ΑΔΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν
αἱ ΑΔ. ΒΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΖΕ ἐστιν ἴση. ἡ δὲ ΒΓ τῇ
ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴσαι
εἰσὶν αἱ ΖΕ. ΑΔ. καὶ ἐστὶν ἀπ' αὐτῶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΑΔ γωνία.
ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΔ. ΒΓ.
ἀλλὰ καὶ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΖΕ ἐστιν ἴση. ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση.
καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΖΕ. ΑΔ.
καὶ ἐστὶν ἀπ' αὐτῶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΑΔ γωνία. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ
ΑΖΕ γωνία. ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνιῶν ὀρθή
ἐστιν. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνίαι. καὶ εἰσὶν ἐντὸς
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι καὶ ὀρθαὶ ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσίν. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνιῶν.
ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΖΕΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον
ἴσον τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ. καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ΑΔΓ διπλάσιον τὸ
ΑΔΕΖ παραλληλόγραμμον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς
ΑΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ. ΖΕ. τοῦ δὲ ΑΒΖ
τριγώνου διπλάσιον ἐστὶ τὸ ΑΒΖ παραλληλόγραμμον. ἐπὶ γὰρ
τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΑΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ταῖς ΑΖ. ΒΗ. καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ΑΒΖ παραλληλογράμμου ἥμισυ
τὸ ΑΒΖ τρίγωνον. ἴσον γάρ ἐστι τὸ ΑΒΖ τρίγωνον τῷ ΖΕΒ
τριγώνῳ. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΖΒ καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΖΒ. ΑΕ. τοῦ δὲ ΕΒΓ τριγώνου ἥμισυ
ἐστὶ τὸ ΕΒΓ παραλληλόγραμμον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως
ἐστὶ τῆς ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΕΓ. ΒΔ. καὶ
τὰ ἡμίση δὲ τοῖς ἡμίσεσιν ἴσα ἐστίν. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΖ
τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ
ἐστιν ἴσον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΓΔ καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΓΔ. ΑΕ. καὶ τὸ ΑΒΖ ἄρα τρίγωνον
τῷ ΑΔΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΔ. ΒΓ. ἀλλὰ καὶ
ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΖΕ ἐστιν ἴση. ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ
ΖΕ ἄρα τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΖΕ. ΑΔ. καὶ
ἐστὶν ἀπ' αὐτῶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΑΔ γωνία. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ
ΑΖΕ γωνία. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΔ. ΒΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ μὲν ΑΔ
τῇ ΖΕ ἐστιν ἴση. ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ
ΑΔ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΖΕ. ΑΔ. καὶ ἐστὶν ἀπ'
αὐτῶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΑΔ γωνία. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία.
ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνιῶν ὀρθή ἐστιν. ἴσαι
ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνίαι. καὶ εἰσὶν ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ
αὐτὰ μέρη. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι καὶ ὀρθαὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ. ΖΕΔ γωνιῶν. ὀρθογώνιον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΖΕΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον ἴσον τῷ
ΑΔΓ τριγώνῳ. καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ΑΔΓ διπλάσιον τὸ ΑΔΕΖ
παραλληλόγραμμον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΑΔ καὶ
ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ. ΖΕ. τοῦ δὲ ΑΒΖ τριγώνου
διπλάσιον ἐστὶ τὸ ΑΒΖ παραλληλόγραμμον. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς
βάσεως ἐστὶ τῆς ΑΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΖ. ΒΗ.
καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ΑΒΖ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον.
ἴσον γάρ ἐστι τὸ ΑΒΖ τρίγωνον τῷ ΖΕΒ τριγώνῳ. ἐπὶ γὰρ τῆς
αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΖΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΖΒ. ΑΕ.





κγ̄

Βάσις δὲ τριγώνου
ῥόμβος ἐστὶν ἰσόπλευρον
καὶ ὀρθογώνιον μὴ
τῶν δὲ τριγώνων
ἴσον καὶ ἐναντίον
ὃ δὲ τριγώνου διπλάσιος
τὸ δὲ παραλληλόγραμμον
βάσιν τὴν αὐτὴν ἔχει τῷ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
εἰσὶ παραλλήλοις ταῖς
α δ τοῦ δὲ ζ ε τριγώνου,
διπλάσιον ὄντος τοῦ β τετραγώνου
βάσιν γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχει πρὸς τὴν ε ζ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ταῖς ε ζ· ἔστι τοίνυν διπλάσιον τὸ α ε ζ
τριγώνου τοῦ β τετραγώνου· καὶ ἐπεὶ ἰσοσκελὲς ἐστὶ τὸ
ε ζ τρίγωνον, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ε ζ κάθετον ἀγάγωμεν, δίχα
τεμεῖ αὐτό· ὥστε καὶ τὸ ε ζ τρίγωνον διπλάσιον ἐστὶ τοῦ
ε η ζ τριγώνου· ἔστι δὲ καὶ τὸ ε η ζ τρίγωνον ἴσον τῷ
β τετραγώνῳ· ἐπεὶ καὶ βάσιν τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ε ζ η θ· καὶ τὸ β ἄρα τετράγωνον
τοῦ α ε ζ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον· ἔστι δὲ καὶ τὸ α ε ζ
τρίγωνον τοῦ α δ ε τριγώνου διπλάσιον, ἐπεὶ καὶ βάσιν
τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς α δ
ε ζ· ἔστιν ἄρα τὸ β τετράγωνον τοῦ α δ ε τριγώνου
διπλάσιον· ἔστι δὲ καὶ τὸ α δ ε τρίγωνον τοῦ α δ ε
παραλληλογράμμου διπλάσιον, ἐπεὶ καὶ βάσιν τὴν αὐτὴν
ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς α δ ε ζ· ἔστιν
ἄρα τὸ β τετράγωνον ἴσον τῷ α δ ε παραλληλογράμμῳ·
ὁμοίως δὴ δείξομεν καὶ τὸ γ τετράγωνον ἴσον ὂν τῷ
α δ ε παραλληλογράμμῳ· ἔστιν ἄρα τὸ β τετράγωνον
ἴσον τῷ γ τετραγώνῳ· καὶ ἔστι τὸ μὲν β τετράγωνον
τὸ ἐπὶ τῆς ε ζ, τὸ δὲ γ τετράγωνον τὸ ἐπὶ τῆς ε η·
αἱ ἄρα ε ζ ε η πλευραὶ τῶν β γ τετραγώνων ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσίν· ὥστε καὶ ἡ ε α ἴση ἐστὶ τῇ ε ζ· ἀλλὰ τῇ μὲν ε ζ
ἴσαι εἰσὶν αἱ ε δ α δ, τῇ δὲ ε η ἴσαι εἰσὶν αἱ ε α α η·
αἱ ἄρα ε δ α δ ταῖς ε α α η ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ ε α δ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ε α η ἐστὶν ἴση· καὶ γὰρ
ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα· καὶ βάσις ἄρα ἡ ε δ βάσει τῇ ε η
ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ε α δ τρίγωνον τῷ ε α η τριγώνῳ ἴσον
ἐστίν· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ α δ ε ζ παραλληλόγραμμον
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ α η ε ζ παραλληλογράμμῳ· ἀλλὰ τὸ
ὑπὸ α η ε ζ ἴσον ἐστὶ τῷ β τετραγώνῳ· καὶ τὸ ὑπὸ α δ
ε ζ ἄρα παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ β τετραγώνῳ·
ὁμοίως δὴ δείξομεν καὶ τὸ ὑπὸ β ε ζ η παραλληλόγραμμον
ἴσον ὂν τῷ γ τετραγώνῳ· ἔστιν ἄρα τὸ ὑπὸ α δ ε ζ
παραλληλόγραμμον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν α β γ τετραγώνοις·
ἐπὶ τῆς ὑποτεινούσης ἄρα τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου
τοῦ β ε ζ τὸ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν ὑποτείνουσαν
τὴν ε ζ ἀναγραφὲν τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
β ε γ ζ τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τοῦ τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν πλευρῶν τετραγώνοις, ὅταν
γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν
γωνίας ᾖ ὀρθῆς μείζων· ὀρθὴν δὲ γωνίαν ὑποτείνουσα
ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ ἐστὶ μείζων ἢ ἡμίσεια τῆς
ὑποτεινούσης τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐπὶ τὸ ὀρθὸν
ἀπὸ τοῦ ἑτέρου τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν σημείου
ἐπιζευγνυμένη ἐντὸς πίπτει τοῦ τριγώνου· ἔστω τρίγωνον
τὸ α β γ, γωνίαν δὲ τὴν ὑπὸ α β γ ἀμβλεῖαν ὑποτείνουσα
ἡ α γ πλευρὰ ἔστω μείζων ἢ ἡμίσεια τῆς ὑποτεινούσης
τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐπὶ τὸ ὀρθὸν ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ
τὴν β γ ἐπιζευγνυμένη ἡ α δ ἐντὸς πίπτει τοῦ τριγώνου·
λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ
τῶν α β β γ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γ β δ·
ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γ β δ τέτμηται εἰς τὸ δ, τὸ ἄρα ἀπὸ
τῆς γ β δ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γ β δ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ
τῶν γ β δ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς δ α· τὰ ἄρα
ἀπὸ τῶν γ β δ α ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γ β δ δ α καὶ τῷ
δὶς ὑπὸ τῶν γ β δ· ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν γ β δ α ἴσον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γ α· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ δ γωνία· τοῖς
δὲ ἀπὸ τῶν γ β δ δ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γ β· ὀρθὴ γὰρ
ἡ ὑπὸ α δ β γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν α β β γ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ
τῶν γ β δ· ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ γ β τέτμηται τυχόντως
κατὰ τὸ δ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γ β α γ ἴσον ἐστὶ τῷ τε
ὑπὸ τῶν γ β δ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ β α δ· ἀλλὰ τῷ μὲν
ὑπὸ τῶν γ β δ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν γ β δ καὶ τὸ ἀπὸ
τῆς β δ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν γ β α δ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν
γ β α καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γ β α γ
ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν γ β δ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ β α
καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α β δ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γ β α γ
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τῷ ἀπὸ τῆς α γ· κοινὸν
προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν γ β δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γ β α
καὶ τὸ ὑπὸ τῶν γ β δ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α γ ἴσον ἐστὶ τῷ
τε ὑπὸ τῶν γ β δ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τῷ ὑπὸ
τῶν α β δ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γ β δ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
γ β α ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ β α δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
γ β α δ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α γ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν
γ β α δ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α β δ· κοινὸν προσκείσθω τὸ
ὑπὸ τῶν α β γ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γ β α δ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
α β γ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α γ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν
γ β α δ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α β γ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α β δ·
ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γ β α δ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β γ
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τῷ ἀπὸ τῆς α β· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α β καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α γ
ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α β δ·
κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς α β· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
γ β α καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α β καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α γ ἴσον ἐστὶ
τῷ τε ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α β δ καὶ τῷ
ἀπὸ τῆς α β· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τὸ ἀπὸ
τῆς α β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς β γ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς β γ
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α γ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν γ β α καὶ
τῷ ὑπὸ τῶν α β δ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς α β· ἀλλὰ τοῖς μὲν
ἀπὸ τῶν α β β γ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς α γ· ὀρθὴ γὰρ
ἡ ὑπὸ α β γ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν α β β γ ἴσον ἐστὶ
τὸ ἀπὸ τῆς α γ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α β· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς
α γ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α γ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν γ β α
καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α β δ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς α β· κοινὸν
ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς α β· τὸ ἄρα λοιπὸν τὸ ἀπὸ τῆς
α γ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τῷ ὑπὸ τῶν
α β δ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον τοῦ ὑπὸ τῶν
γ β α καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν α β δ ἐστὶν ὑπερέχον· ἔστι δὲ
καὶ τὸ ὑπὸ τῶν γ β α καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β δ τὸ ὑπὸ τῶν
γ β δ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον τοῦ ὑπὸ τῶν
γ β δ ἐστὶν ὑπερέχον· ὑπερέχει δὲ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς α β·
ὑπερέχει ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον τοῦ ὑπὸ τῶν
γ β δ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς α β· ὑπερέχει δὲ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς
β δ· ὑπερέχει ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον τοῦ ὑπὸ
τῶν γ β δ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς β δ· ὑπερέχει δὲ καὶ τῷ ἀπὸ
τῆς δ α· ὑπερέχει ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον τοῦ
ὑπὸ τῶν γ β δ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς β δ· ὑπερέχει δὲ καὶ τῷ
ἀπὸ τῆς δ α· ὑπερέχει ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον
τοῦ ὑπὸ τῶν γ β δ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς β δ· ὑπερέχει δὲ καὶ
τῷ

Τέλος δευτέρου βιβλίου.

Τοῦ αὐτοῦ τρίτου βιβλίου.

Ὅροι.

α΄. Ἴσα τμήματα κύκλων λέγεται, ὅταν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν.

β΄. Ἐφάπτεσθαι κύκλος κύκλου λέγεται, ὃς ἁπτόμενος οὐ τέμνει.

γ΄. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς ἀγόμεναι κάθετοι ἴσαι ὦσιν.

δ΄. Μᾶλλον δὲ ἀπέχειν ἐφ' ἑκατέρᾳ τῶν ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπ' αὐτὰς ἀγομένων καθέτων ἐφ' ἣν μείζων ἡ κάθετος πίπτει.

ε΄. Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας, ἧς ἐστι μείζων ἢ ἡμικύκλιον.

ϛ΄. Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεκτικὰ γωνιῶν ἴσων ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ζ΄. Γωνία τμήματος περιεχομένη μέν ἐστιν ὑπό τε εὐθείας καὶ περιφερείας κύκλου, ἧς ἐστι μείζων ἢ ἡμικύκλιον.

η΄. Γωνία δὲ ἐν τμήματι ἐστιν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος εἰλημμένου τινὸς σημείου ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ἃ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι γωνίαν περιέχουσαι.

θ΄. Γωνία δὲ ἐπὶ περιφερείας ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας εἰλημμένου τινὸς σημείου ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ἃ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι γωνίαν περιέχουσαι.

ι΄. Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

ια΄. Ὅμοιοι τομεῖς κύκλων ἐστὶν, ὅταν αἱ πρὸς τοῖς κέντροις γωνίαι ἴσαι ὦσιν ἀλλήλαις, ἢ ἐπὶ τῶν αὐτῶν κέντρων ἢ ἐπὶ ἴσων κύκλων.

Τέλος ὅρων τοῦ τρίτου βιβλίου.

Εὐκλείδους στοιχείων πρῶτον.

α΄. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

β΄. Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

γ΄. Δύο εὐθειῶν δοθεισῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

δ΄. Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

ε΄. Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

ϛ΄. Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

ζ΄. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσαι ταῖς δοθείσαις εὐθείαις.

η΄. Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει.

θ΄. Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

ι΄. Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

ια΄. Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

ιβ΄. Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

ιγ΄. Ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἢ δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

ιδ΄. Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

ιε΄. Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν.

ιϛ΄. Παντὸς τριγώνου προσεκβληθείσης μιᾶς τῶν πλευρῶν ἡ ἐκτὸς γωνία μείζων ἐστὶ ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν.

ιζ΄. Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι παντὶ τρόπῳ μεταλαμβανόμεναι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν.

ιη΄. Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

ιθ΄. Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων γωνία ὑπὸ μείζονα πλευρὰν ὑποτείνεται.

κ΄. Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ παντὶ τρόπῳ μεταλαμβανόμεναι τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν.

κα΄. Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσι, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάσσονες μέν εἰσι, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν.

κβ΄. Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵτινες ἴσαι εἰσὶ τρισὶ δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι· δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς παντὶ τρόπῳ μεταλαμβανομένας μείζονας εἶναι.

κγ΄. Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

κδ΄. Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

κε΄. Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην τῆς γωνίας μείζονα ἕξει.

κϛ΄. Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἔχῃ ἢ τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην.

κζ΄. Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

κη΄. Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

κθ΄. Εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

λ΄. Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

λα΄. Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

λβ΄. Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσαι εἰσίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρισὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

λγ΄. Αἱ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι καὶ αὐταὶ ἴσαι καὶ παράλληλοί εἰσιν.

λδ΄. Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

λε΄. Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

λϛ΄. Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

λζ΄. Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

λη΄. Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

λθ΄. Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη συνεστῶτα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

μ΄. Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη συνεστῶτα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

μα΄. Τοῦ δοθέντος τριγώνου παραλληλόγραμμον ἴσον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

μβ΄. Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

μγ΄. Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

μδ΄. Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

με΄. Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

μϛ΄. Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον ἀφελεῖν.

μζ΄. Τὰ ἀπὸ τῶν πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετραγώνῳ.

μη΄. Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ λοιπὴ τῶν δοθεισῶν δύο πλευρῶν γωνία ὀρθή ἐστιν.

Τέλος τῶν Εὐκλείδους στοιχείων πρώτου.

Εὐκλείδους στοιχείων δεύτερον.

Ὅροι.

α΄. Παντὸς παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμμων καὶ τῶν δύο παραπληρωμάτων ἕν τι εἶδος καλείσθω.

β΄. Γνώμων δὲ καλείσθω τὸ περιλειπόμενον σχῆμα, ὅταν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ὅμοιον τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον ἀφαιρεθῇ.

γ΄. Παντὸς τριγώνου ὀρθογωνίου τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

δ΄. Παντὸς τριγώνου ἀμβλυγωνίου τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

ε΄. Παντὸς τριγώνου ὀξυγωνίου τὸ ἀπὸ τῆς μίαν τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρᾶς τετράγωνον ἔλασσόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

ϛ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

ζ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὰ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς τῶν τμημάτων τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

η΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπ' ἀμφοτέρων συναμφοτέρου τετραγώνῳ.

θ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

ι΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα καὶ προστεθῇ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τὸ ὑπὸ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συναμφοτέρου τῆς τε ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

ια΄. Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τμῆσαι ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

ιβ΄. Ἐὰν ἀμβλυγωνίου τριγώνου ἀπὸ μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν πλευρᾶς ἐπὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν ἀχθῇ εὐθεῖα ἴση οὖσα τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς ἀμβλείας γωνίας ἐπὶ τὴν ἀπεναντίον βάσιν καθέτῳ, τὸ ἀπὸ τῆς ἐκβαλλομένης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῆς καθέτου καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ τετραγώνοις.

ιγ΄. Ἐὰν ὀξυγωνίου τριγώνου ἀπὸ μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν πλευρᾶς ἐπὶ τὴν ἀπεναντίον πλευρὰν ἀχθῇ εὐθεῖα καθέτῳ, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῆς καθέτου καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ἐντὸς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ τετραγώνοις.

ιδ΄. Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Τέλος τῶν Εὐκλείδους στοιχείων δευτέρου.

Εὐκλείδους στοιχείων τρίτον.

Ὅροι.

α΄. Ἴσοι κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι εἰσίν, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

β΄. Εὐθεῖα κύκλου ἅπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

γ΄. Κύκλοι ἐφάπτεσθαι λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

δ΄. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς ἀγόμεναι κάθετοι ἴσαι ὦσιν.

ε΄. Μᾶλλον δὲ ἀπέχειν ἐφ' ἑκατέρᾳ τῶν ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπ' αὐτὰς ἀγομένων καθέτων ἐφ' ἣν μείζων ἡ κάθετος πίπτει.

ϛ΄. Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας, ἧς ἐστι μείζων ἢ ἡμικύκλιον.

ζ΄. Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεκτικὰ γωνιῶν ἴσων ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

η΄. Γωνία τμήματος περιεχομένη μέν ἐστιν ὑπό τε εὐθείας καὶ περιφερείας κύκλου, ἧς ἐστι μείζων ἢ ἡμικύκλιον.

θ΄. Γωνία δὲ ἐν τμήματι ἐστιν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος εἰλημμένου τινὸς σημείου ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ἃ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι γωνίαν περιέχουσαι.

ι΄. Γωνία δὲ ἐπὶ περιφερείας ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας εἰλημμένου τινὸς σημείου ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ἃ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι γωνίαν περιέχουσαι.

ια΄. Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

ια΄. Ὅμοιοι τομεῖς κύκλων ἐστὶν, ὅταν αἱ πρὸς τοῖς κέντροις γωνίαι ἴσαι ὦσιν ἀλλήλαις, ἢ ἐπὶ τῶν αὐτῶν κέντρων ἢ ἐπὶ ἴσων κύκλων.

Τέλος ὅρων τοῦ τρίτου βιβλίου.

Εὐκλείδους στοιχείων τρίτου πρῶτον.

α΄. Κύκλου τοῦ δοθέντος τὸ κέντρον εὑρεῖν.

β΄. Ἐὰν ἐπὶ κύκλου λάβωμεν δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

γ΄. Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ μέσου τυχόντος σημείου εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, καὶ δίχα τεμεῖ.

δ΄. Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

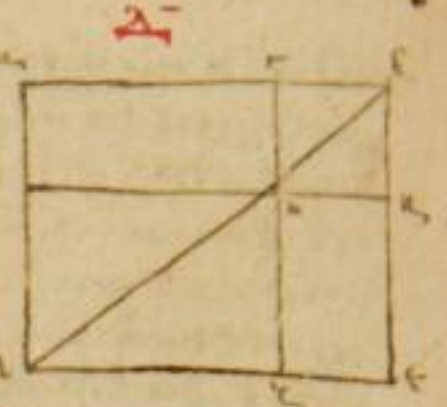
ε΄. Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

ϛ΄. Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς ἁφῆς ἔσται.

ζ΄. Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου λάβωμεν τυχόν τι σημεῖον ὃ μὴ ἔστι τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, καὶ ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἡ δὲ λοιπὴ τῇ διὰ τοῦ κέντρου ἐγγύτερον οὖσα τῆς ἀπωτέρω πάντοτε μείζων ἐστίν· ἐκ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κοῖλον περιφέρειαν τοῦ κύκλου προσπίπτουσιν εὐθεῖαι τρεῖς ἴσαι μόναι, ἐκ μὲν τοῦ σημείου καὶ τοῦ κέντρου μία, ἐκ δὲ τοῦ σημείου καὶ τοῦ ἐναντίου τοῦ κέντρου τῷ ἐκ

κδ
ις
ιβ
λς
δ

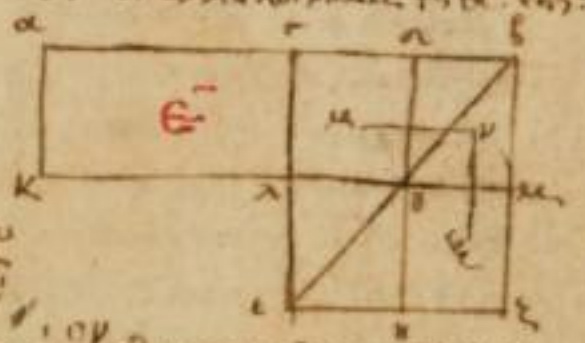
κλ
ε
ιε

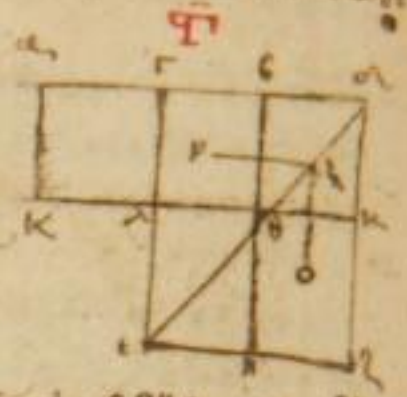


α β τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν α γ β τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν α γ β περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς α β τετράγωνον τὸ α δ ε β καὶ ἐπεζεύχθω ἡ β δ· καὶ διὰ τοῦ γ ὁποτέρᾳ τῶν α δ ε β παράλληλος ἤχθω ἡ γ ζ· ὁ δὲ τοῦ ὅλου ὀρθογωνίου τοῦ α ε β παραλληλόγραμμος ἤχθω ἡ γ ζ· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ γ ζ τῇ α δ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ β δ· αἱ ἄρα ὑπὸ β γ ζ καὶ β δ α γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ β δ α τῇ ὑπὸ α β ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ α β πλευρᾷ τῇ α δ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ β γ ζ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ α β ἐστὶν ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ β γ ζ καὶ β δ α γωνιῶν ὀρθή ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ γ ζ β· ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ γ β ζ καὶ ζ β δ γωνίαι ὀρθαί εἰσιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ γ ζ β δ· ἔστι δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τὸ ἄρα γ ζ β δ ὀρθογώνιον ἰσόπλευρόν ἐστιν· ἔστιν ἄρα τὸ γ ζ β δ τετράγωνον· καὶ ἔστιν ἀπὸ τῆς γ β· ἡ γὰρ β ζ τῇ β γ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ζ ε α γ τετράγωνόν ἐστιν· καὶ ἔστιν ἀπὸ τῆς γ α· τὰ ἄρα γ ζ β δ καὶ ζ ε α γ τετράγωνά ἐστιν ἀπὸ τῶν γ β καὶ γ α· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ α ε β δ παραλληλόγραμμον τῷ α β γ ζ· ἔστι δὲ καὶ τὸ μὲν α ε β δ ἀπὸ τῆς α β τετράγωνον· τὸ δὲ α β γ ζ τὰ ἀπὸ τῶν α γ β τετράγωνα καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν α γ β περιεχόμενον ὀρθογώνιον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α β τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν α γ β τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν α γ β περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς τυχὸν τὰ ἀπὸ τῆς ὅλης τοῦ ἑνὸς τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ

ἴσα ὅτι τὰ ἀπὸ τῆς α β τετράγωνον· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν α γ β τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν α γ β περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ μὲν α ε β δ τῷ α β γ ζ· ἔστι δὲ καὶ τὸ μὲν α ε β δ τὰ ἀπὸ τῶν α β τετράγωνα καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν α γ β περιεχόμενον ὀρθογώνιον· τὸ δὲ α β γ ζ τὰ ἀπὸ τῶν α γ β τετράγωνα καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν α γ β περιεχόμενον ὀρθογώνιον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α β τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν α γ β τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν α γ β περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

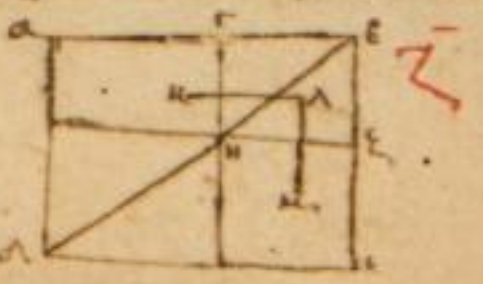

α
γ
λ
β
Ε
μ
ν
κ
ο
ξ
ι
π

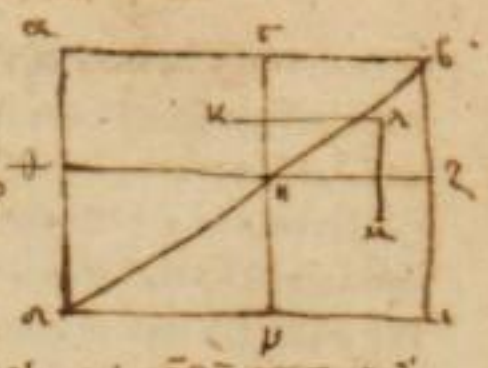


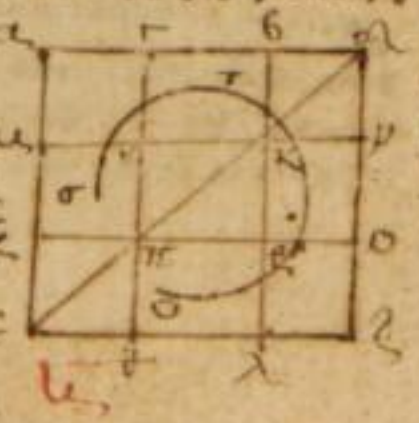
Τῆς ὅλης τετραπλεύρου παραλληλογράμμου
ὀρθογωνίου μείζων ἐστὶν ὁ ἀπὸ τῆς ἀσυμμέτρου
τοῦ τε μήκους καὶ τοῦ πλάτους τετράγωνος ἴσου ὄντος
ἀπὸ τῆς ἀσυμμέτρου ἐπὶ ἑαυτὴν τετραγώνῳ ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

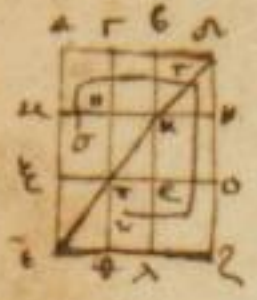
Ἔστω τετραπλεύρου παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου
τὸ ΑΒΓΔ μείζων δὲ ἔστω τοῦ μήκους ἡ ΑΔ τοῦ πλάτους
τῆς ΑΒ ἀσύμμετρος δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ μήκει· λέγω ὅτι
τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου μείζων ἐστὶν
ὁ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνος ἴσου ὄντος ἀπὸ τῆς ΑΔ
τετραγώνῳ ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Ἐπεὶ γὰρ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ μήκει, οὐδὲ
ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΑΒ σύμμετρός ἐστι μήκει. καὶ ἐπεὶ ὀρθή
ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία, ἐὰν ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΔ
πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τις, ἐπ' αὐτῆς ἐστιν ἡ ΑΒ. ἀπὸ τοῦ Δ
ἄρα σημείου τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τις, ἐπ' αὐτῆς ἐστιν
ἡ ΔΓ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΔ
τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση, ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ
παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον. κοινὸν προσκείσθω
τὸ ΑΔΕ τρίγωνον· τὸ ἄρα ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον
ὀρθογώνιον μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΕ τριγώνου. ἔστω
δὲ τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου μείζων
ἡ ΖΗΘΚΛΜΝΞ, ἴσος δὲ ἔστω τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ
εὐθύγραμμον τὸ ΖΗΘΚΛΜΝΞ· ἔστι δὲ καὶ τοῦ
ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου μείζων ἡ ΖΗΘΚΛΜΝΞ·
ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ μήκει ἐστὶν ἀσύμμετρος, ἀλλὰ
καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἀσύμμετρος μήκει, καὶ ἡ ΑΒ
ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶν ἀσύμμετρος μήκει. καὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ
πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον πρὸς
τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ παραλληλόγραμμον· ἀσύμμετρον ἄρα
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ
παραλληλογράμμῳ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς
ΑΒ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔΕ τετραγώνοις, τὸ
δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ
ἐστὶν ἴσον, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ
τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔΕ τετραγώνοις τῷ ὑπὸ τῶν
ΑΒΓ παραλληλογράμμῳ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΒ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔΕ τετραγώνοις τῷ
ὑπὸ τῶν ΑΒΓ παραλληλογράμμῳ, ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς
ΑΒ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔΕ τετραγώνοις ἐστὶν
ἴσον τὸ ΖΗΘΚΛΜΝΞ εὐθύγραμμον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ,
τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓΔ
παραλληλογράμμῳ ὀρθογωνίῳ ἐστὶν ἴσον τὸ ΖΗΘΚΛΜΝΞ
εὐθύγραμμον τῷ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμῳ ὀρθογωνίῳ,
ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΗΘΚΛΜΝΞ εὐθύγραμμον τῷ
ΑΒΓΔ παραλληλογράμμῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐστὶν αὐτῷ
ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον
ὀρθογώνιον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ
ΑΔ τῇ ΑΒ μήκει. ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἀσύμμετροι
μήκει τεθῶσιν, ἡ δὲ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ
ἀπὸ τῆς ἑτέρας τετράγωνον ἀσύμμετρον τῷ ὑπὸ τῶν
ὅλης καὶ τῆς προειρημένης παραλληλογράμμῳ, ἡ ὅλη
τῆς προειρημένης ἀσύμμετρός ἐστι μήκει· καὶ ἡ ἑτέρα
ἄρα τῶν ἐκκειμένων τῇ προειρημένῃ ἀσύμμετρός ἐστι
μήκει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

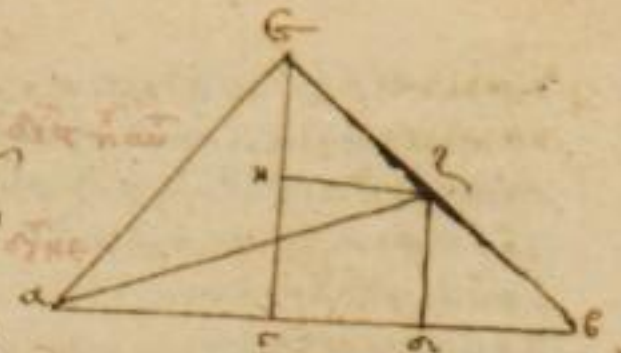



α
γ
β
κ
λ
η
ζ
μ
δ
ν
ι


α
γ
β
τ
υ
σ
φ
ξ
ο
ε
ψ
χ
ω
ι

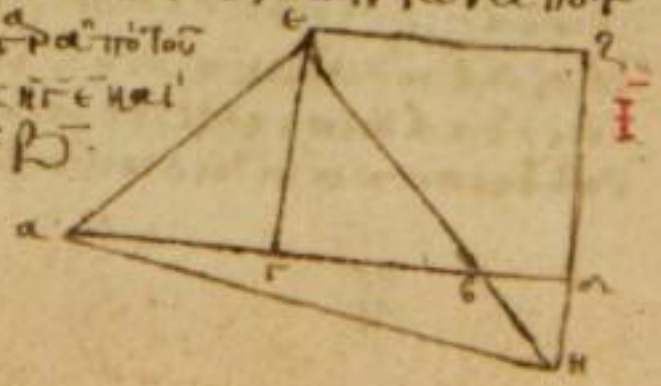


ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΑΒ τῷ ΕΖ τὸ δὲ ΑΓ τῷ ΕΗ καὶ ἔτι ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ ἴση ἐστίν· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ τῷ ΕΖ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΒΑ ὅλῳ τῷ ΖΕ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ ΒΑ τῷ ΓΔ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τῷ ΖΕ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΕ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ ΓΕ τῷ ΑΗ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΑΗ ἄρα τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΓ ὅλῳ τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ ΑΓ τῷ ΕΗ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΕΗ ἄρα τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΗ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΕ ὅλῳ τῷ ΔΗ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ ΖΕ τῷ ΒΓ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΒΓ ἄρα τῷ ΔΗ ἐστὶν ἴσον· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΒΑ τῷ ΓΔ ἴσον· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως τὸ ΒΑ πρὸς τὸ ΔΗ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὸ ΒΑ οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΗ· ἴσον δὲ τὸ μὲν ΒΑ τῷ ΓΔ, τὸ δὲ ΔΗ τῷ ΓΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ· ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ καὶ ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΒ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ καὶ ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ· ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ προσπίπτουσα κάθετος μέση ἀνάλογόν ἐστι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων· καὶ ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ προσπίπτουσα κάθετος μέση ἀνάλογόν ἐστι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων· ἐὰν δὲ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ προσπίπτουσα κάθετος μέση ἀνάλογόν ἐστι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς καθέτου τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν τῆς βάσεως τμημάτων ὁμοίως ἀναγραφομένοις εὐθυγράμμοις

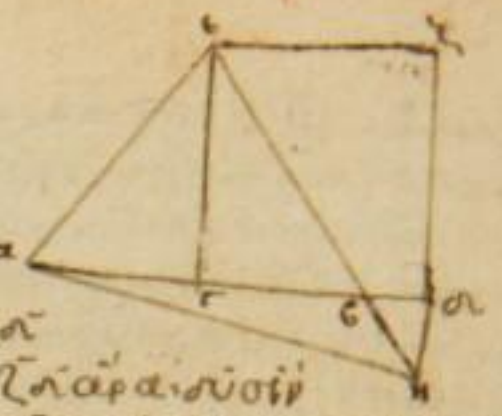


τῶν ἀπὸ τῶν ΖΕ, ΕΗ ἐστιν ἴσον πάλιν τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΖΘ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ· τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΖΘ, ΘΗ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΖΕ, ΕΗ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΕ, ΕΗ, ΒΓ· τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΖΕ, ΕΗ, ΒΓ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ τετραγώνου· τοῖς ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ τετράγωνον· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, τουτέστιν ἡ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ· διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον· διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ τρίγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι γραμμαὶ πρὸς ἀλλήλαις τὰς αὐτὰς ἔχωσι γωνίας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τῆς μιᾶς τῶν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκτὸς τῆς ἑτέρας τῶν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ὧν ἐστὶ καὶ ἡ ἐκτὸς πλευρὰ πρὸς τῇ ἴσῃ γωνίᾳ, τὰ περιεχόμενα παραλληλόγραμμα ὀρθογώνια ἴσα ἐστίν.

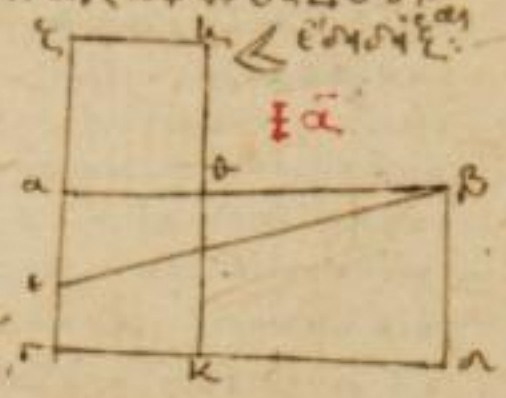


Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ πρὸς τῷ Β σημείῳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ ἴση ἔστω ἡ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ ἔστω ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΔΕ.



Καὶ ἐπεὶ δίχα τέμνεται ἡ αγ
καὶ διάκειται τοῦ γ πρὸς ταῖς δ πρὸς
λήλους γωνίαις· διάκειται
τοῦ γ καὶ πρὸς ταῖς α πρὸς
ἐπίπεδα πρὸς ἀλλήλους τὰ δεθέντα τρίγωνα
ἀθροίσαντα τρίγωνα καὶ πρὸς τῇ
δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ αγ· ἀπὸ δὲ τῶν
δοθεισῶν εὐθειῶν ἀπὸ μὲν τῆς αγ
ἐκβεβλήσθω τὸ ἀγ δ· ἀπὸ δὲ τῆς αβ
ἐκβεβλήσθω τὸ αβ ε· καὶ συμπιπτέτω
αὐτὰ βλαστάνουσα δύο εὐθείας ἐκβαλλόμενα· συμπιπτέτω
αὐτὰ βλαστάνουσα ἐκβαλλόμενα κατὰ τὸ ζ μέρη· συμπιπτέτω
ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω κατὰ τὸ η· καὶ ἐπεὶ ἴσον
ἐστὶ τὸ ἀγ τῷ αγ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάτερον τῶν ἀγ αγ
ἑκατέρῳ τῷ αγ ἴσον ἐστίν· ὥστε καὶ τὸ ἀγ τῷ αγ ἐστὶν ἴσον·
ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀγ τῷ αγ ἴσον· καὶ τὸ αγ ἄρα τῷ αγ ἐστὶν ἴσον·
ἀλλὰ καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀγ τῷ αγ· κοινὸν προσκείσθω τὸ
αγ· ὅλον ἄρα τὸ αγ ὅλῳ τῷ αγ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἴσον
ἐστὶ τὸ αγ τῷ αγ· κοινὸν προσκείσθω τὸ αγ· ὅλον ἄρα τὸ
αγ ὅλῳ τῷ αγ ἐστὶν ἴσον· ἔστι δὲ καὶ τὸ αγ τῷ αγ ἴσον·
καὶ τὸ αγ ἄρα τῷ αγ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ

πεσκειμένης. Ἀλλὰ τοῦ δοθέντος τετράγωνου ἄρα ἐστὶ τοῦτο τὸ
τῆς κειμένης καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς οὐκ κειμένης ἔκτεθείσης ἡμίσει
καὶ τῆς πεσκειμένης, ὡς ἀπὸ εἰδὼν ἀναφέρεται ὁ τῆ
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὡς τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τμήματος περιέχεσθαι ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.


ζ
η
ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ δεῖ δὴ τὴν
αβ τεμεῖν ὡς τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ
ἑτέρου τμήματος περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.
ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αγδβ καὶ τετμήσθω
ἑκατέρα τῶν γδ βδ δίχα κατὰ τὰ ε ζ σημεῖα καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ζα καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ η καὶ κείσθω τῇ ζα ἴση ἡ ζη καὶ
ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αη τετράγωνον τὸ αηθκ καὶ τετμήσθω
πάλιν ἡ κθ δίχα κατὰ τὸ λ σημεῖον καὶ ἐπιζεύχθω ἡ λη καὶ
διήχθω ἐπὶ τὸ μ καὶ κείσθω τῇ λη ἴση ἡ λμ καὶ διήχθω
λίγω ὅτι ἡ αβ τέτμηται κατὰ τὸ η ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αβ βη περι-
χόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αη τετραγώνῳ
διήχθω γὰρ ἡ ηλ ἐπὶ τὸ ν καὶ ἐπεζεύχθω ἡ νβ. καὶ ἐπεὶ
εὐθεῖα ἡ γδ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ ε εἰς δὲ ἄνισα
κατὰ τὸ ζ τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ ζδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εζ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εδ τετραγώνῳ
ἴση δὲ ἡ εδ τῇ εβ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ ζδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ
τοῦ ἀπὸ τῆς εζ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εβ τετραγώνῳ·
ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς εβ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν βδ εζ ὀρθογωνίῳ γὰρ
παρὰ τὴν ε· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν γζ ζδ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εζ ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν βδ εζ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς εζ· λοιπὸν ἄρα
τὸ ὑπὸ τῶν γζ ζδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
αβ τετραγώνῳ· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γζ ζδ τὸ δζ· τῷ γὰρ
ἀπὸ τῆς αβ τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αβ τὸ δη· τὸ δζ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ δη·
κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ αι· λοιπὸν ἄρα τὸ ζθ τῷ θη ἴσον ἐστίν·
ἐστὶ τὸ μὲν τὸ ζθ τῷ ηβ· τὸ γὰρ αη τῷ αβ· τὸ δὲ τὸ θη τῷ ηλ·
ἡ γὰρ ηθ τῇ θκ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ βη περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αη τετραγώνῳ· καὶ ἐπεὶ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ τέτμηται
κατὰ τὸ η ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αβ βη περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς αη τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γ ϛ ε ϛ
ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ
τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων
τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν
γωνίαν ἐφ' ἣν κάθετος πίπτει καὶ ἀπὸ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης
ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ
ἐκτὸς ἐπὶ τῆς ἀμβλείας γωνίας ἐκβαλλομένης

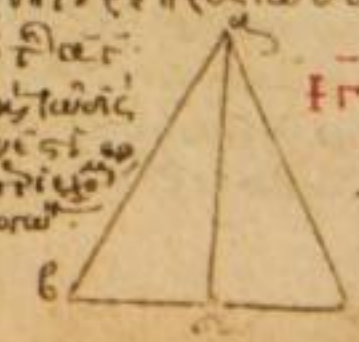
τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ β σημείου ἐπὶ τὴν γα εὐθεῖαν ἡ βδ· ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον μείζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν βα αγ τῶν δὶς ὑπὸ τῆς γα καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἐκτὸς γωνίας. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἐστὶν ἡ γα, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αγ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γα αδ τετράγωνοις καὶ τῷ ὑπὸ δα γα περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ δὶς γὰρ ἐστὶν ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γα αβ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς αδ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν γα αβ τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον τὸ γὰρ α γωνίαν περιέχουσιν πλευραὶ τὰ ἀπὸ τῶν γα αβ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς αδ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· διὸ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γα αδ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ· ἡ ἄρα ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον μείζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν γα αβ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

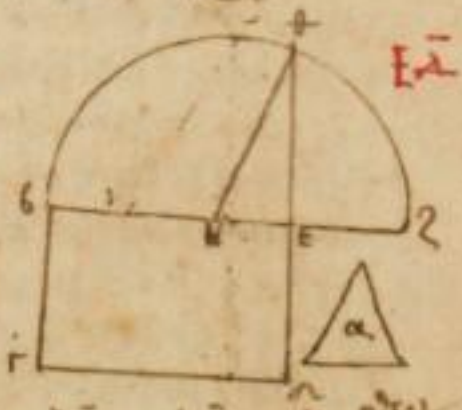
ιε

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν καθέτος ἀχθεῖσα πίπτει καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

ιε

Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ β σημείου ἐπὶ τὴν γα εὐθεῖαν ἡ βδ· ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν βα αγ τῶν δὶς ὑπὸ τῆς γα καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἐκτὸς γωνίας. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἐστὶν ἡ γα, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αγ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γα αδ τετράγωνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γα αβ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς αδ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν γα αβ τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον· τὸ γὰρ α γωνίαν περιέχουσιν πλευραὶ τὰ ἀπὸ τῶν γα αβ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς αδ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· διὸ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γα αδ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ· ἡ ἄρα ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν γα αβ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.





ιβ

Τῷ δοθέντι ἀθύρτῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Ἐκκείσθω τὸ μὲν δοθὲν ἀθύρτωμα τὸ ΑΒΓΔ, δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ ἀθυρτώματι ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Συνεστάτω γὰρ τῷ ΑΒΓΔ ἀθυρτώματι ἴσον ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΕΖ· εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΖ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· ἴσον γὰρ τὸ ΑΒΕΖ τῷ ΑΒΓΔ ἀθυρτώματι. εἰ δὲ οὔ, μείζων ἔστω ἡ ΒΕ τῆς ΕΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Η, καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΕΗ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΗ δίχα κατὰ τὸ Θ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Θ διαστήματι δὲ τῷ ΘΒ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΒΚΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΕ ἐπὶ τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΚ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΒ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Θ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΒ τετραγώνῳ· ἴσον ἄρα τὸ ΑΒΕΖ παραλληλόγραμμον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετραγώνου τῷ ἀπὸ τῆς ΘΒ τετραγώνῳ· ἴσον δὲ τὸ ΑΒΕΖ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓΔ ἀθυρτώματι· τὸ ἄρα ΑΒΓΔ ἀθυρτώμα μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΒ τετραγώνῳ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΘΒ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΘΗ, ΗΒ τετράγωνα· τὸ ἄρα ΑΒΓΔ ἀθυρτώμα μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΘΗ, ΗΒ τετραγώνοις. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΗ, ΗΕ περιεχόμενον ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΗ τετραγώνῳ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΗ, ΗΕ τὸ ΒΚ ἐστίν· ἴσον ἄρα τὸ ΒΚ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΗ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΚ λόγον ἔχει τὸν διπλασίονα, ἐπεὶ καὶ ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΚ· καὶ τὸ ΒΚ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΚ λόγον ἔχει τὸν διπλασίονα· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΒΚ πρὸς τὸ ΗΚ ὡς τὸ ΒΕ πρὸς τὸ ΕΗ· καὶ τὸ ΒΕ ἄρα πρὸς τὸ ΕΗ λόγον ἔχει τὸν διπλασίονα· ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΕΖ· καὶ τὸ ΒΕ ἄρα πρὸς τὸ ΕΖ λόγον ἔχει τὸν διπλασίονα· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΒΕΖ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΖ· καὶ τὸ ΑΒΕΖ ἄρα πρὸς τὸ ΕΖ λόγον ἔχει τὸν διπλασίονα· ἴσον δὲ τὸ ΑΒΕΖ τῷ ΑΒΓΔ ἀθυρτώματι· καὶ τὸ ΑΒΓΔ ἄρα ἀθυρτώμα πρὸς τὸ ΕΖ λόγον ἔχει τὸν διπλασίονα· τῷ ἄρα δοθέντι ἀθυρτώματι τῷ ΑΒΓΔ ἴσον τετράγωνον συνέσταται τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἀναγραφόμενον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι παντὸς κύκλου τομέως δοθέντος ἴσον τετράγωνον συνέσταται· ἐὰν γὰρ τῷ τομεῖ ἴσον ἀθύρτωμα συστησώμεθα, ὃ ἐστὶν ὑπὸ τῆς τοῦ τομέως ἐπιζευγνυούσης εὐθείας καὶ τῆς ἐφ' ἑκατέρου τοῦ ἄκρου τῆς περιφερείας καθέτου περιεχόμενον, καὶ τῷ ἀθυρτώματι ἴσον τετράγωνον συστησώμεθα, ἔσται τὸ ἐπιταχθέν.

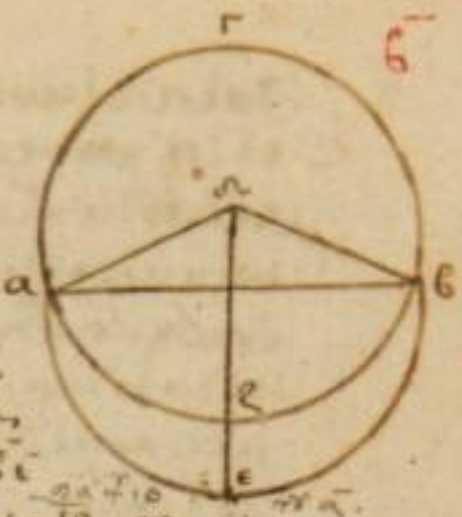
Ἐν κύκλῳ ἰσοπλεύρου τριγώνου.

Ἐὰν κύκλου ἐπιτρόχου ὄντος τρεῖς εὐθεῖαι ἐφάπτωνται, ἴσοι κύκλοι εἰσὶν οἱ τρεῖς τοῖς ἐντὸς κύκλοις τοῖς ἁπτομένοις τῆς περιφερείας τοῦ ἐπιτρόχου. Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεται κύκλου μόνον, οὐ τέμνει τὸν κύκλον. Κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων μόνον, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους. Ἐν κύκλῳ ἀπὸ τοῦ κέντρου δύο εὐθεῖαι οὐκ ἴσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν περιφέρειαν

καὶ εἰσὶν ἀπὸ μιᾶς ἴσαι ὡσὶ μείζονα γωνίαν περιέχειν τὰς
ὑφ' ἧς μείζων καθόλου πίπτει. Τμήματα κύκλου ἐστὶ τὸ περι-
ὃ χόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας. Τμήματος δὲ
ἐστὶν ἡ περιέχουσα εὐθεῖα καὶ κύκλου περιφέρεια. Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος
λαφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς ἐνθείας
ἀπ' ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία. Τομέα δὲ κύκλου ἐστὶν ὅταν πρὸς
τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία ἡ τὸ περιεχόμενον σχῆμα
ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης
ὑπ' αὐτῶν περιφερείας. Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα
γωνίας ἴσας ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

α Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν. ἔστω
ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ κύκλου
τὸ κέντρον εὑρεῖν. διήχθω τις εἰς αὐτὸν ὡς
ἔτυχεν εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ
τὸ Δ σημεῖον καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΒ πρὸς
ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΓ καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε·
καὶ τετμήσθω ἡ ΕΖ δίχα κατὰ τὸ Ζ· λέγω
ὅτι τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. μὴ γάρ,
ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΔ, ΗΒ, καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΑΔ, ΔΗ
ταῖς ΒΔ, ΔΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ ΑΗ βάσει
τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση· κύκλου γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ
ΑΔΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΔΗ ἐστὶν ἴση· ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν
σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν
ἴσων γωνιῶν ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΗ· τῷ ἄρα ΑΒΓ κύκλου
μείζων ἐστὶν ἡ ΗΔ τῆς ΔΖ· τὸ δὲ ἀφ' οὗ μείζων ἐστὶν εὐθεῖα τοῦ
ἀφ' οὗ ἐλάσσων, ἐκ τοῦ κέντρου φανερὸν ὅτι οὐκ ἐστὶ τὸ Η κέντρον
τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν τοῦ Ζ·
τὸ Ζ ἄρα κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας λάβωσί δύο
τυχόντα σημεῖα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευχθῇ
εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. εἰλήφθω κύκλου τοῦ ΑΒΓ
καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ δύο σημεῖα τὰ Α, Β, καὶ ἐπεζεύχθω

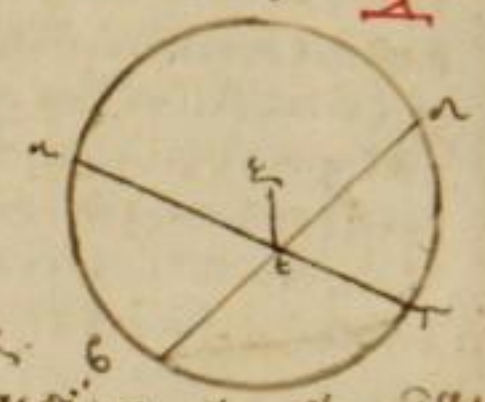


τὰ αβ λέγω ὅτι ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὸ β ἐπὶ ζᾶ γραμμὴν εὐθεῖα. ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· μὴ ἐπέτω ὡς ἐπὶ τὰ Κ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γδ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Μ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αε τῇ εβ, ἡ δὲ γε τῇ εδ, δύο δὴ αἱ αε, εγ δυσὶ ταῖς βε, εδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ ε γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ ε ἴση· βάσις ἄρα ἡ γα βάσει τῇ δβ ἐστὶν ἴση καὶ τὸ γεα τρίγωνον τῷ δεβ τριγώνῳ ἴσον καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑπὸ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γαε τῇ ὑπὸ δβε· μείζων δὲ ἡ ὑπὸ γαε τῆς ὑπὸ ζαβ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ δβε τῆς ὑπὸ ζαβ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αε τῇ εβ, ἡ δὲ ζε τῇ εκ, δύο δὴ αἱ αε, εζ δυσὶ ταῖς βε, εκ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ ε γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ ε ἴση· βάσις ἄρα ἡ ζα βάσει τῇ κβ ἐστὶν ἴση καὶ τὸ ζεα τρίγωνον τῷ κεβ τριγώνῳ ἴσον καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑπὸ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ζαε τῇ ὑπὸ κβε· μείζων δὲ ἡ ὑπὸ ζαε τῆς ὑπὸ γαε· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ κβε τῆς ὑπὸ δβε· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ζαβ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ δβε. ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὸ β ἐπὶ ζὰ γραμμὴν εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα

Ταὶ σὺ γωνίας λοιπαὶ γωνίαις ἴσαις ἐχόντα καὶ μίαν μιᾷ ἴσην τὴν κοινὴν αὐτῶν τινὶ τῶν ἴσων πρὸς ἑνὶ τῶν σημείων κείσθαι λοιπαὶς δὲ λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει τὰς ὑπὸ τὰς ἴσας πλευρὰς περιεχομένας καὶ τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῷ κύκλῳ καὶ ἐφαρμόσει ὁ κύκλος ὅλος ὅλῳ τῷ κύκλῳ καὶ ἡ περιφέρεια ἡ περιφερείᾳ ἴση ἔσται καὶ ἡ μὲν ἐλάσσων τῇ ἐλάσσονι ἡ δὲ μείζων τῇ μείζονι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Δ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

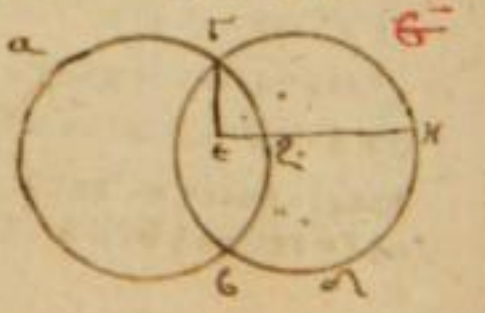


ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν δίχα, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ΑΕ τῇ ΕΓ καὶ τὴν ΒΕ τῇ ΕΔ· καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τὸ κέντρον καὶ ἔστω τὸ Ζ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ· ἐπεὶ οὖν εὐθεία τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΖΕ εὐθεῖάν τινα τὴν ΑΓ διὰ τοῦ μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν τὴν ΑΕ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΑ γωνία. πάλιν ἐπεὶ εὐθεία τις ἡ ΖΕ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΔ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν τὴν ΒΔ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΔ γωνία. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΑ ὀρθή· ἡ ὑπὸ ΖΕΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΕΔ ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ ΑΓ, ΒΔ δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας· αἱ ἄρα διὰ τοῦ κέντρου μὴ οὖσαι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ε

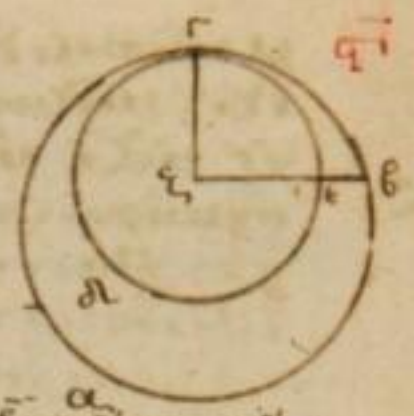
Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΗ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ Β, Γ σημεῖα· λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΓ καὶ διήχθω ἐφ' ἕτερον μὲν τὸ Κ, ἐφ' ἕτερον δὲ τὸ Λ· καὶ ἐπεὶ τὸ Θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΓ· πάλιν ἐπεὶ τὸ Θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΗ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΛΘ τῇ ΘΓ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΚΘ τῇ ΘΓ ἴση· καὶ ἡ ΚΘ ἄρα τῇ ΛΘ ἐστὶν ἴση ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ, ΓΔΗ κύκλων· ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



γ̄

Ἐὰν κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ Α σημεῖον· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ· ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΑ, ΖΓ, ΖΕ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΑ τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, ἡ ΖΕ ἄρα τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση. ἐλάττων τὰ μείζονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ κύκλων. ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

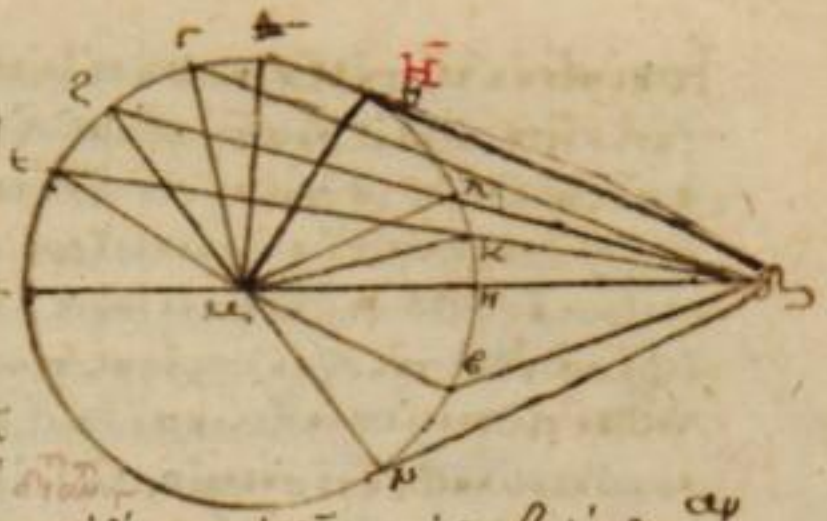


δ̄

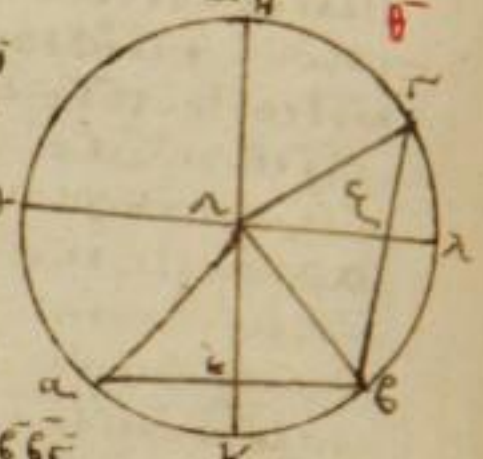
Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου λημφθῇ τι σημεῖον, ὃ μὴ ἔστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσί τινες εὐθεῖαι, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον τῆς διαμέτρου, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπὴ τῆς ἀπὸ τοῦ ἐλαχίστου τῆς ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον· τῶν δὲ ἄλλων εὐθειῶν ἡ πλησίον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον οὖσα μείζων ἐστὶ τῆς ἐγγύτερον· δύο δὲ μόνον ἴσαι εὐθεῖαι πρὸς τὸν κύκλον προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου πρὸς ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ διαμέτρου τοῦ κύκλου εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ Ζ, ὃ μὴ ἔστω κέντρον τοῦ κύκλου· κέντρον δὲ τοῦ κύκλου ἔστω τὸ Ε· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΗ· λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΖΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ, καὶ τῆς μὲν ΖΑ ἐγγύτερον ἡ ΖΒ τῆς ΖΓ, τῆς δὲ ΖΔ ἀπώτερον ἡ ΖΗ τῆς ΖΓ. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ, ΓΕ, ΗΕ. καὶ ἐπεὶ πᾶσα πλευρὰ τριγώνου μείζονές εἰσιν αἱ λοιπαὶ τῆς λοιπῆς, αἱ ΒΕ, ΕΖ τῆς ΒΖ μείζονές εἰσιν· ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΕΑ· αἱ ΑΕ, ΕΖ ἄρα τῆς ΒΖ μείζονές εἰσιν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΒΖ μείζων ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ τοίνυν ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΕΗ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΖ· αἱ ΒΕ, ΕΖ ἄρα ταῖς ΗΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΗΕΖ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσεως τῆς ΗΖ μείζων ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΓ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΖ· αἱ ΗΕ, ΕΖ ἄρα ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΕΖ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΗΖ βάσεως τῆς ΓΖ μείζων ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΒΖ μείζων ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΕΗ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΖΕ· αἱ ΒΕ, ΕΖ ἄρα ταῖς ΗΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΗΕΖ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσεως τῆς ΗΖ μείζων ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΓ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΖ· αἱ ΗΕ, ΕΖ ἄρα ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΕΖ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΗΖ βάσεως τῆς ΓΖ μείζων ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΒΖ μείζων ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΒΕ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση τῇ ΕΗ, ἡ δὲ ΕΖ τῇ ΕΗ ἐλάττων ἐστὶ τῶν ΖΗ, ἡ ΒΕ ἄρα τῇ ΖΗ ἐλάττων ἐστίν. ἀφῃρήσθω κοινὴ ἡ ΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΖ τῇ ΗΖ ἐλάττων ἐστίν.

102

μείζων δὲ ἡ ΖΔ τῆς ΖΕ, καὶ μείζων ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΑ· λέγω ὅτι καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ προσπίπτουσαι πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΖΑ ἐλάχιστον μὲν ποιοῦνται τὴν ΖΑ, μείζων δὲ ἡ ΖΔ τῆς ΖΕ, καὶ ἡ ΖΒ τῆς ΖΓ, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΑ· εἰλήφθω γὰρ τοῦ μὲν ΑΒΓΔ κύκλου κέντρον τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΒ, ΗΓ, ΗΕ, ΗΖ, ΗΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΗΒ τῇ ΗΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΖ, δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΗΖ δυσὶ ταῖς ΓΗ, ΗΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΗΖ μείζων ἐστίν· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΖΒ τῆς ΖΓ· ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΓ τῇ ΗΘ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΖ, δύο δὴ αἱ ΓΗ, ΗΖ δυσὶ ταῖς ΘΗ, ΗΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΗΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΘΗΖ μείζων ἐστίν· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΖΓ τῆς ΖΘ· ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΗΘ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΖ, δύο δὴ αἱ ΕΗ, ΗΖ δυσὶ ταῖς ΘΗ, ΗΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΗΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΘΗΖ μείζων ἐστίν· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΖΕ τῆς ΖΘ· ἴση ἐστίν. μείζων δὲ ἡ ΖΔ τῆς ΖΘ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΖΕ τῆς ΖΔ. ἐλάχιστον δὲ ἡ ΖΑ· ἡ ΖΑ ἄρα τῶν ΖΑ, ΖΕ, ΖΓ, ΖΒ, ΖΔ ἐλαχίστη ἐστίν. ἀνὰ μίαν δὲ τῶν ΖΕ, ΖΓ, ΖΒ, ΖΔ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΖΑ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΖΑ τῆς μὲν ΖΒ ἢ τῆς ΖΓ, τῆς δὲ ΖΓ ἢ τῆς ΖΕ, τῆς δὲ ΖΕ ἢ τῆς ΖΔ. ἐλάσσων ἄρα ἡ ΖΑ τῶν ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ προσπιπτουσῶν ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΖΑ·



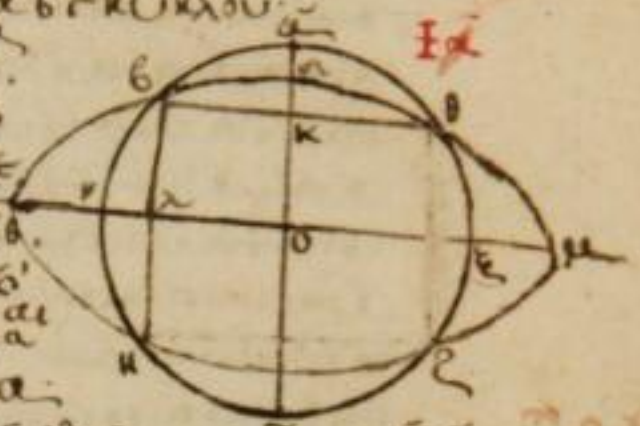
μείζων δὲ μείων ὀξ τῆς
ὀξ κοσμ ζ τῆς αβγ
τῶν δὲ πρὸς τῇ βάσει τῶν
πρὸς τῷ ὑπὸ ἀφ ἐφ
γωνιῶν ἀθ εἰ ἐφ ἀ
ἡ πρὸς τῷ δ τῆς δ λ ἐλάττων
ἐλάττων ἐστὶ τῆς α τῷ
μείζονι δὲ τῆς δ λ κοσμ
τῆς δ ὁ εἰ ἐφ ἀ τῷ ὑπὸ
κέντρου τοῦ αβγ κύκλου καὶ ἴσα τῷ με· καὶ ἐπιζευχθεῖσα αν
αἱ με κε· μεγ με χ με θ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν ἡ αμ τῇ
εμ· κοινὴ προσκείσθω ἡ με· ὅλη ἄρα ἡ αε ἴση ἐστὶ τρισὶ τῇ με·
ἀλλὰ ἡ με τῇ δ ὁ μείζονι ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ αε ἄρα τῆς
δ ὁ μείζονι ἐστὶ πλὴν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ με τῇ ζ κοινὴ
προσκείσθω ἡ αι· ὅλη ἄρα ἡ αι τῇ ζ ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη
καὶ ἡ ε τῇ ὑποτεινούσῃ τῆς ὀξ μείζων ἐστὶ· βάσις
ἄρα ἡ κε βάσεως τῆς ζ μείζων ἐστίν· ὅμοιον καὶ δείξομεν
ὅτι καὶ ἡ ζ τῆς ε μείζων ἐστίν· ἡ μείζων ἄρα ἡ
μείζονι γωνίᾳ ὑποτείνουσα μείζων ἐστὶ τῆς ζ· καὶ εἰσὶν
αἱ μὲ κε τῆς ε μείζονες εἰσὶν· ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ ἀπὸ με
ἀπὸ τῆς ε· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ λοιπῆς τῆς ὑπὸ ἐλάττων ἐστίν·
ὅμοιον δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ τῆς ὑπὸ ἐλάττων ἐστίν· ἡ ἄρα
μείζων ἡ τῆς ὀξ· ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑπὸ τῆς
τῆς δ· λέγω ὅτι καὶ συνεστὼς ἀπὸ τῆς ἀφ ἐφ
σημείου συμπεσοῦνται πρὸς τῷ ὃ ἐφ ἅψῃ τῆς ὑπὸ κύκλου
σημεῖον περὶ τὸ ὃ καὶ τῶν ἐφ ἀ ἐφ ἐ ἐφ ἰ
τῇ ὑπὸ κὲ γωνίᾳ· ἴση γωνία ἡ ὑπὸ κὲ ὃ· καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ κὲ τῇ ὃ ὁμοία καὶ τὸ
ἀμφὶ τὴν κὲ τρίγωνον τῷ ἀμφὶ τὴν ὃ τριγώνῳ· ἐστὶ δὲ
καὶ ἡ ὑπὸ ἐφ ἀ τῇ ὑπὸ ἐφ ἐ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ἐφ ἐ ἄρα
ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ἐφ ὃ· βάσις
ἄρα ἡ ἐφ ὃ βάσει τῇ ἐφ ἐ ἐστὶν ἴση· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ ἐφ ὃ
ἐφάψεται τοῦ ὑπὸ κύκλου· εἰ γὰρ μή) πεσεῖται ἔξω ἢ ἐντός·
εἰ δυνατὸν πεσέτω ἐντὸς καὶ ἔστω
ἀντίον ἄλλῃ ἀπὸ τῆς βίσιν ἴσον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ἐφ
ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ἐφ ὃ τῇ ἐφ ἐ ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἐφ ἐ ὅπερ
ἀδύνατον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ ὑπὸ κύκλου· ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐκτός· ἐφάψεται ἄρα αὐτοῦ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι


Η
θ
ζ
λ
ξ
α
ε
β
Κ

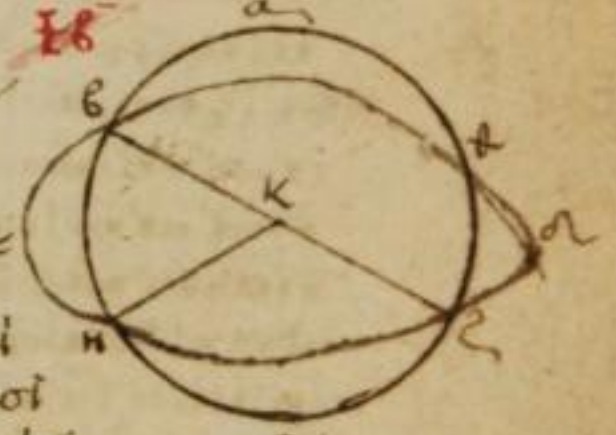
Ι
α
γ
β

μείζων ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΛΒ καὶ ἔστω αὐτῇ ἴση ἡ ΚΜ καὶ
τὰ Κ, Μ κέντρα ἐστω τὰ τῶν ΑΒΓ, ΔΒΕ κύκλων. ὁμοίως
δὴ τοῖς ἔμπροσθεν δείξομεν ὅτι τοῦ ΔΒΕ κύκλου ἐστὶ
τοῦτο τὸ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

Κ ὁ κύκλος οὗ ἐστὶν ἡ ΑΒΓ κύκλου κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο
οὐ τέμνει τὸν αὐτὸν κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.



εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ ΔΒΕ κύκλου τοῦ ΑΒΓ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Β, Η, Θ καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Κ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ, ΗΚ, ΘΚ καὶ ἐπεὶ ἐντός τινος κύκλου τοῦ ΔΒΕ εἴληπται τὰ Β, Η, Θ καὶ ἐπεζεύκται αἱ ΒΗ, ΗΘ καὶ τετμήκασιν αὐτὰς δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀγμέναι εἰσὶν αἱ ΚΛ, ΚΜ ἄρα ἐπὶ τῆς ΚΛ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΔΒΕ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς ΚΜ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΔΒΕ κύκλου· ὥστε τὸ Κ σημεῖον τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΒΕ κύκλου· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



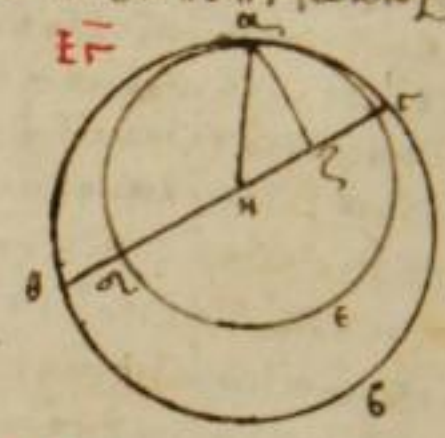
Κύκλος ἐπὶ κύκλου τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸν ΔΕΖ τέμνων κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Β, Η, Κ καὶ ἐλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Κ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ, ΗΚ, ΚΚ· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΔΕΖ εἴληπταί τινα σημεῖα τὰ Β, Η, Κ καὶ ἐπεζεύκται αἱ ΒΗ, ΗΚ καὶ τετμήκασιν αὐτὰς δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀγμέναι εἰσὶν αἱ ΚΛ, ΚΜ ἄρα ἐπὶ τῆς ΚΛ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΔΕΖ κύκλου καὶ ἐπὶ τῆς ΚΜ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΔΕΖ κύκλου· ὥστε τὸ Κ σημεῖον τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

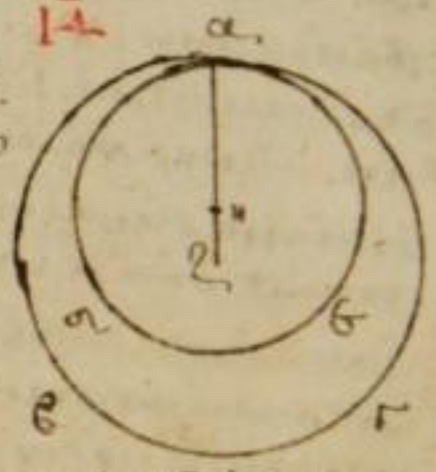
Ἐὰν δύο κύκλοι ἁφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ λαμβάνεται τὰ κέντρα αὐτῶν, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου πρὸς ἣν ἐστὶ τὸ μεῖζον κέντρον, οὐκ ἐφάψεται ἑτέρου κύκλου τοῦ ἁφάπτεσθαι τοῦ ἑτέρου κύκλου.

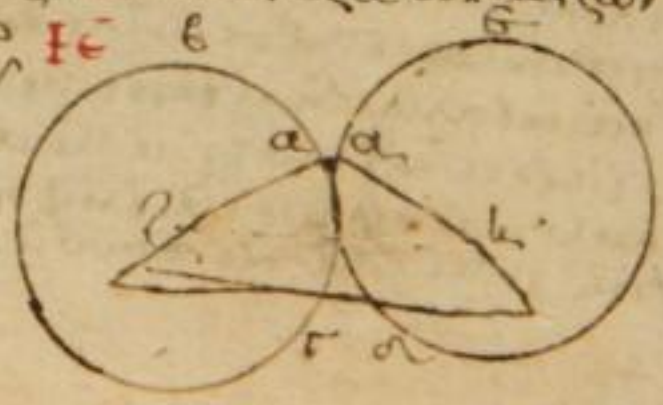
λοιπὰ ἄρα καὶ λοιπῆς τῆς ΗΘ ἴσον ἐστίν· ἴσον δὲ καὶ τὸ ΚΛ τῷ ΗΘ· καὶ τὸ ΚΛ ἄρα τῇ ΗΘ ἴσον ἐστίν· ἐλάττων δὲ ἡ ΗΘ τῆς ΕΖ· ἐλάττων ἄρα καὶ ἡ ΚΛ τῆς ΕΖ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸν ΓΔ τμηνοῦσαν εὐθεῖα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἡ ΖΗ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν (περιφ)ν πεσεῖται. τῶν κύκλων ὁμοίως δειχθήσεται.

ιγ Ἀλλὰ δὴ πάλιν τῶν ΑΒΓ καὶ τοῦ ΚΒΛ ἐφαπτέσθωσαν κατὰ τὸ Β σημεῖον καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ· ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΒ ΒΓ ἴσαι εἰσὶ τῇ ΖΗ τῇ ΗΘ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ τῇ ΚΛ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΓ τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση· ἐλάττων δὲ ἡ ΚΛ τῆς ΕΖ· ἐλάττων ἄρα καὶ ἡ ΑΓ τῆς ΕΖ· ὅπερ ἀδύνατον· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ ἄλλα μέρη πεσεῖται.

ιδ Ἐὰν οὖν κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων κατὰ ἕν σημεῖον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωσι τὰ κέντρα, διὰ τοῦτο παρὰ μικρὸν ἐστὶν ὥστε καὶ ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων ἐκτὸς καὶ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου· ἐφάπτωνται γὰρ οἱ ΑΒΓ ΔΕΒ κύκλοι κατὰ τὸ Β σημεῖον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη λαμβανέτωσαν τὰ κέντρα τὰ Ζ Η· λέγω ὅτι ἐστὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιζευγνυμένης διὰ τῶν κέντρων, καὶ οὐκ ἔστιν ἐπ' ἄλλου τινὸς τόπου· εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Κ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΚ ΚΗ· ἐπεὶ οὖν τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΚ τῇ ΖΒ· πάλιν ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΚ τῇ ΗΒ· ἐπεὶ δὲ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΖΒ ἐστὶν ἴση· αἱ ΖΗ ΗΚ ἄρα τῇ ΖΒ ἴσαι εἰσίν· ἐλάττων δὲ ἡ ΖΒ τῆς ΖΚ· ἐλάττων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΖΚ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸν ΓΔ τμηνοῦσαν εὐθεῖα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἡ ΖΗ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν (περιφ)ν πεσεῖται· ἐπ' αὐτῆς ἄρα· ὥστε καὶ ἐπὶ τῆς ἐπιζευγνυμένης διὰ τῶν κέντρων, καὶ ἐπὶ τῆς ἁφῆς ἔσται· καὶ οὐκ ἔστιν ἐπ' ἄλλου τινὸς τόπου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.





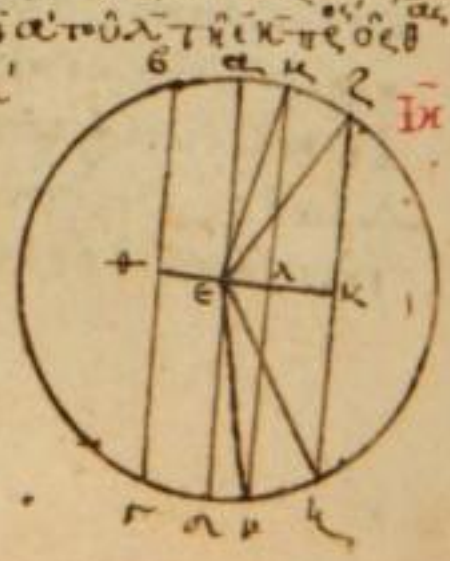


εἰσὶ δὲ καὶ οὐκ ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ
κέντρα αὐτῶν ἐπίπεδα κύκλων ἀνίσων ἡ εὐθεῖα διὰ τῶν ἁφῶν
γραφόμενον. ιε

ιδ΄ Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο
ἐφαπτόμενος αὐτοῦ ἐντὸς ἐφαπτόμενος. ἐὰν γὰρ δυνατὸν ἐφαπτέσθω
ὁ ΑΕΓ κύκλος τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Α Γ
καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΕΓ κύκλου τὸ κέντρον τὸ Δ σημεῖον, τοῦ δὲ
ΑΒΓ τὸ Ζ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Η
καὶ ἀπὸ τοῦ Η τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΗΔ· καὶ ἐκβληθεῖσα
ἐπὶ τὰ Β Ε σημεῖα ἐπιζευχθεῖσαι ἔστωσαν αἱ ΑΖ ΖΓ ΔΑ ΔΓ.
ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΓ κοινὴ δὲ προσκείσθω ἡ ΗΔ,
τὸ ἄρα ΑΗ μετὰ τοῦ ΗΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΗ μετὰ τοῦ ΗΔ· ὅλη ἄρα
ἡ ΑΔ ὅλῃ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐφάπτεται ὁ ΑΕΓ κύκλος
τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ τὸ Α, εἴληπται δὲ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς
περιφερείας τοῦ ΑΕΓ κύκλου τὸ Δ, ἐντὸς ἄρα τοῦ ΑΒΓ κύκλου
πεσεῖται αὐτοῦ τὸ Δ. καὶ ἐπεὶ ἐφάπτεται ὁ ΑΒΓ κύκλος τοῦ ΑΕΓ
κύκλου κατὰ τὸ Α, εἴληπται δὲ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς περιφερείας
τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Ζ, ἐκτὸς ἄρα τοῦ ΑΕΓ κύκλου πεσεῖται
αὐτοῦ τὸ Ζ. ἐντὸς δὲ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐστὶ τὸ Δ· ἐντὸς ἄρα
τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐστὶ τὸ Δ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΖ καὶ διήχθω
ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον· καὶ ἐπεὶ ἐντὸς κύκλου τοῦ ΑΒΓ εἴληπταί τι
σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον πίπτουσιν
εὐθεῖαι αἱ ΔΖ ΔΕ, ἡ ΔΕ ἄρα μείζων ἐστὶν ἢ ἡ ΔΖ. ἀλλ' ἡ ΔΕ
τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΔΓ ἄρα τῆς ΔΖ μείζων ἐστίν. ἀλλὰ καὶ
ἐλάσσων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται
κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐκτὸς ἐφάπτεται
κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο. εἰ γὰρ δυνατόν, ἐφαπτέσθω ὁ ΑΕΓ
κύκλος τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Α Γ·
καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΕΓ κύκλου τὸ κέντρον τὸ Δ σημεῖον, τοῦ
δὲ

ἴσον δὲ καὶ ἡ ΖΗΘ τῇ ΚΛΜ· διπλασία γάρ ἐστι καὶ ἑκατέρα τῆς ΑΒ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΚΛ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ὑπὸ ΚΛΜ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΚΛ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΗΘ· ἀλλὰ τῇ μὲν ΖΗ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ, τῇ δὲ ΚΛ ἴση ἡ ΔΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΗΘ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΗΘ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΗΘ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΖΘ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΖΘ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὥστε καὶ τὸ ἡμισυ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΖΘ τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἡμίσει τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΖΘ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΒΗ τρίγωνον· τῷ δὲ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΕΓ τμῆμα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΒΕΓ τμήματι· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ ΑΔΗ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΖΓ τμήματι· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΔΗ τετράπλευρον ἴσον ἐστὶ τοῖς ΒΕΓ, ΔΖΓ τμήμασιν· ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΒΔΗ τετράπλευρον ἴσον ἐστὶ τοῖς ΒΕΓ, ΔΖΓ τμήμασιν, τὸ δὲ ΑΒΔΗ τετράπλευρον μείζον ἐστὶ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, τὸ ἄρα ΒΕΓ, ΔΖΓ τμήματα μείζονά ἐστι τοῦ ΑΒΔ τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη' Ἐὰν κύκλου τμήματος ἡ δοθεῖσα γωνία ἐλάσσων ᾖ ἡμίσους ὀρθῆς, ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ τμήματος καὶ ἀπὸ τοῦ πρὸς τῇ βάσει περιφερείας ἐπιζευγνυμένων εὐθειῶν, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευγνυμένων εὐθειῶν ἐστὶν ἴση τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ. ἔστω κύκλου τμῆμα τὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἐλάσσων ἔστω ἡμίσους ὀρθῆς· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ ἀπὸ τοῦ πρὸς τῇ ΑΓ περιφερείας ἐπιζευγνυμένων εὐθειῶν τὴν περιεχομένην γωνίαν ἴσην εἶναι τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ. ἤχθω γὰρ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου ἡ ΔΓ, καὶ τῇ ΓΔ πρὸς τὸ Γ σημεῖον τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἴση συνεστάτω ἡ ὑπὸ ΑΓΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· ἐπεὶ οὖν κύκλου τμῆμα τὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι γωνίᾳ· ἀλλὰ καὶ ἡ δοθεῖσα τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ δοθεῖσα ἄρα τῇ ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐστὶν ἴση· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

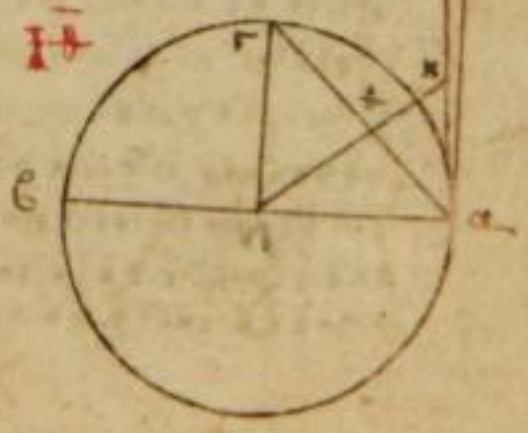


κλίσει τῆς ΓΚ πρὸς τὴν ΑΒ ἀλλαὶ ἐν τῷ αὐτῷ μείζονι εἰσὶ κατὰ τὴν ΓΚ μείζονες ἴσαι· καὶ κατὰ τὴν ΓΚ μείζονες ἴσαι· καὶ πλείους αἱ ἐγγύτερον· δύο γὰρ εἰθεῖαι ἴσαι καὶ πλείους ἐκ τοῦ αὐτοῦ σημείου· γωνίαν δὲ ποιεῖν· γωνία δὲ ἐστὶν ἡ ὑπὸ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ κειμένων κατ' εὐθείαν πρὸς ἁπτομένων ἀλλήλων· ἡ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΚ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΒ· ἐκτὸς γὰρ ἐστὶ τριγώνου τοῦ ΚΛΒ· καὶ ἐλάττων ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΚ τῆς ὑπὸ τῶν ΔΕ· ἐπὶ γὰρ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ τῆς ΓΚ· ἡ ὑπὸ τῶν ΓΚ ἄρα τῆς ὑπὸ τῶν ΑΒ μείζων ἐστὶ καὶ τῆς ὑπὸ τῶν ΔΕ ἐλάττων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ΗΓ

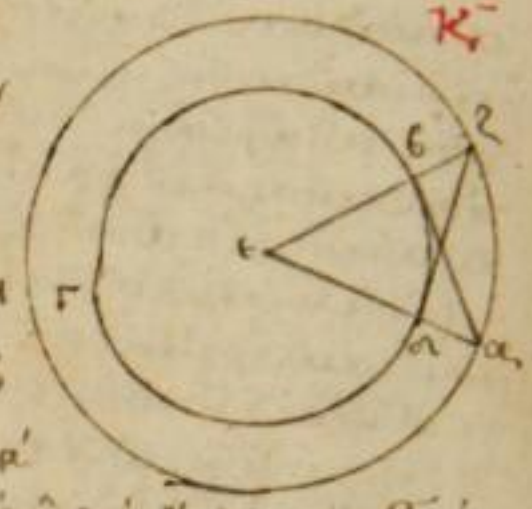
Τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπὴ γωνία ἐλάττων ἐστὶν ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ· καὶ τῆς ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ Α ἤχθω ἡ ΑΕ· λέγω ὅτι ἡ ΑΕ ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· εἰ γὰρ μή, πεσεῖται ἐντός· ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΓ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΑ ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΓΑ ἄρα ὀρθή ἐστιν· τριγώνου δὴ τοῦ ΑΓΔ αἱ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΑΓ, ΔΓΑ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΑΕ ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῆς περιφερείας· ἐκτὸς ἄρα· λέγω δὴ καὶ ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας οὐ παρεμπεσεῖται ἑτέρα εὐθεῖα· εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ἡ ΖΗ· καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὴν ΖΗ κάθετος ἡ ΔΘ· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΑΗ, ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΑΗ τῆς ὑπὸ ΔΘΗ· ἡ ὑπὸ ΔΘΗ ἄρα ἀμβλεῖά ἐστιν· τῇ ἀμβλείᾳ δὲ γωνίᾳ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΔΗ τῆς ΔΑ· ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΔΗ τῆς ΔΒ· ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΔΗ ἐλάττων ἐστίν· ἐγγύτερον ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΒ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὴν ΖΗ καθέτου· ἐπὶ δὲ τὴν ΖΗ καθέτου ἐστὶν ἡ ΔΘ· ἐγγύτερον ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΒ τῆς ΔΘ· ἐπὶ δὲ τὴν ΖΗ καθέτου ἐστὶν ἡ ΔΘ· ἐγγύτερον ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΒ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὴν ΖΗ καθέτου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας οὐ παρεμπεσεῖται ἑτέρα εὐθεῖα· ἐκτὸς ἄρα· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπὴ γωνία ἐλάττων ἐστὶν ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου· εἰ γὰρ ἔστιν γωνία εὐθύγραμμος μείζων μὲν τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας, ἐλάττων δὲ τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας, ἐντὸς πεσεῖται τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας· ἐπεὶ γὰρ ἡ μὲν ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας ὀξεῖα γωνία ἐστὶν ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας ὀξείας γωνίας μείζονι οὔσης τῆς περιφερείας, ἐντὸς πεσεῖται τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας· ἐντὸς ἄρα πεσεῖται καὶ ἡ ΑΕ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΑΕ ἐντὸς πεσεῖται τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας· ἐκτὸς ἄρα· ἐκτὸς ἄρα πεσεῖται τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας· ἐπὶ δὲ τῆς ΑΕ ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας· ἡ ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας ἄρα γωνία ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἐλάττων δὲ ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας γωνία ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου· εἰ γὰρ ἔστιν γωνία εὐθύγραμμος ἐλάττων μὲν τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας, μείζων δὲ τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας, ἐντὸς πεσεῖται τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας· ἐπεὶ γὰρ ἡ μὲν ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας ὀξεῖα γωνία ἐστὶν ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας ὀξείας γωνίας μείζονι οὔσης τῆς περιφερείας, ἐντὸς πεσεῖται τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας· ἐντὸς ἄρα πεσεῖται καὶ ἡ ΑΕ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΑΕ ἐντὸς πεσεῖται τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας· ἐκτὸς ἄρα· ἐκτὸς ἄρα πεσεῖται τῆς ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας· ἐπὶ δὲ τῆς ΑΕ ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας· ἡ ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ΓΑ εὐθείας ἄρα γωνία ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου ἐλάττων ἐστίν·

ΗΘ



κ̄ γ̄

κ̄ δ̄ Ἐὰν κύκλου φαπτομένην εὐθεῖα ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῇ ἐντὸς τοῦ κύκλου ἐκβληθείσῃ ἴσας γωνίας ποιήσῃ μετὰ τῆς φαπτομένης, ἡ εὐθεῖα ἐπὶ τοῦ κέντρου ἔσται τοῦ κύκλου.



κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ φαπτομένην εὐθεῖαν ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς Α τὴν ΔΕ ἐκβεβλήσθω ἐντὸς τοῦ κύκλου, καὶ ἔστωσαν ἴσαι αἱ ὑπὸ ΔΑΓ, ΓΑΕ γωνίαι· λέγω, ὅτι ἡ ἐπὶ τοῦ κέντρου ἔσται τοῦ κύκλου. εἰ γὰρ μή, ἔστω, εἰ δυνατόν, τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΖ, ΖΒ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΑΒ τῇ ὑπὸ ΖΒΑ· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΖΒΑ τῇ ὑπὸ ΖΑΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΑΕ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲν ἄλλο πλὴν ἐπὶ τῆς ΔΑ.

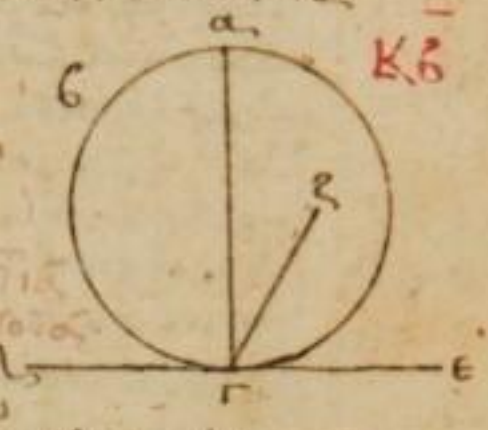
κ̄ ε̄ Ἐὰν κύκλου φαπτομένην τις εὐθεῖα ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς ἁφῆς ἀχθῇ τις εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς τῇ φαπτομένῃ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ φαπτομένην τὴν ΔΕ ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς Β ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΒΓ· λέγω, ὅτι ἐπὶ τῆς ΒΓ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. εἰ γὰρ μή, ἔστω, εἰ δυνατόν, τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ· ἡ ἄρα ΒΖ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΕ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ φαπτομένην τὴν ΔΕ ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς Β ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἤχθη ἡ ΒΓ, ἐπὶ τῆς ΒΓ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἡ ΓΒ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἡ ἄρα ὑπὸ ΓΑΒ ὀρθή ἐστιν, ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΕ ὀρθή ἐστιν· ἐν ἄρα τριγώνῳ τῷ ΑΒΓ δύο γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲν ἄλλο πλὴν ἐπὶ τῆς ΒΓ.

οὐκ ἄρα εἷς κύκλος ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΑΒΓ. ὅμοιοι ἄρα. ὅτι δέ,
ἀπτέται κατὰ τὸ Α. εἰ γὰρ ἄλλο τι, ἐφ' ἑνὸς ἔστω τὸ Δ. καὶ
ἐπεὶ δύο κύκλοι τέμνουσιν ἀλλήλους κατὰ δύο σημεῖα τὰ Α, Δ,
οὐκ ἔστιν ἐπὶ τὴν ΑΔ ἑτέραν ἐφαπτομένην ἀπὸ τοῦ Α σημείου
ἀχθῆναι εὐθεῖαν. ἀλλὰ μὴν ἡ ΑΓ ἐφάπτεται ἑκατέρου τῶν
κύκλων. ἐπὶ τὴν ΑΓ ἄρα οὐκ ἔστιν ἑτέραν ἐφαπτομένην ἀπὸ
τοῦ Α σημείου ἀχθῆναι εὐθεῖαν. ἐφάπτεται ἄρα ὁ ΑΔΕ κύκλος
τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ τὸ Α. ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κύκλοι.

ΚΒ

ΚΒ



ΚΓ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα κατά τι σημεῖον, ἀπὸ δὲ τῆς
ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης
ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. κύκλου δὴ τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτηται
τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΔΕ πρὸς
ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΒΑ· λέγω ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΒ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ
κύκλου. μὴ γάρ, εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ.
ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Β,
ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευγνύται ἡ ΒΖ, ἡ ΒΖ ἄρα
κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΕ γωνία.
ἴση δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ· ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρός ἐστιν·
λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΖ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἐστὶν ἴση· ἡμικυκλίου
γὰρ πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία· ἴση δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΖ
τῇ ὑπὸ ΖΒΓ· ἡμικυκλίου γὰρ πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΒΓ γωνία·
ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· ἐλάττων τῆς ὑπὸ ΑΒΓ·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἐστὶν ἡ ἀπὸ
τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΒ· ἐπὶ τὴν ΑΒ ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΔΕ
κάθετος· ἐπὶ τῆς ΑΒ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

ΚΓ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα κατά τι σημεῖον, ἀπὸ δὲ τοῦ
ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης
ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτηταί τις
εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς
ἤχθω ἡ ΒΓ· λέγω ὅτι ἐπὶ τῆς ΒΓ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.
εἰλήφθω γὰρ μὴ γάρ, εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΗ.
ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Β,
ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευγνύται ἡ ΒΗ, ἡ ΒΗ ἄρα
κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία.
ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ εἰς τὴν περιφέρειαν τὴν ΒΑ εὐθεῖα
γραμμὴ ἐνέπεσεν ἡ ΒΗ, ἡ δὲ ἐφάπτεται τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Β,
ἡ ὑπὸ ΗΒΕ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ
κύκλου γωνίαις ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ καὶ ὑπὸ ΒΓΑ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ
ὀρθή ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΑ· ἡ ὑπὸ
ΒΑΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ αἱ δύο
γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ καὶ ΒΓΑ δυσὶν ὀρθαῖς ἐστιν ἴσαι, καὶ ἴση ἡ ὑπὸ
ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ, ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ καὶ ΒΓΑ ἡμίσειά
ἐστιν ὀρθῆς· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΗΒΓ· ἡμικυκλίου γὰρ πρὸς ὀρθάς
ἐστιν ἡ ὑπὸ ΗΒΓ γωνία· ἡμίσειά ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΗΒΓ·
ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΗΒΓ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῇ ὑπὸ ΗΒΓ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΗΒ τῇ ΗΓ· ἀλλὰ ἡ ΒΗ τῇ ΗΖ ἐστιν
ἴση· καὶ ἡ ΗΓ ἄρα τῇ ΗΖ ἐστιν ἴση· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ
ἄλλο τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ΒΓ τὸ Η τοῖς Β, Ζ ἴσον ἀπέχει· ἐπὶ τῆς ΒΓ
ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

κα

Ὁμοίως καὶ αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν ἐπὶ ἴσων γὰρ περιφερειῶν τῶν βεδ εγ καὶ ἐπὶ τῶν περὶ τὸ ζ σημεῖον γωνίαι εἰσὶν ἴσαι ἀλλήλαις αἱ ὑπὸ βαδ εαγ· ἐπὶ ἴσων δὲ περιφερειῶν τῶν βεδ εγ καὶ ἐπὶ τῶν περὶ τὸ α σημεῖον γωνίαι εἰσὶν ἴσαι ἀλλήλαις αἱ ὑπὸ βαδ εαγ· ἐπὶ ἴσων ἄρα περιφερειῶν τῶν βεδ εγ γωνίαι εἰσὶν ἴσαι ἀλλήλαις αἱ ὑπὸ βαδ εαγ. ἐπὶ δὲ τοῦ αὐτοῦ κύκλου τοῦ αβγδ κύκλου τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν αἱ περιφέρειαι αἱ βεδ εγ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βζ ζδ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βε εδ· καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ περιφέρειαι αἱ βεδ εγ, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ βε εδ περιφέρειαι ταῖς εγ· καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ βε εδ περιφέρειαι ταῖς εγ, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ βε εὐθεῖα τῇ εδ εὐθείᾳ· καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ βε εδ περιφέρειαι ταῖς εγ, ἐπὶ δὲ ἴσων περιφερειῶν ἴσαι γωνίαι εἰσὶν αἱ πρὸς τῷ ζ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ βζε εζδ γωνίαι· ἐπὶ ἴσων ἄρα γωνιῶν αἱ βζ ζδ ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν βζ τῇ ζδ, κοινὴ δὲ προσκείσθω ἡ ζε· αἱ ἄρα βζ ζε ἴσαι εἰσὶ ταῖς δζ ζε· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βζε γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εζδ ἴση· βάσις ἄρα ἡ βε βάσει τῇ εδ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν βε τῇ εδ, κοινὴ δὲ προσκείσθω ἡ εα· αἱ ἄρα βε εα ἴσαι εἰσὶ ταῖς δε εα· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βεα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δεα ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ βα βάσει τῇ δα ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν βα τῇ δα, κοινὴ δὲ προσκείσθω ἡ γδ· αἱ ἄρα βα γδ ἴσαι εἰσὶ ταῖς δα γδ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δαγ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ βγ βάσει τῇ δγ ἐστὶν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ βαγ τμῆμα τῷ δαγ τμήματι· καὶ ἔστιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς βγ· ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν βάσεις δεχόμενα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

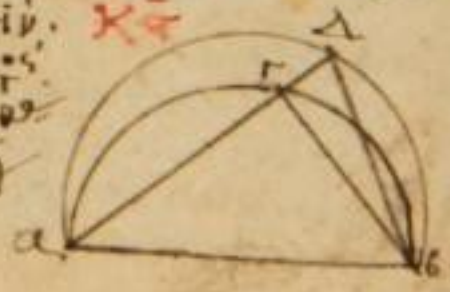
κε

Τῶν δοθέντων κύκλων τμημάτων ὁμοίων ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν συστῆναι τὸ τοῦ κύκλου ὃ τμῆμα ὅμοιον ἐστὶ τῷ τμήματι· ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα ὁμοίων ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν αβ γδ· δεῖ δὴ τοῦ αβ γδ τμήματος κύκλου τὸ τμῆμα συστῆναι ὅμοιον ἐστὶ τῷ τμήματι· ἤχθω γὰρ ἡ αβ εὐθεῖα καὶ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ ε σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ εβ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ ε τῇ ὑπὸ αβε γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ βεζ· καὶ διήχθω ἡ αζ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν εα εβ κύκλος γεγράφθω ὁ αηβ· ὁ ἄρα αηβ κύκλος τοῦ δοθέντος τμήματος ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ αε τῇ εβ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ αζ τῇ βζ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αε τῇ εβ, κοινὴ δὲ προσκείσθω ἡ εζ· αἱ ἄρα αε εζ ἴσαι εἰσὶ ταῖς βε εζ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αεζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βεζ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ αζ βάσει τῇ βζ ἐστὶν ἴση· τὸ ἄρα κέντρῳ τῷ ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν αε εβ γραφόμενον κύκλος διὰ τοῦ α καὶ β γραφήσεται· καὶ ἔστω γεγραμμένος ὁ αηβ· καὶ ἐπεὶ τὸ αηβ τμῆμα ὅμοιον ἐστὶ τῷ γδ τμήματι, καὶ ἔστιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς αβ· ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν βάσεις δεχόμενα· ἐπὶ ἴσων ἄρα εὐθειῶν τῶν αβ γδ ἐστὶ τὰ τμήματα ὅμοια ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

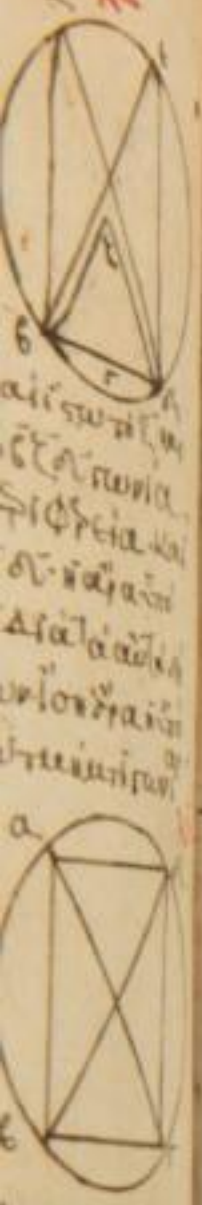
κς

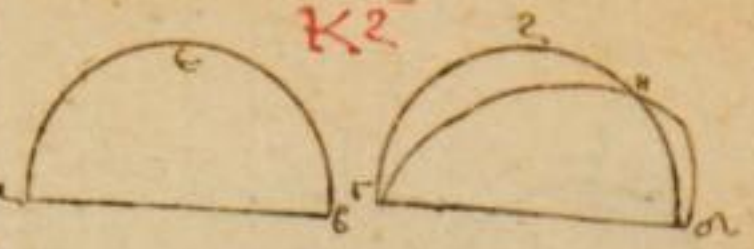
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν ὅμοιον τῷ δοθέντι τμήματι· ἔστω ὁ μὲν δοθεὶς κύκλος ὁ αβγ, τὸ δὲ δοθὲν τμῆμα ὅμοιον τῷ δεζ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ αβγ τμῆμα ἀφελεῖν ὅμοιον τῷ δεζ τμήματι· ἤχθω τὴν ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου τοῦ αβγ ἡ εθ κατὰ τὸ β σημεῖον· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ θβ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ β τῇ ὑπὸ δεζ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ θβγ· ἡ ἄρα βγ τέμνει τὸν κύκλον· ἤτω τεμνέτω κατὰ τὸ γ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αγ· καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ αβγ εἰς τὴν περιφέρειαν ἀπὸ τοῦ β ἐφάπτεται μὲν τις εὐθεῖα ἡ θβ, διήκει δὲ ἡ βγ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ θβγ γωνία τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι τῷ βαγ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ θβγ τῇ ὑπὸ δεζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ἐν τῷ βαγ ἄρα τμήματι γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δεζ· τὸ δὲ βαγ τμῆμα ὅμοιόν ἐστι τῷ δεζ τμήματι· τῶν γὰρ ὁμοίων τμημάτων κύκλων ὅμοιον ἐστὶ τὸ βαγ τμῆμα τῷ δεζ τμήματι· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κζ



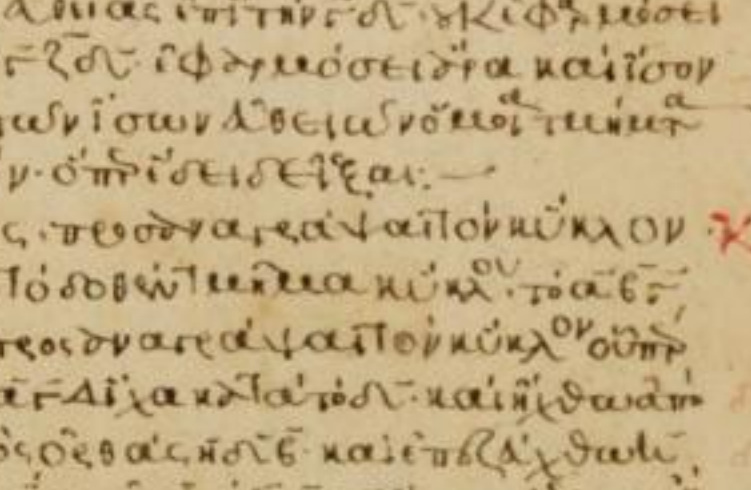
Ἐὰν ἐν κύκλῳ τμήματα ὅμοια ὦσι καὶ μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως, οὐκ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἔσται τὰ τμήματα· εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἐν κύκλῳ τῷ αβγδ τμήματα ὅμοια ὦσι καὶ μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τὰ αεβ βζγ· καὶ ἐπεὶ ὅμοια τμήματα κύκλων τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν βάσεις δεχόμενα, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεβ γωνία τῇ ὑπὸ βζγ ἐκτὸς τῇ ἐντός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν βάσεις δεχόμενα ὅμοια τμήματα κύκλων τὰ αεβ βζγ οὐκ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἔσται τὰ τμήματα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.





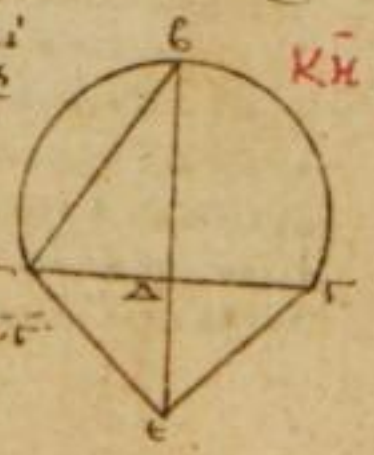
Κγ

Τῶν ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπὶ δὲ ἴσων περιφερειῶν τῶν ΑΒ ΓΔ πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ τῷ Ε γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ, πρὸς δὲ τῷ Ζ ἡ ὑπὸ ΓΖΔ· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῇ ὑπὸ ΓΖΔ. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῇ ὑπὸ ΓΖΔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΕΒ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΕΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ ὑπὸ ΓΖΔ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΕΗ· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἐπὶ ἄρα τῆς ΑΗ περιφέρειας ἴση ἐστὶν ἡ ΓΔ περιφέρεια. ἀλλὰ ἡ ΓΔ τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΑΗ ἄρα τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῇ ὑπὸ ΓΖΔ· ἴση ἄρα. αἱ ἄρα ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Κδ

Κύκλου τμήματος δοθέντος προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗ ἐστὶ τμῆμα. ἔστω τὸ δοθὲν τμῆμα κύκλου τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ τμήματος προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗ ἐστὶ τμῆμα. τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΕΖ ΕΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΑΕ ΕΖ δυσὶ ταῖς ΒΕ ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΕΖ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΒΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ΑΖ ἄρα τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΑΖ ΖΒ ΖΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΑΖ ΖΒ ΖΓ γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται προσαναγεγραμμένος· κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγέγραπται κύκλος οὗ ἐστὶ τμῆμα τὸ ΑΒΓ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

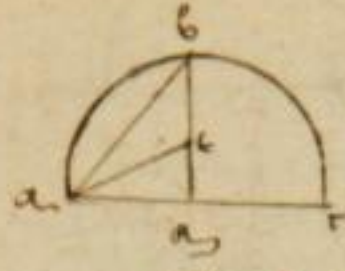


Κε

Αἱ ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπὶ δὲ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι ἐπὶ μὲν τῶν κέντρων ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπὶ δὲ τῶν περιφερειῶν ἐλάττονες τῶν δύο ὀρθῶν. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ ἐν τούτοις ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν αἱ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἡ μὲν ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΒΛΓ τῇ ΕΚΖ. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΚΓ τῇ ΕΛΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΒΚΓ, καὶ κείσθω τῇ ΕΛΖ ἴση ἡ ΒΜΓ· ἴσαι δὲ περιφέρειαι ἴσας γωνίας βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἐπὶ ἴσων ἄρα περιφερειῶν βεβήκασιν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ γωνίαι· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΘΖ τῇ ὑπὸ ΒΗΜ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΜ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ· ἴση ἄρα. ἴση δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ εὐθείᾳ· ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΗ ΗΓ ταῖς ΕΘ ΘΖ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ ἴση ἐστίν, καὶ βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ὅλη ἡ ΑΒΓ περιφέρεια τῇ ὅλῃ τῇ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση, ὧν ἡ ΒΚΓ τῇ ΕΛΖ ἐστὶν ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶν ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις· αἱ δὲ ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. αἱ ἄρα ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Κς

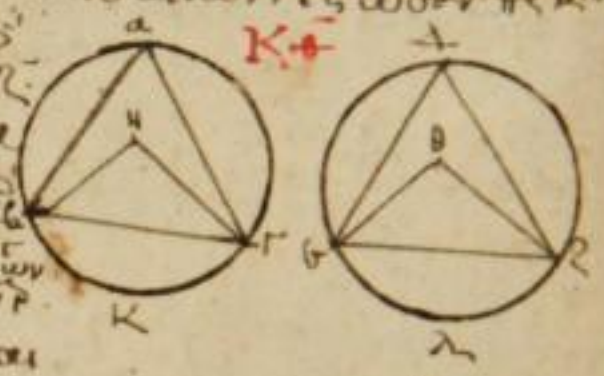
Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐφ' ὧν δὲ αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ ἐν τούτοις ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν αἱ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΚΓ τῇ ΕΛΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΒΚΓ, καὶ κείσθω τῇ ΕΛΖ ἴση ἡ ΒΜΓ· ἴσαι δὲ περιφέρειαι ἴσας γωνίας βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἐπὶ ἴσων ἄρα περιφερειῶν βεβήκασιν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ γωνίαι· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΘΖ τῇ ὑπὸ ΒΗΜ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΜ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ· ἴση ἄρα. διὰ τοῦτο καὶ ἡ λοιπὴ ἡ ΒΑΓ περιφέρεια τῇ λοιπῇ τῇ ΕΔΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· ἐφ' ὧν ἄρα αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΑΒ ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Κ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπί τε τῶν πρὸς τοῖς κέντροις καὶ ἐπὶ τῶν πρὸς ταῖς περιφερείαις βεβηκυῖαι ἴσων περιφερειῶν τῶν ΒΓ ΕΖ.



λ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπί τε τῶν πρὸς τοῖς κέντροις καὶ ἐπὶ τῶν πρὸς ταῖς περιφερείαις, ὡσαύτως βεβηκυῖαι ἐν ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ ΔΕΖ καὶ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν τῶν ΒΓ ΕΖ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις τὰς ΒΗΓ ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις τὰς ΒΑΓ ΕΔΖ.

ΔΦΠΑ

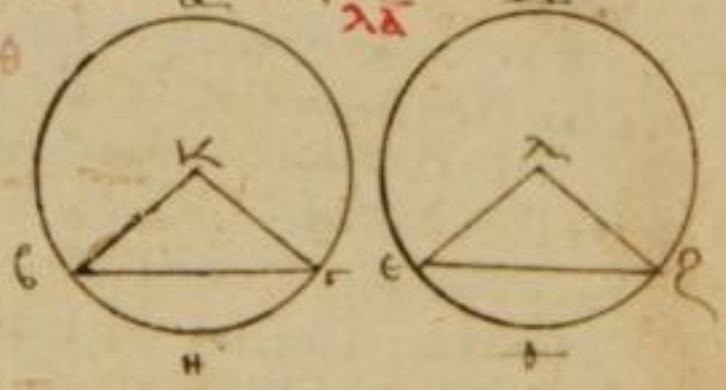
λ

λα

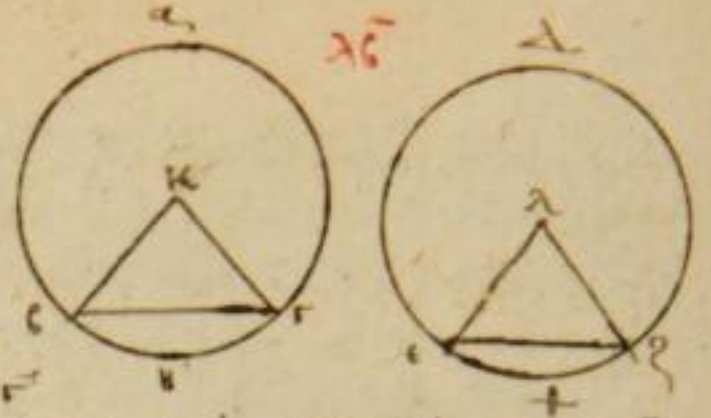
ΚΗ

λβ

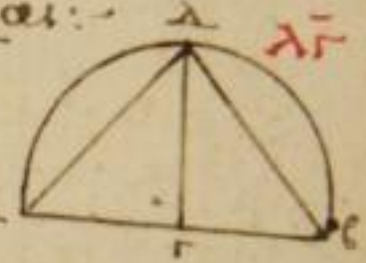
ΚΘ



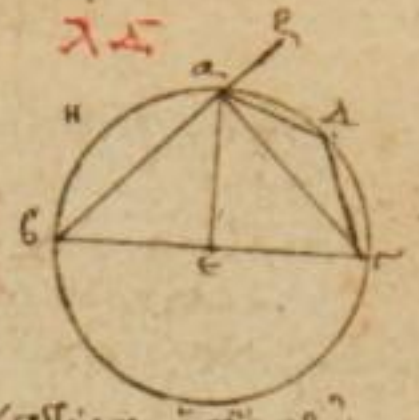
λγ



λγ



λδ

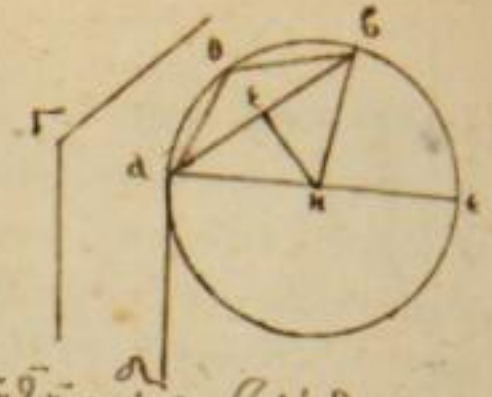

λε
η
α
β
δ
γ
ε

ὅταν αἱ ἀπὸ τῆς ἁφῆς γωνίαι ἴσαι ὦσι,
ὀρθαὶ εἰσιν.

λε΄ Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα
κατά τινος τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον,
διαχθεῖσα δέ τις εὐθεῖα πέρνουσα τὸν ⊙.
ἀπὸ μὲν τῆς γωνίας πρὸς τῇ ἁφῇ τοῦ
ἴσας ποιῇ τὰς πρὸς ταῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γω-
νίας· κύκλου δὲ τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτηται ἡ ΔΕ
κατὰ τὸ Β σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ Β σημείου διήχθω
τις εὐθεῖα ἐπὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον τέμνουσα αὐτὸν τὴν Α·
ὅτι ἑκατέρα τῶν γωνιῶν, ἃς συνέστηκεν ἡ ΑΒ μετὰ τῆς ἐφαπτομένης ἴσας ἐστὶ
ταῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις· τουτέστιν
ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΑ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΑΓΒ τμήματι γω-
νίᾳ· ἡ δὲ ὑπὸ ΖΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΑΔΒ τμήματι γω-
νίᾳ. Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΑΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Γ· καὶ
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ· ΓΒ· καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ ΑΒΓ
ἐφάπτεταί τις ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Β σημεῖον καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ
τὸ Β ἁφῆς κατὰ τὴν ἐφαπτομένην πεπόρθωται ἡ ΒΑ· εἰσὶν ἄρα
αἱ ὑπὸ ΑΒΕ γωνίαι ἴσαι ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ ΑΒΓ κύκλου γωνίαις·
τουτέστιν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ἐν τῷ ΑΔΒ τμήματι γω-
νίᾳ· ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΑ γωνία τῇ ἐν τῷ ΑΓΒ τμήματι γω-
νίᾳ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία ἴση
ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΑΔΒ τμήματι γωνίᾳ· ἐπεὶ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία
ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΑΔΒ τμήματι γωνίᾳ· καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΖ
ὀρθή· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΔΒ τμήματι γωνία· ἡ ἄρα ΑΔ
περιφέρεια ἡμικύκλιός ἐστιν· ἡ ἄρα ΑΔ εὐθεῖα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου·
λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ διάμετρος τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ·
καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Β σημεῖον καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ
τὸ Β ἁφῆς κατὰ τὴν ἐφαπτομένην πεπόρθωται ἡ ΒΓ· ἐστὶν ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΒΕ
γωνία ἴση τῇ ἐν τῷ ΒΑΓ τμήματι γωνίᾳ· ἀλλὰ καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΔΒ τμήματι γω-
νία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΒΖ γωνίᾳ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία ἴση ἐστὶ
ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ ΑΒΓ κύκλου γωνίαις· λέγω ὅτι καὶ
ἡ ὑπὸ ΓΒΖ γωνία ἴση ἐστὶ ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ ΑΒΓ κύκλου γωνίαις·
τουτέστιν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΖ γωνία τῇ ἐν τῷ ΑΔΒ τμήματι γωνίᾳ·
ἐπεὶ γὰρ ἐν κύκλῳ τῷ ΑΒΓΔ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ· αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· αἱ ἄρα
ὑπὸ ΑΒΓ· ΑΔΓ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· ἀλλὰ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΖ· ΑΒΓ
γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΖ· ΑΒΓ γωνίαι ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ· ΑΔΓ
γωνίαις ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΒΖ γωνία ἴση
ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΑΔΒ τμήματι γωνίᾳ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΓΒΖ γωνία ἴση ἐστὶ
ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ ΑΒΓ κύκλου γωνίαις· ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα
ἀπό τινος τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθεῖσα δέ τις εὐθεῖα πέρνουσα τὸν κύκλον
ποιῇ τὰς πρὸς ταῖς ἐφαπτομένῃ γωνίας ἴσας ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λϛ΄ Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἑαυτῶν ἐντός, εἰλήφθω δὲ τὰ κέντρα τῶν κύκλων
καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβληθῇ ἐπὶ τὰ ἐφαπτόμενα σημεῖα τῶν κύκλων· ἐπὶ τὸ αὐτὸ μέρος
ἐκβεβλήσθω ἡ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα ἐπὶ τὴν περιφέρειαν
τοῦ ἑτέρου κύκλου· ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ μέρος ἐκβεβλήσθω ἡ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν
ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ ἑτέρου κύκλου· ἐὰν γὰρ μή, ἐκβαλλομένη
ἢ ἐπὶ τὰ Γ· Η· Θ· ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ ΑΒΓ κύκλου· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ· ΓΒ·
ΑΗ· ΗΒ· ΑΘ· ΘΒ· καὶ ἐπεὶ κύκλων τῶν ΑΒΓ· ΑΒΗ ἐφάπτεται ἑαυτῶν ἐντὸς κατὰ τὸ Α
σημεῖον· εἰλήφθω δὲ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Δ· Ε· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβέβληται ἡ ΔΕ
ἐπὶ τὰ ἐφαπτόμενα σημεῖα τὰ Α· Β· ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἄρα μέρος ἐκβεβλήσθω ἡ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου
κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ ἑτέρου κύκλου· ἐπεὶ οὖν
ἐφάπτεται ἑκάτερος τῶν ΑΒΓ· ΑΒΗ κύκλων ἑαυτῶν ἐντὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον· καὶ εἴληπται
αὐτῶν τὰ κέντρα τὰ Δ· Ε· ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἄρα μέρος ἐκβεβλήσθω ἡ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου κέντρου
ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ ἑτέρου κύκλου· ἐὰν ἄρα κύκλοι
ἐφάπτωνται ἑαυτῶν ἐντός, εἰλήφθω δὲ τὰ κέντρα τῶν κύκλων καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβληθῇ
ἐπὶ τὰ ἐφαπτόμενα σημεῖα τῶν κύκλων· ἐπὶ τὸ αὐτὸ μέρος ἐκβεβλήσθω ἡ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου
κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ ἑτέρου κύκλου·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

τμῆμα κύκλου. ἐχόμενον γωνίαν ὑπὸ τῆς περιφερείας τῆς
γωνίας καὶ τῆς περιφερείας ἡ μὲν ὀξεῖα ἐστὶν ἡ ὀξεῖαν ἔχουσα
ὑπερέχουσαν. ἡ δὲ ἀμβλεῖα. ἡ ἐλάττονα. καὶ ἡ μὲν τῆς
ὀξείας περιφερείας ἐστὶν ἡ μείζων τοῦ ἡμικυκλίου. ἡ δὲ
τῆς ἀμβλείας ἐστὶν ἡ ἐλάττων τοῦ ἡμικυκλίου. καὶ ἡ μὲν
τῆς ὀξείας περιφερείας ἐστὶν ἡ ἐλάττων τοῦ ἡμικυκλίου. ἡ δὲ
τῆς ἀμβλείας ἐστὶν ἡ μείζων τοῦ ἡμικυκλίου. ἡ μὲν τῆς



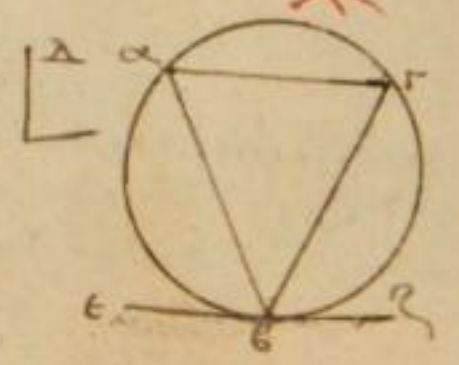
καὶ σὺν τῇ ΑΒ ἴσον πρὸς τὴν
ΑΒ Δ· ἡμίσεια ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΑΒ·
ΒΑ· ὡσαύτως δὴ τοῖς πρότερον κατα-
γραφεὶς κατὰ τὰ αὐτὰ πορισθήσεται
κῦ καὶ· καὶ τὰ ἑξῆς πάντα πάλιν ἃ ΑΒ ΔΓ·
κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ταῖς πρότερον χωρὶς τῆς κῦ καὶ τῆς ΔΓ
κῦ Β· καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ τῷ Β ἴσον ἐστὶν
αἵτινες αἱ ΑΒ ΒΔ τῇ ΑΔ ἴσαι εἰσί· καὶ ἐστιν ἡμίσεια ἑκατέρα τῶν
ΑΒ ΒΔ· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Β τῷ ΑΔ ἴσον ἐστὶν ὁ ἄρα κέν-
τρον τοῦ κύκλου ἐστὶ τὸ Β· καὶ ἐστὶν ἡ ΑΔ ἐκ τοῦ κέντρου·
Β ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΔΓ τοῦ κύκλου· καὶ ἐπεὶ ἀπὸ κέν-
τρου τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΔ ἐπιζευγνύουσιν αἱ ΑΒ ΒΔ· καὶ ἐστὶν
ἡ ΑΔ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου ἡ ΔΓ· ἡ ΑΒ ἄρα τοῦ κύκλου
ἐστὶ τὸ Β· ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ· καὶ ἐστὶν ἐν ἡμικυκλίῳ
γωνία ἡ ΑΒΔ· ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τοῦ κύκλου τεμνούσης τῆς
ὀρθὴ γωνία· ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τοῦ κύκλου τεμνούσης τῆς
ΑΒ· ἐὰν ἄρα δοθῇσης εὐθείας τῆς ΑΒ· σχήματι τμήμα
κύκλου τὸ ΑΒ· δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ
τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφῄρηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

λβ Α'

Τοῦ δοθέντος κύκλου τμήματος ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ· ἔστω ὁ δοθεὶς
κύκλος ὁ ΑΒΓ· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Δ·
δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν
ἴσην τῇ πρὸς τῷ Δ γωνίᾳ· ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη
ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖον καὶ γεγωνίσθω πρὸς τῇ ΖΒ εὐθείᾳ τῷ
ὑπὸ ΑΔΓ τριγώνου ἴσον τὸ ὑπὸ ΖΒΑ· ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν
Κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη ἡ ΕΖ· ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὸ Β
ἐπαφῆς διήκει ἡ ΒΑ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΒΑ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ
ἐναλλὰξ τμήματι κύκλου γωνίᾳ· τῇ ΒΓΑ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ
ΖΒΑ τῇ ΒΓΑ· ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ ΖΒΑ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ·
καὶ τῇ ΒΓΑ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ· ἡ ΑΔ ἄρα ἐφάπτεται
μὲν τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὸ Β ἐπαφῆς διήκει
ἡ ΒΓ· ἐὰν ἄρα δοθῇσης εὐθείας τῆς ΑΒ· σχήματι τμῆμα
κύκλου τὸ ΑΒΓ· δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ
εὐθυγράμμῳ τῇ πρὸς τῷ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

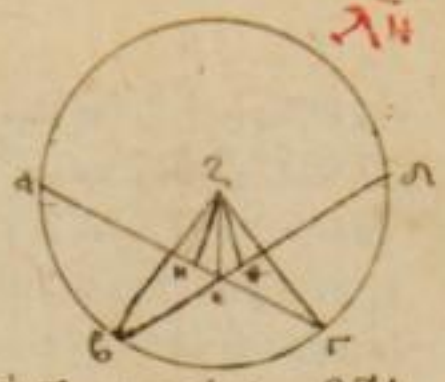
λγ Β'

λγ



Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖα τις ἐφάπτηται
κύκλου τινός· ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὴν ἁφὴν
διήκῃ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον·
αἱ γωνίαι ἃς ποιεῖ πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ
τοῦ κύκλου ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις·

λη



ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι αἱ αβ γδ. δύο δὲ τμήματα ὅμοια αἱ αεβ γζδ περὶ τὰς ἴσας εὐθείας κεῖται τὰς αβ γδ. λέγω ὅτι τὸ τμῆμα τὸ αεβ τῷ τμήματι τῷ γζδ ἴσον ἐστίν. εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων καὶ ἔστω τὰ η θ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αη ηβ γθ θδ. καὶ ἐπεὶ ὁμοιον ἐστὶ τὸ τμῆμα τὸ αεβ τῷ τμήματι τῷ γζδ, καὶ ἐστὶ τὸ μὲν αεβ τμῆμα περιέχον γωνίαν τὴν ὑπὸ αεβ, τὸ δὲ γζδ τμῆμα περιέχον γωνίαν τὴν ὑπὸ γζδ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεβ γωνία τῇ ὑπὸ γζδ. καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν αβ γδ κύκλου ἴσαι εἰσὶν αἱ αβ γδ, τοῦ δὲ ἑτέρου κύκλου αἱ αη γθ, δύο δὴ αἱ αβ βη δυσὶ ταῖς γδ δθ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβη γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γδθ ἴση· ἐν ἄρα τμῆμα ἐστὶ τὸ αβη τμήματι τῷ γδθ ἴσον καὶ ὅμοιον. ἀλλὰ καὶ ὁ κύκλος ὅλος τῷ κύκλῳ ὅλῳ ἴσος· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ αεβ τμῆμα τῷ γζδ τμήματι ἴσον ἐστίν. ἐὰν ἄρα ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι τὰς περιφερείας ἴσας περιλαμβάνουσιν, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ τῶν περιφερειῶν ἴση ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λθ.

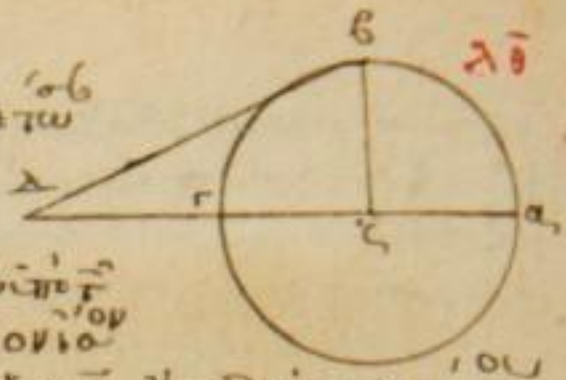
Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσας περιφερείας βαίνουσαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις.

λθ

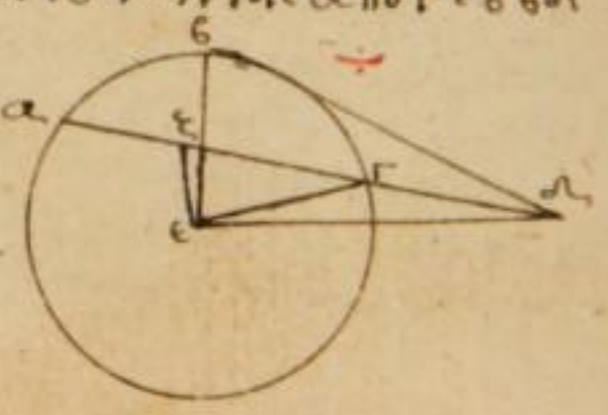
Ἔστω ἴσοι κύκλοι οἱ αβγ δεζ, καὶ ἐπὶ ἴσας περιφερείας τὰς βγ εζ βαινέτωσαν γωνίαι πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ βηγ εθζ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ βαγ εδζ· λέγω ὅτι ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βηγ εθζ γωνιῶν διπλασίων ἐστὶ ἑκατέρας τῶν ὑπὸ βαγ εδζ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βθ θζ γλ λδ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ τμῆμα τὸ βηγ τῷ τμήματι τῷ εθζ, καὶ ἐστὶ τὸ μὲν βηγ τμῆμα περιέχον γωνίαν τὴν ὑπὸ βηγ, τὸ δὲ εθζ τμῆμα περιέχον γωνίαν τὴν ὑπὸ εθζ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ βηγ γωνία τῇ ὑπὸ εθζ. καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν αβγ κύκλου ἴσαι εἰσὶν αἱ αβ βγ, τοῦ δὲ ἑτέρου κύκλου αἱ δε εζ, δύο δὴ αἱ αβ βγ δυσὶ ταῖς δε εζ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βηγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εθζ ἴση· ἐν ἄρα τμῆμα ἐστὶ τὸ βηγ τμήματι τῷ εθζ ὅμοιον καὶ ἴσον. ἀλλὰ καὶ ὁ κύκλος ὅλος τῷ κύκλῳ ὅλῳ ἴσος· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ βαγ τμῆμα τῷ εδζ τμήματι ἴσον ἐστίν· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ βαγ τμῆμα τῷ εδζ τμήματι. καὶ ἔστιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν βγ εζ· τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ βαγ τμῆμα τῷ εδζ τμήματι. ἀλλὰ καὶ ὁ κύκλος ὅλος τῷ κύκλῳ ὅλῳ ἴσος· καὶ λοιπὸν ἄρα ἡ πρὸς τῷ α περιφέρεια τῇ πρὸς τῷ δ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ βαγ γωνία τῇ ὑπὸ εδζ ἐστὶν ἴση. διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ βηγ τῆς ὑπὸ βαγ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ εθζ τῆς ὑπὸ εδζ διπλῆ ἐστίν· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ βηγ τῇ ὑπὸ εθζ.

Ἐν κύκλου ἄρα ἐὰν ὦσιν ἐπὶ ἴσας περιφερείας γωνίαι πρὸς τοῖς κέντροις καὶ πρὸς ταῖς περιφερείαις, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐπὶ ἴσας γὰρ περιφερείας τὰς βγ εζ βαίνουσιν αἱ πρὸς τοῖς κέντροις ὑπὸ βηγ εθζ καὶ αἱ πρὸς ταῖς περιφερείαις ὑπὸ βαγ εδζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ



πρὸς τὸν αβγ κύκλον πρὸς πίπτω
ἀπὸ τοῦ δ ἀφαὶ αἱ δα δζ· φ'
κεῖται δὲ τὰ περὶ τὸν αβγ ⊙
καὶ δι' β τῇ φα παράλληλος ἤχθω ἡ γε· τὸ δὲ
αδζ τρίγωνον ὀρθογώνιον ὂν
ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς δβ τετραγώνῳ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ
ἴσην οὖ· ἴση ἄρα ἡ τρὶς διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἐπεὶ ὁ ζκ κύκλος
τοῦ αβγ κύκλου καὶ ἐπιβάλλουσιν αἱ ζε· ὀρθὴ δ' ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζβα
καὶ ἐπιβέβληκεν εὐθεῖα ἡ αβ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζβα
καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι αἱ ζβ βα δύο ταῖς εβ βα ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ζβα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εβα ἴση· ὀρθὴ γὰρ
ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ζβα εβα ἴση· καὶ βάσις ἡ αζ βάσει τῇ αε ἐστὶν ἴση·
καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ εγ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ζβ τῇ βε καὶ κοινὴ προσκείσθω
ἡ βγ δύο δὴ αἱ ζβ βγ δυσὶ ταῖς εβ βγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ζβγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εβγ ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα
τῶν ὑπὸ ζβγ εβγ ἴση· καὶ βάσις ἡ ζγ βάσει τῇ εγ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ζβ τῇ βε κοινὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον
τὸ ἄρα ἀπὸ τῶν ζβ βγ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν εβ βγ τετραγώνοις·
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ζβ βγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζγ τετράγωνον·
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν εβ βγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εγ τετράγωνον·
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ζγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εγ· ἴση ἄρα ἡ ζγ τῇ εγ·
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ζγ τῇ εγ ἡ δὲ γα τῇ γα δύο δὴ αἱ ζγ γα
δυσὶ ταῖς εγ γα ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ αζ βάσει
τῇ αε ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ζγα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εγα ἐστὶν ἴση·
καὶ ἐπιβέβληκεν εὐθεῖα ἡ γα· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ζγα εγα·
κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς
εβ· λοιπὸν δὴ τὸ ἀπὸ τῆς
δε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δβ· ἐὰν
δὲ ἀπὸ κύκλου λαμφθῇ τι σημεῖον
ἐκτὸς καὶ ἀπ' αὐτοῦ



με

Ἐὰν κύκλου ἡ φαπτομένη σημεῖον τὸ Κ, ἀπὸ δὲ τοῦ ἁφῆς τοῦ πρὸς τὸν κύκλον πρὸς ὀρθὰς ἀχθῶσιν εὐθεῖαι καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν φαπτομένην ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ἐπιζευχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Κ σημείου τῆς φαπτομένης πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΖ ἡ ΚΑ, καὶ τετμήσθω ἡ ΚΖ δίχα κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΚΗ τῇ ΗΖ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΑ, δύο δὴ αἱ ΚΗ, ΗΑ δυσὶ ταῖς ΖΗ, ΗΑ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΗΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΗΑ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ ἡ ΑΚ ἄρα τῇ ΑΖ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΚΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΚ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΒ ἄρα ὀρθή ἐστιν· ἴση ἄρα ἡ ΚΖ τῇ ΖΒ· ἴση δὲ καὶ ἡ ΚΗ τῇ ΗΖ· δύο δὴ αἱ ΚΗ, ΗΖ δυσὶ ταῖς ΖΗ, ΗΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΗΖ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΗΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΗΒ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΚΗΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΖΗΒ· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΚΖ ἐκβαλλομένη διάμετρος τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου τῇ ΖΒ· ὥστε ἡ ΒΗ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Α ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. καὶ ἐὰν ἄρα κύκλου ἡ φαπτομένη τις ᾖ, ἀπὸ δὲ τοῦ ἁφῆς τοῦ πρὸς τὸν κύκλον πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τοῦ τετάρτου βιβλίου.

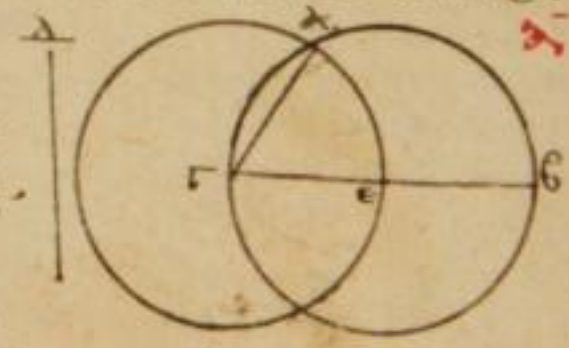
Προικλῶ τὰ ἀναγραφόμενα τῶν εὐθειῶν ἐν κύκλῳ ἐγγράψαι ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον πολύγωνον ἢ τοῦ δοθέντος κύκλου ἢ τοῦ δοθέντος τὰ ὁποιανοῦν τῶν ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ ἐγγραφομένων πολυγώνων ἰσόπλευρα καὶ ἰσογώνια ὄντα ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ ἐγγράψαι πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον πρὸς τὸ μὴ ἁπτεσθαι τὰς τοῦ πολυγώνου πλευρὰς τῶν περιφερειῶν τῶν τοῦ κύκλου ἐφ' ἃς ἐστὶν ἡ τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ ἐκβαλλομένη ἐντὸς πίπτῃ τοῦ κύκλου, ἐφ' ἃς δὲ ἐστὶν ἡ τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ ἐκβαλλομένη ἐντὸς πίπτῃ τοῦ κύκλου, ἐφ' ἃς

Εὐκλείδου στοιχείων τέταρτον.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται. σχῆμα δέ, εἰς ὃ τὰ ἐγγραφόμενα σχήματα ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιεχομένου ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται. σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον κύκλῳ περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ περιγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας ἅπτηται τοῦ περιγραφομένου σχήματος. Κύκλος εἰς σχῆμα ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται. Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται. Εὐθεῖα κύκλον ἐνγράφεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

α Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τὴν δοθεῖσαν διαμέτρου οὔσης τοῦ κύκλου διάμετρον ἴσην εὐθεῖαν ἐνγράψαι.

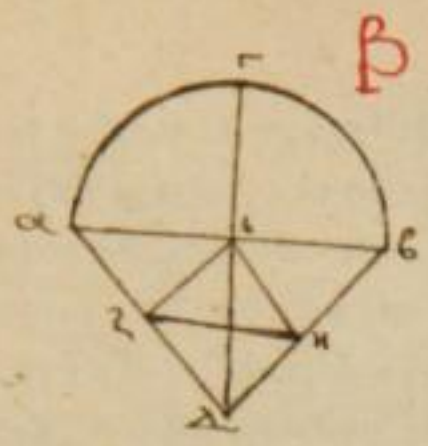
Κύκλος ὁ ΑΒΓ· ἡ δὲ δοθεῖσα διάμετρος τοῦ κύκλου ἡ Δ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τὴν δοθεῖσαν διάμετρον τὴν Δ ἴσην εὐθεῖαν ἐνγράψαι.



Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΕ διήχθω ἐπὶ τὸ Β, καὶ κείσθω τῇ Δ ἴση ἡ ΕΒ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΓ διήχθω ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΑ διήχθω ἐπὶ τὸ Ζ. λέγω, ὅτι εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τὴν δοθεῖσαν διάμετρον τὴν Δ ἴσην εὐθεῖαν ἐνγέγραπται ἡ ΓΑ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ Δ, ἀλλὰ ἡ Δ τῇ ΑΕ οὐκ ἔστιν ἴση, καὶ ἡ ΕΒ ἄρα τῇ ΑΕ οὐκ ἔστιν ἴση· ὥστε τὸ Ε οὐκ ἔστι κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ τὸ Β· τὸ Ε ἄρα κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ἐὰν ἄρα ἐπὶ τὸ Γ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΑ διήχθω ἐπὶ τὸ Ζ, ἐπὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον τὴν δοθεῖσαν διάμετρον τὴν Δ ἴσην εὐθεῖαν ἐνγέγραπται ἡ ΓΑ.

β Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι. ἐγγεγράφθω ὁ ΑΒΓ κύκλος·



β

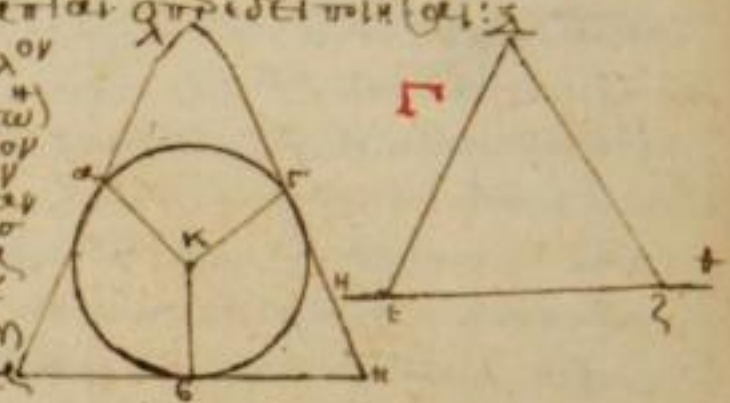
δοθεν τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ δεῖ δὴ εἰς δοθεὶς κύκλου τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι ἴσην τὴν τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφέρειαν. Καὶ ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι. Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ΗΘ κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΘ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΘΑΓ· πάλιν συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΖΕ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΗΑΒ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεται μὲν τις ἡ ΗΘ κατὰ τὸ Α, ἀπὸ δὲ τοῦ Α ἐπὶ τὸν κύκλον διῆκται ἡ ΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΗΑΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι τῷ ΑΒΓ κύκλου γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πρὸς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ· τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι. Ἐκβεβλήσθω αὐτοῦ μιᾶ τῶν πλευρῶν ἐφ' ἑκάτερα τὰ Η, Θ μέρη, καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Κ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΚ διήχθω ἐπὶ τὸ Λ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΚΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Κ τῇ μὲν ὑπὸ ΔΕΗ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΚΛ, τῇ δὲ ὑπὸ ΔΖΘ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΚΜ· καὶ διὰ τῶν Λ, Μ, Α τῷ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν αἱ ΝΞ, ΞΟ, ΟΝ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΝΞ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ τὸ Α, ἀπὸ δὲ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΚΑ, αἱ ἄρα πρὸς τῷ Α γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Λ, Μ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΞΜΚ τετράπλευρον αἰσὶν αἱ τέσσαρες γωνίαι τέσσαρσιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν αἱ γὰρ εἰς τὰ Λ, Μ σημεῖα ὀρθαί εἰσιν αἱ δὲ εἰς τὰ Α, Κ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον περιγράψαι περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον τὸ ΝΞΟ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΔΕΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΚΛ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΖΘ τῇ ὑπὸ ΑΚΜ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΛΚΜ· καὶ ἐπεὶ τῇ μὲν ὑπὸ ΗΕΖ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΝΞΟ, τῇ δὲ ὑπὸ ΛΚΜ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΚΜ, καὶ ἡ ὑπὸ ΝΞΟ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΚΜ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ τῇ μὲν ὑπὸ ΝΞΟ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΚΜ, τῇ δὲ ὑπὸ ΝΟΞ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΜΚ, καὶ ἡ ὑπὸ ΞΝΟ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΚΜ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ τῇ μὲν ὑπὸ ΝΞΟ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΚΜ, τῇ δὲ ὑπὸ ΞΝΟ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΚΛ, καὶ ἡ ὑπὸ ΝΟΞ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΚΛ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ τῇ μὲν ὑπὸ ΝΟΞ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΚΛ, τῇ δὲ ὑπὸ ΞΝΟ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΚΜ, καὶ ἡ ὑπὸ ΝΟΞ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΚΜ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ τῇ μὲν ὑπὸ ΝΟΞ

αὐ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίαι αἱ ὑπὸ δεβ, αἱ ὑπὸ αεβ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ καὶ αἱ ὑπὸ δεβ, δεγ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ αεβ, δεβ, γαῖς ὑπὸ δεβ, δεγ ἴσαι εἰσίν· ἀφηρήσθω κοινὴ ἡ ὑπὸ δεβ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αεβ λοιπῇ τῇ ὑπὸ γεδ ἐστὶν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ αεβ τρίγωνον τῷ γεδ τριγώνῳ· καὶ περὶ κέντρον τὸ ε σημεῖον κύκλου περὶτὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περίγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

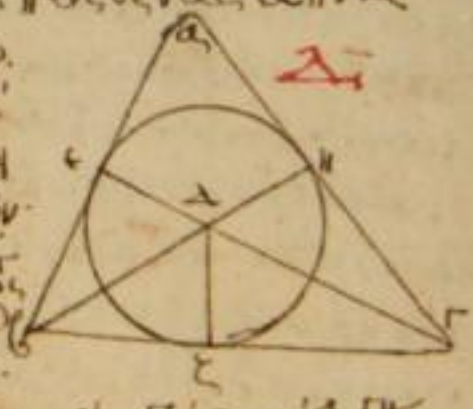
Α

Θ



Ἐγγράψαι εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ὃ ἐστὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον περιγραφῆναι κύκλον ὃ ἐστὶ τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι δεῖ· ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ αβγ· δεῖ δὴ εἰς τὸ αβγ τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι, καὶ εἰς τὸ αβγ τρίγωνον κύκλον περιγράψαι τὸ αὐτὸ βγ γωνίαι ταῖς βδ γωνίαις ἴσαι ἔστωσαν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ βγα γωνία τῇ ὑπὸ βδε ἐστὶν ἴση· ἡμίσεια δὲ ἡ μὲν ὑπὸ βγα τῆς ὑπὸ αγβ, ἡ δὲ ὑπὸ βδε τῆς ὑπὸ αδβ· καὶ ἡ ὑπὸ αδβ ἄρα τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ δείξομεν καὶ ἡ ὑπὸ δαγ τῇ ὑπὸ δαβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἄρα τῇ ὑπὸ αδγ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ αδβ, αβγ, αγβ τρισὶν ταῖς ὑπὸ αβγ, αδβ, δαγ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ αβγ, αδβ, αγβ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ αβγ, αδβ, δαγ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἀφηρήσθω κοινὴ ἡ ὑπὸ αδβ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δαγ λοιπῇ τῇ ὑπὸ αβγ ἐστὶν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ δαγ τρίγωνον τῷ αβγ τριγώνῳ· καὶ περὶ κέντρον τὸ ε σημεῖον κύκλου περὶτὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περίγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Α



Ε

Γ

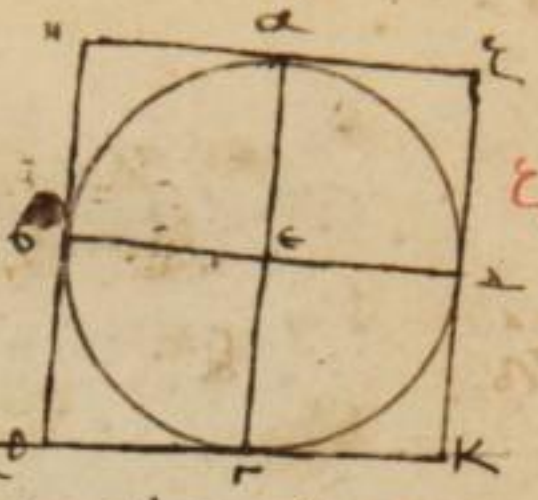
Ἐγγράψαι εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ὃ ἐστὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον περιγραφῆναι κύκλον ὃ ἐστὶ τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι δεῖ· ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ αβγ· δεῖ δὴ εἰς τὸ αβγ τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι, καὶ εἰς τὸ αβγ τρίγωνον κύκλον περιγράψαι τὸ αὐτὸ βγ γωνίαι ταῖς βδ γωνίαις ἴσαι ἔστωσαν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ βγα γωνία τῇ ὑπὸ βδε ἐστὶν ἴση· ἡμίσεια δὲ ἡ μὲν ὑπὸ βγα τῆς ὑπὸ αγβ, ἡ δὲ ὑπὸ βδε τῆς ὑπὸ αδβ· καὶ ἡ ὑπὸ αδβ ἄρα τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ δείξομεν καὶ ἡ ὑπὸ δαγ τῇ ὑπὸ δαβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἄρα τῇ ὑπὸ αδγ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ αδβ, αβγ, αγβ τρισὶν ταῖς ὑπὸ αβγ, αδβ, δαγ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ αβγ, αδβ, αγβ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ αβγ, αδβ, δαγ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἀφηρήσθω κοινὴ ἡ ὑπὸ αδβ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δαγ λοιπῇ τῇ ὑπὸ αβγ ἐστὶν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ δαγ τρίγωνον τῷ αβγ τριγώνῳ· καὶ περὶ κέντρον τὸ ε σημεῖον κύκλου περὶτὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περίγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ε

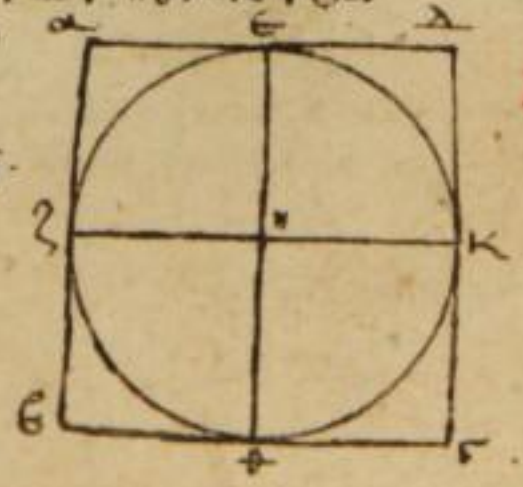
Γ

συνιστωσαις αβ αγ προς ορθας ηχθωσαν αι δε, ε ζ· συμπιπτουσι δη τινι σημειω του αβ τεταρτου κυκλου· ητω το η· και επεζευχθωσαν αι ηζ ζγ· και επει ισον εστι το μεν υπο αβ και τη δ, η δε απο της γ τη απο της δ, διπλασιον δε το μεν υπο αβ και τη δ βασει παραλληλογραμμω, βασις γαρ αυτοις εστιν η αβ και προς αυταις η δ· το δε απο της γ τη απο της δ βασει τριγωνω, βασις γαρ αυτοις εστιν η ηβ· ισον αρα εστι και το υπο αβ και τη δ τριγωνον τω απο της γ· ισον δε εστι και το υπο αβ και τη δ τω απο της ζβ ζγ κυκλου γραφομενω, επει και διπλασιον εστι το μεν υπο αβ και τη δ τριγωνον του υπο αβ και τη δ παραλληλογραμμου· βασις γαρ αυτοις εστιν η αβ και προς αυταις η δ· το δε απο της ζβ ζγ κυκλου τριγωνον του απο της γ τριγωνου· βασις γαρ αυτοις εστιν η ηβ· και προς αυταις η δ· ισον αρα εστι και το υπο αβ και τη δ τριγωνον τω απο της ζβ ζγ κυκλου τριγωνω· και επει ισον εστι το μεν υπο αβ και τη δ τριγωνον τω απο της γ τριγωνω, το δε απο της γ τριγωνον τω απο της ζβ ζγ κυκλου τριγωνω, ισον αρα εστι και το υπο αβ και τη δ τριγωνον τω απο της ζβ ζγ κυκλου τριγωνω· και επει ισον εστι το μεν υπο αβ και τη δ τριγωνον τω απο της ζβ ζγ κυκλου τριγωνω, το δε απο της ζβ ζγ κυκλου

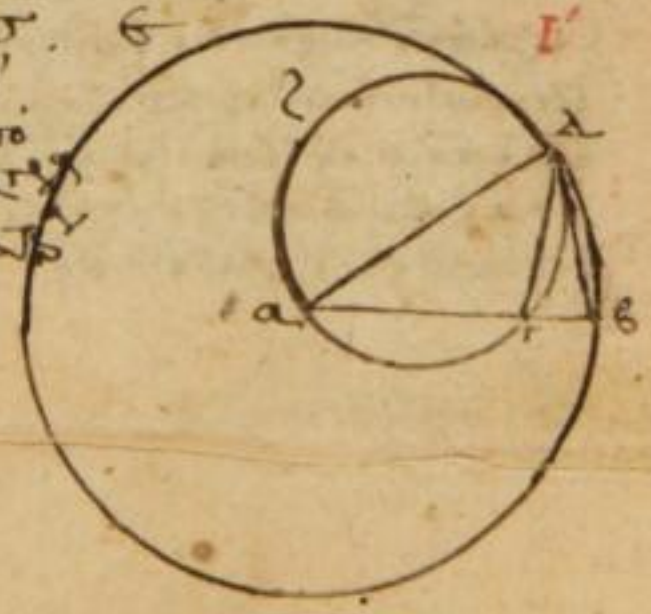
ὅτι δὲ ἐκ τῶν ΒΓ Δ ἐστὶν ὁ κίνδυνος πίπτει πρῶτον
βαρὺν ἐπὶ τὰ Η Θ μέρη ἐπὶ τὴν ΕΖ κάθετον τοῦ τριγώνου ἀ-
πὸ τῆς ὀρθῆς· ὥστε καὶ ὁ τῶν ΕΗ Ζ Θ κέντρον βάρους ἐστὶ τὸ
κατὰ μέσην διαιροῦσαν τὴν ΕΖ εὐθεῖαν· ἔστω οὖν τὸ Κ· ἐπεὶ
οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΘΕ·
ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΕΗ οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν
ΘΖ· ὅτι δὲ ἐκ τῶν ΒΓ Δ ἐστὶν ὁ κίνδυνος πίπτει πρῶτον
βαρὺν ἐπὶ τὰ Η Θ μέρη ἐπὶ τὴν ΕΖ κάθετον τοῦ τριγώνου ἀ-
πὸ τῆς ὀρθῆς· ὥστε καὶ ὁ τῶν ΕΗ Ζ Θ κέντρον βάρους ἐστὶ τὸ
κατὰ μέσην διαιροῦσαν τὴν ΕΖ εὐθεῖαν· ἔστω οὖν τὸ Κ· ἐπεὶ
οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΘΕ·
ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΕΗ οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν
ΘΖ· καὶ ἐπὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΕΘ τῆς ΘΖ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΘ
τῆς ΕΗ· καὶ ἐπεὶ ἡμίσεια ἐστὶν ὅλη ἡ ΕΖ τῆς ΕΗ, ἔστιν ἄρα
καὶ ἡ ΖΘ ἡμίσεια τῆς ΕΗ· διὰ τοῦτο καὶ ἡ ΖΚ τῆς ΚΗ· ὥστε
καὶ τὸ ΖΚ τοῦ ΚΗ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΕΗ
οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΖ· ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ἡ ΖΘ πρὸς τὴν
ΕΗ οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΖ· καὶ ἐπὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΕΘ τῆς
ΘΖ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΘ

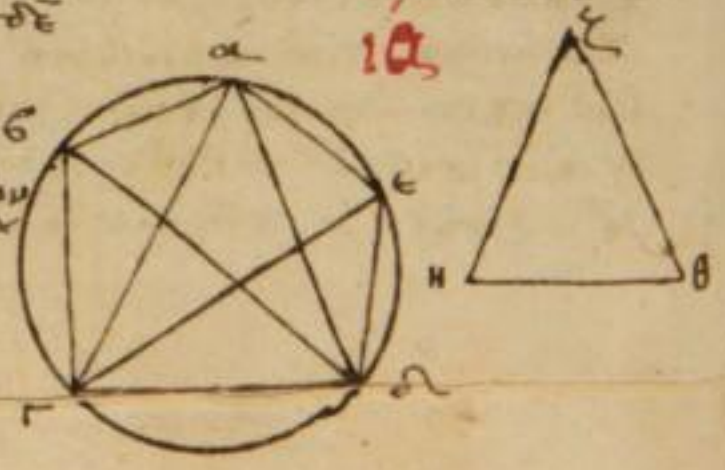


καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ αιβ γωνία
ἴση ἐστὶ ὀρθῇ· καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν
ἡμικυκλίου ἡ διάμετρος ἡ αβ, τῆς δὲ
ἐκ τοῦ κέντρου ἡ βι· διάμετρος
ἄρα ἐστὶν ἡ βι τοῦ ἡμικυκλίου.
καὶ τῇ ζη πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ βι· ὁμοίως δὴ
δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ηθ κ
τῇ βι ἐστὶν ἴση· πᾶσαι ἄρα αἱ
ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
ἐν κύκλῳ ἄρα τῷ αβγδ αἱ βι ζη ηθ κ
ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅτι ἐν τῷ αβγδ
κύκλῳ ἐλάχιστον μὲν ἐστὶ τὸ ζηθκ
τετράπλευρον ἴσον· ἐπεὶ γὰρ ἡ ζη
ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἴση τῇ βι, ἐλάχιστον
ἄρα ἐστὶ τὸ ζηθκ τετράπλευρον ἴσον
τῷ βι· ἐπὶ δὲ τοῦ αβγδ κύκλου
μέγιστον μὲν ἐστὶ τὸ αβγδ τετράπλευρον
ἴσον· ἐπεὶ γὰρ ἡ αβ διάμετρος τοῦ αβγδ
κύκλου ἐστὶν ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου,
τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αβ τετράπλευρον ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετραπλεύρῳ,
ἐπεὶ καὶ ἑκατέρα τῶν αγ βδ διάμετρος
ἐστὶ τοῦ αβγδ κύκλου, ἴσον ἄρα ἐστὶ
καὶ ἑκάτερον τῶν ἀπὸ τῶν αγ βδ
τετραπλεύρων τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραπλεύρῳ·
ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τῶν αγ βδ τετράπλευρα
ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραπλεύρῳ·
ἐλάσσονα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν αγ βδ
τετράπλευρα τοῦ ἀπὸ τῆς αβ τετραπλεύρου·
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ παντὸς ἄλλου
ἐν κύκλῳ τοῦ αβγδ ἀπὸ διαμέτρου
γραμμῆς τετραπλεύρου τὸ ἀπὸ τῆς αβ
τετράπλευρον μεῖζόν ἐστιν· ἐν κύκλῳ ἄρα
τῷ αβγδ τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράπλευρον
μέγιστον μέν ἐστιν· ἐλάχιστον δὲ τὸ ἀπὸ
τῆς ζηθκ· ἐπὶ δὲ τοῦ αβγδ κύκλου
τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράπλευρον μεῖζον
ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ζηθκ· ἐπὶ δὲ τοῦ αβγδ
κύκλου τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράπλευρον
μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ζηθκ·
ἐπὶ δὲ τοῦ αβγδ κύκλου τὸ ἀπὸ τῆς αβ
τετράπλευρον μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ζηθκ·
καὶ ἐναντίον ἀνίσων πλευρῶν· μεῖζον δὲ τὸ
ἀπὸ τῆς μείζονος· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν
ἡ μὲν αβ τῆς ζη, ἡ δὲ ζη τῆς βι· καὶ
τῇ μὲν αβ ἴσα ἐστὶν ἡ γδ, τῇ δὲ ζη
ἴση ἐστὶν ἡ ηθ, τῇ δὲ βι ἴσαι εἰσὶν
αἱ λοιπαὶ αἱ θκ κγ· ὅλη ἄρα ἡ γκ
ὅλης τῆς βδ ἐλάσσων ἐστίν· ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν
θκ κγ ἑκατέρας τῶν ηθ κγ ἐλάσσων
ἐστίν· ὅταν οὖν τὰ κέντρα τῶν



θ'


Γ
Δ
α
β


α
ε
Η
θ
Γ
δ

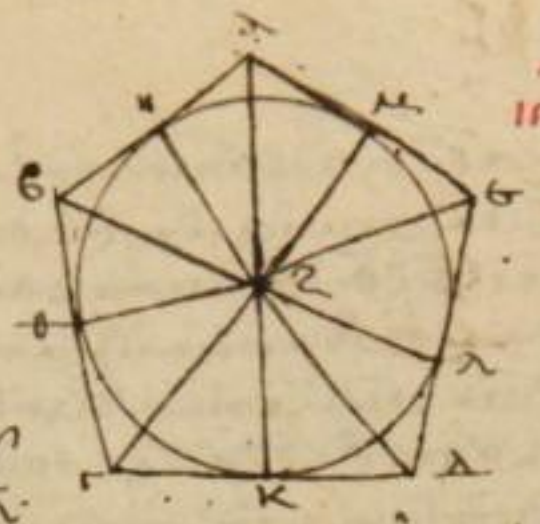
εἰς δὲ τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ
16 γραμμὴν ὁποῖα δεῖ ἐγγράψαι:-

Π ἐπὶ τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι· μενόντων δὴ τῶν ἐν τῷ κύκλῳ πενταγώνου τῶν γωνιῶν τῶν ἀβγδε· εἰλήφθω τοῦ ἀβγδε κύκλου τὸ κέντρον τὸ ζ· καὶ διήχθω ἡ ζα· καὶ κείσθω τῇ ζα ἴση ἡ ζη· καὶ διὰ τοῦ η τῇ ζα πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ θηκ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζκ· καὶ διὰ τοῦ ζ τῇ θκ παράλληλος ἤχθω ἡ λζμ· καὶ ἑκατέρα τῶν θκ λμ δίχα τμηθείσα ἐτμήθω κατὰ τὰ ν ξ σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ νλ νμ ξθ ξκ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ηζ τῇ ζκ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ζκ τῇ νξ ἴση· καὶ ἡ νξ ἄρα τῇ ηζ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ παράλληλος· καὶ ἡ νη ἄρα τῇ ζξ ἐστὶν ἴση τε καὶ παράλληλος· καὶ ἐπεὶ ἡ ζη τῇ νξ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ μὲν ζη τῇ ζβ ἐστὶν ἴση· ἡ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τῇ ἐκ τοῦ κύκλου· ἡ δὲ νξ τῇ ξο ἐστὶν ἴση· ἡ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τῇ ἐκ τοῦ κύκλου· καὶ ἡ ζβ ἄρα τῇ ξο ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ζβ τῇ ξο ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ παράλληλος· καὶ ἡ ζξ ἄρα τῇ βο ἐστὶν ἴση τε καὶ παράλληλος· καὶ ἐπεὶ ἡ ζξ τῇ βο ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ζξ τῇ ξκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βο ἄρα τῇ ξκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ξκ τῇ ξν ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ξν τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ξκ ἄρα τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ξκ τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ξθ τῇ βο ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βο ἄρα τῇ ξκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ βο τῇ ξκ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ξκ τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βο ἄρα τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ βο τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ξθ τῇ βγ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βγ ἄρα τῇ βο ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ βγ τῇ βο ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ βο τῇ ξκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βγ ἄρα τῇ ξκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ξκ τῇ ξν ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ξν τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ξκ ἄρα τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ξκ τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ξθ τῇ βγ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βγ ἄρα τῇ ξκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ βγ τῇ ξκ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ξκ τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βγ ἄρα τῇ ξθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ βγ

ἴσην· κοινὴ αὐτῶν τὴν ΖΓ· καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΖ, ΖΒ τοῖς λοιποῖς τοῖς ΔΓ, ΓΕ ἴσα ἔσται· καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΑΖΒ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἴσην· ἡ ἄρα ΑΗΒ ἡμικύκλιον τῇ ΔΚΕ ἡμικυκλίῳ ἴσον ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἐν τῷ δοθέντι ἡμικυκλίῳ τὸ ΑΒΓΔ τμήματα κύκλου ἀφαιρεθῇ τὰ ΑΕΒ, ΒΖΓ ἴσας ἔχοντα τὰς ΑΕΒ, ΒΖΓ γωνίας, ὥστε τὰ ΑΕΒ, ΒΖΓ τμήματα ὅμοια εἶναι τοῖς ΑΒΓΔ τμήματι καὶ ὁμοίως κείμενα, τὸ ΑΕΒΖΓΔ τμῆμα κύκλου ὅμοιον ἔσται τοῖς ΑΕΒ, ΒΖΓ τμήμασιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΕΒ τμῆμα τῷ ΒΖΓ τμήματι, ἴσην δὲ ἔχει τὴν ΑΕΒ γωνίαν τῇ ΒΖΓ γωνίᾳ, ἐπὶ ἴσων ἄρα περιφερειῶν ἐστὶ τὰ ΑΕΒ, ΒΖΓ τμήματα κύκλων· ἐπὶ ἴσων ἄρα περιφερειῶν ἐστὶ κα



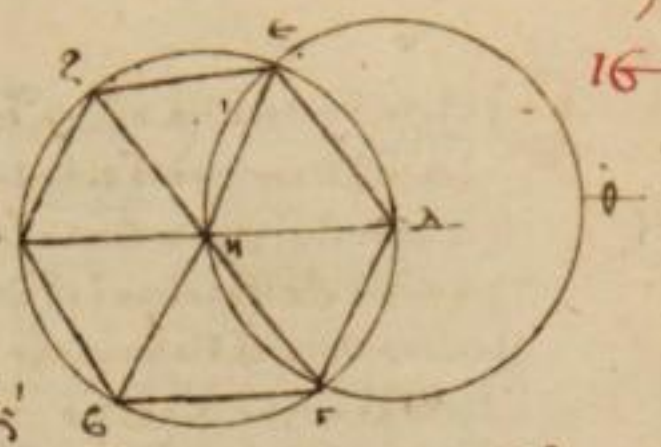
ιε΄

ὑπὸ αβ γωνίαν δίχα τέμνει
ἡ ὑπὸ ις ζ δ μία. ὅμοιον δὲ
δείχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη
τῶν ὑπὸ βαγ αδ δίχα τέ-
μνεται ὑπὸ καθ αι ζ δ
μιᾶν. ἡ ὑπὸ καθ ἄρα τῶν ζ δ
δυσὶν ἴσαις ἐστίν. ἀπὸ
τοῦ ι σημείου τῇ αβ εὐθείᾳ
παράλληλος ἤχθω ἡ ιλ. καὶ
ἐπεὶ ἡ ὑπὸ καθ γωνία τῇ ὑπὸ
ιλα ἐστὶν ἴση· ἐκτὸς γὰρ τοῦ
ιλκ τριγώνου· καὶ ἡ ὑπὸ ιλα
τῇ ὑπὸ ιαλ ἐστὶν ἴση· καὶ
πλευρὰ ἄρα ἡ ια τῇ ιλ ἐστὶν ἴση.
πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ιλκ γωνία
τῇ ὑπὸ ιαλ ἐστὶν ἴση· καὶ
πλευρὰ ἄρα ἡ ιλ τῇ ικ ἐστὶν ἴση.
ἀλλὰ ἡ ια τῇ ιλ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἡ ια ἄρα τῇ ικ ἐστὶν ἴση.
καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ιαλ γωνία
τῇ ὑπὸ ιλα ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ
ἡ ὑπὸ ιλα τῇ ὑπὸ καθ ἐστὶν
ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ καθ ἄρα τῇ
ὑπὸ ιαλ ἐστὶν ἴση. ὅμοιον δὴ
δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν
ὑπὸ βαγ αδ δίχα τέμνεται
ὑπὸ καθ αι ζ δ μιᾶν. ἡ ὑπὸ καθ
ἄρα τῶν ζ δ δυσὶν ἴσαις ἐστίν.
ἡ ὑπὸ καθ ἄρα τῇ ὑπὸ ιαλ
ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ιαλ
γωνία τῇ ὑπὸ καθ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἡ ὑπὸ καθ τῇ ὑπὸ ιλα
ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ιλα ἄρα
τῇ ὑπὸ ιαλ ἐστὶν ἴση· καὶ
πλευρὰ ἄρα ἡ ια τῇ ιλ ἐστὶν ἴση.
ἀλλὰ ἡ ια τῇ ικ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἡ ικ ἄρα τῇ ιλ ἐστὶν ἴση.
ἀλλὰ καὶ ἡ ιλ τῇ ικ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἡ ικ ἄρα τῇ ια ἐστὶν ἴση.
ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ πεντάγωνον
ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, καὶ ἰσο-
γώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιϛ΄

Πρὸς τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσο-
γώνιον κύκλον περιγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον
ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ αβγδε· δεῖ δὴ πρὸς τὸ αβγδε πεντάγωνον
κύκλον περιγράψαι. τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βγδ γδε γωνιῶν
δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν γζ δζ εὐθειῶν· καὶ ἀπὸ τοῦ ζ σημείου

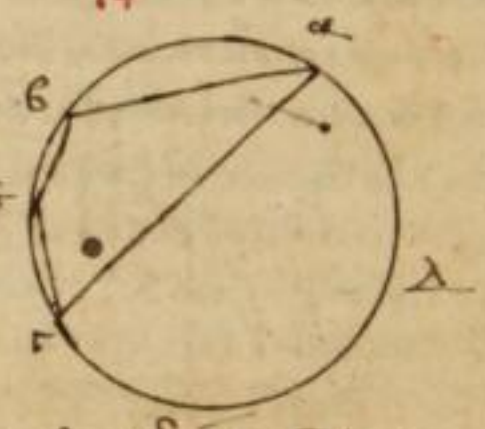
ιε'



γωνία. δ ἄρα ὑπὸ εκλ γωνία τῆς ὑπὸ εκη ἐστὶν ἐλάττων ὀρθῆς. ὅμοιον δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ κλη, ληθ, ηθε γωνιῶν ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ εκλ, κλη γωνίαι ἐλάττονές εἰσι δύο ὀρθῶν, ἡ δὲ ὑπὸ κλη τῇ ὑπὸ ληθ ἴση ἐστίν, αἱ ἄρα ὑπὸ εκλ, ληθ γωνίαι ἐλάττονές εἰσι δύο ὀρθῶν· καὶ ἐκβαλλόμεναι αἱ κλ, θη συμπεσοῦνται οὖν ἐπὶ τὰ ε, η μέρη. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ηθε, εκλ γωνίαι ἐλάττονές εἰσι δύο ὀρθῶν· καὶ ἐκβαλλόμεναι αἱ θη, κλ συμπεσοῦνται οὖν ἐπὶ τὰ η, ε μέρη. συμπιπτέτωσαν κατὰ τὰ ε, η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εη. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ εκλ γωνία τῇ ὑπὸ κλη ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ κλη τῇ ὑπὸ ληθ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ εκλ ἄρα τῇ ὑπὸ ληθ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ εκλ γωνία τῇ ὑπὸ ληθ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ κεη ἄρα τῇ ὑπὸ ηθε ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ κεη γωνία τῇ ὑπὸ ηθε

ιε΄ Ἐὰν ὁ δοθεὶς κύκλος τὸν δοθέντα κύκλον τέμνῃ καὶ διὰ τῆς κατὰ τὴν τομὴν ἑνὸς τῶν σημείων ἐπὶ τὴν διάμετρον τοῦ δοθέντος κύκλου ἀχθῇ εὐθεῖα, ἡ ἀχθεῖσα εὐθεῖα τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δοθέντος κύκλου τὴν ἐπὶ τὸ σημεῖον τῆς τομῆς ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν ὑποτείνουσα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων τῶν κύκλων περιεχομένῃ γωνίᾳ.

ιε΄



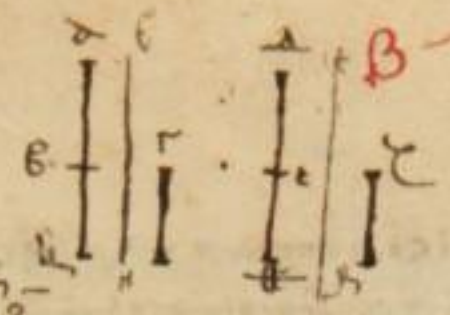
Ἔστω δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔΕ τέμνοντες ἀλλήλους κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν διάμετρον τὴν ΔΕ κάθετος ἤχθω ἡ ΑΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΖ περιεχομένη γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων τῶν κύκλων περιεχομένῃ γωνίᾳ.

Ἥχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α ἐφαπτομένη τῶν κύκλων ἡ ΑΒ· ὁ ἄρα ἐπὶ τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ Α ἐπιζευγνυμένη διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ ΑΔΕ κύκλου· ἔστω οὖν τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΔ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΒ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς Α διῆκται ἡ ΑΓ, ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι τῷ ΑΔΓ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΗ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΔΕ κύκλου, ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔΗ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα ὀρθή ἐστιν· ἴση ἄρα ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΓΖ· ἐν γὰρ ἑκατέρῳ τμήματι ὀρθή ἐστιν. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι τῷ ΑΔΓ ἴση ἐδείχθη· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΓΖ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓΖ· αἱ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΓ, ΑΓΖ ἴσαι εἰσὶ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΓΖ, ΖΓΔ. ἀλλ' αἱ μὲν ὑπὸ τῶν ΒΑΓ, ΑΓΖ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ εἰσὶν ἴσαι δυσί, ταῖς ἐπὶ τὰ Β, Ζ· αἱ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓΖ, ΖΓΔ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ ἴσαι εἰσὶν ὀρθῇ· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΖΓ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑΖ· αἱ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΑΖ, ΑΖΓ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ, ΓΑΖ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ μὲν ὑπὸ τῶν ΓΑΖ, ΑΖΓ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ εἰσὶν ἴσαι δυσί, ταῖς ἐπὶ τὰ Β, Ζ· αἱ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ, ΓΑΖ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ

καὶ τὸ τέταρτον τοῦ τετραγώνου, ὅταν ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ ἡμίσεος καὶ τοῦ τετάρτου τοῦ ὅλου ἐλάσσονα ᾖ τὰ πολλὰ τῶν πολυγώνων. καθ' ὅσον οὖν πολλαπλάσιόν ἐστι τὸ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἀπὸ τῆς μείζονος πλευρᾶς τοῦ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος πλευρᾶς, καθ' ὅσον πολλαπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἀπὸ τῆς μείζονος πλευρᾶς τοῦ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος πλευρᾶς. ὅταν δὲ τὸ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἀπὸ τῆς μείζονος πλευρᾶς τοῦ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος πλευρᾶς μὴ λόγον ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμμετρος ἔσται ἡ μείζων τῇ ἐλάσσονι δυνάμει μόνον. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος τοῦ πολυγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τοῦ πολυγώνου. ὅταν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος τοῦ πολυγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τοῦ πολυγώνου

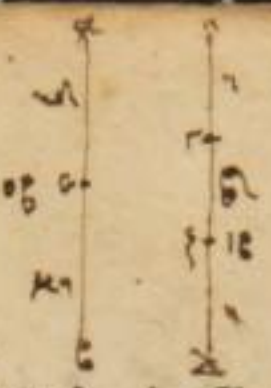
περὶ ἀλλότρι· ζ΄ Ἐὰν παρὰ μείζονα ἀριθμὸν, ὃν τεῖων ὄντα συνεμετρεῖθαι, καὶ ἕκαστον ἑαυτοῦ τὸ πλῆθος εἶναι ἐν τοῖς πρώτοις μετρεῖθαι, ἢ τοὺς πρὸς αὐτὸν πρώτους, οὗτος καὶ ἐν τοῖς δευτέροις μετρεῖθαι ἢ τοὺς πρὸς αὐτὸν πρώτους· οὗτος δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μετρεῖθαι, ἢ τοὺς πρὸς αὐτὸν πρώτους· οὗτος δὲ καὶ δευτέροις μετρεῖθαι, ἢ τοὺς πρὸς αὐτὸν πρώτους.—

ε΄ Ἐὰν ᾖ ὁποσοιοῦν μετρούμενοι ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, ὁ συγκείμενος ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν μετρήσει. Καθὸν γὰρ ἕκαστος τῶν μετρούντων τὸν ἕτερον μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τούτων. Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν μετρούμενοι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, ὁ συγκείμενος ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν μετρήσει. Ἕκαστος γὰρ τῶν μετρούντων τὸν ἕτερον μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τούτων. λέγω ὅτι καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν Α, Β, Γ τὸν Δ μετρήσει. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ, ἔστι τις μονὰς ἡ Ε μετροῦσα τὸν Α κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ ε. ὅσαι δὲ εἰσὶν ἐν τῷ Α μονάδες, τοσοῦτοι καὶ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Ζ ἐν τῷ Β εἰσίν· ἡ Ε ἄρα τὸν Β κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ ζ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, ἔστι τις μονὰς ἡ Η μετροῦσα τὸν Β κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ η. ὅσαι δὲ εἰσὶν ἐν τῷ Β μονάδες, τοσοῦτοι καὶ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Θ ἐν τῷ Γ εἰσίν· ἡ Η ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ θ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν Ε, Η τὸν Δ μετρεῖ, καὶ ἡ συγκειμένη ἄρα ἐκ τῶν Ε, Η τὸν Δ μετρήσει. ἔστι δὲ καὶ ἑαυτὴν ἡ Ε· αἱ Ε, Η ἄρα τὸν Δ μετροῦσιν. ὅσαι δὲ ἐν τῷ Α μονάδες εἰσὶν, τοσοῦτοι καὶ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Ζ ἐν τῷ Β εἰσίν· ὅσαι δὲ ἐν τῷ Β μονάδες εἰσὶν, τοσοῦτοι καὶ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Θ ἐν τῷ Γ εἰσίν· ἡ ἄρα συγκειμένη ἐκ τῶν Ε, Η τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν Α, Β, Γ μετρήσει. ἀλλὰ καὶ τὸν Δ μετρεῖ· καὶ ἡ συγκειμένη ἄρα ἐκ τῶν Α, Β, Γ τὸν Δ μετρήσει. ἐὰν ἄρα ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν μετρούμενοι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, ὁ συγκείμενος ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς΄ Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς πεποιηκόσι. Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Β, Γ πολλαπλασιάσας ποιείτω τοὺς Δ, Ε· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Β κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἡ μονὰς ἄρα τὸν Α τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Β. ἀλλὰ καὶ ὁ Γ τὸν Ε τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Β· ἡ ἄρα μονὰς τὸν Α τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Β, τουτέστιν ὁ Β τὸν Δ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. Ἀλλὰ δὴ ὁ Β τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποιηκέτω· ὁ Α ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Β κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἡ μονὰς ἄρα τὸν Α τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Β. ἀλλὰ καὶ ὁ Α τὸν Ζ τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Β· ἡ ἄρα μονὰς τὸν Α τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Β, τουτέστιν ὁ Β τὸν Α. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ζ. ἀλλὰ καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. πάλιν ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Β κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἡ μονὰς ἄρα τὸν Α τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Δ. ἀλλὰ καὶ ὁ Α τὸν Ζ τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Β· ἡ ἄρα μονὰς τὸν Α τοσαυτάκις μετρεῖ, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Δ, τουτέστιν ὁ Δ τὸν Α. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ἀλλὰ καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Ζ. λέγω δὴ καὶ ὅτι καὶ

ἴσοι κις ἐστὶ πολλαπλάσιον ὁ
τέταρτον καὶ ἕκτον τὸ αβ. τρίτα δ ζ
ἐπεὶ γὰρ ἴσοι κις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αβ τοῦ γ. καὶ τὸ δε ζ. ὅσα
ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ αβ. ἴσα τὸν γ. τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ δε ἴσα τῷ ζ.
διαιρεθὲν δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ αβ. ἴσα τῷ γ. τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ δε
τρίτῳ ἴσα τῷ ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ αβ ἴσα τῷ γ. τοσαῦτα
καὶ ἐν ὅλῳ τῷ δη ἴσα τῷ ζ. ὅσα πλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβ τοῦ
γ. τοσαυταπλάσιον ἐστι καὶ τὸ δη. τοῦ ζ. καὶ ἐστὶν ἕκτον ἄρα
τρίτον καὶ ἡμιτόνιον τὸ αβ. τοῦ γ. ἐστὶν ἄρα ἴσοι κις ἐστὶ πολλα
πλάσιον. καὶ ἡμιτόνιον καὶ ἕκτον τὸ αβ. τρίτα δ ζ. ἐὰν ἄρα
τρίτον μέρος ἔχῃ τὸ αβ. τοῦ γ. καὶ τὸ δη. τοῦ ζ. ἐὰν δὲ
ἡμιτόνιον καὶ ἕκτον μέρος ἔχῃ τὸ αβ. τοῦ γ. καὶ τὸ δη. τοῦ ζ.
ἐὰν ἄρα τὸ αβ. τοῦ γ. καὶ τὸ δη. τοῦ ζ. ἐὰν δὲ ἡμιτόνιον καὶ ἕκτον
μέρος ἔχῃ τὸ αβ. τοῦ γ. καὶ τὸ δη. τοῦ ζ. ἐὰν ἄρα τὸ αβ. τοῦ γ. καὶ τὸ δη. τοῦ ζ.
ἐὰν δὲ

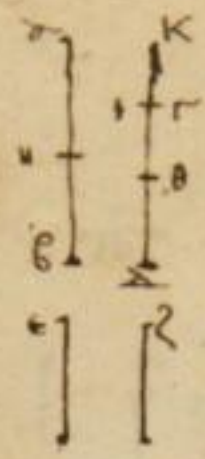
ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ ἔτι τὸν καὶ ἔτι τοῦ Β. τοῦ Δ. ἐὰν ἄρα πρῶτον τὸ Α. δεύτου τοῦ Β. ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον τρίτου τοῦ Γ. ὃ καὶ τέταρτον τὸ Δ. καὶ ἄλλα δὲ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τοῦ μὲν πρώτου καὶ τρίτου ἑκάτερα ἑκατέρου· ἐνδέχεται γὰρ ὁμοίως τὰ αὐτὰ πολλαπλάσια λαβεῖν τοῦ μὲν δευτέρου καὶ τετάρτου ἑκάτερα ἑκατέρου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε΄ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχῃ καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχῃ καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· καὶ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου καὶ δευτέρου καὶ τετάρτου· καθοποιονοῦν πολλαπλάσια ᾖ, τὰ αὐτὰ πολλαπλάσια ἑκάτερον ἑκατέρου· τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὰ λαφθέντα κατάλληλα· πρῶτον γὰρ τὸ Α. πρὸς δεύτερον τὸ Β. τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ. πρὸς τέταρτον τὸ Δ. καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν Α. καὶ Γ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε. Ζ. τοῦ δὲ Β. καὶ Δ. ἄλλα ἃ τυχὼν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η. Θ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Ε. πρὸς τὸ Η. οὕτως τὸ Ζ. πρὸς τὸ Θ. εἰλήφθω γὰρ τοῦ μὲν Ε. καὶ Ζ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ. Λ. τοῦ δὲ Η. καὶ Θ. ἄλλα ἃ τυχὼν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ. Ν. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Ε. τοῦ Α. καὶ Ζ. τοῦ Γ. καὶ εἴληπται τοῦ μὲν Ε. καὶ Ζ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ. Λ. τοῦ δὲ Α. καὶ Γ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ. Ν. ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Α. πρὸς τὸ Ε. οὕτως τὸ Γ. πρὸς τὸ Ζ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Α. πρὸς τὸ Γ. οὕτως τὸ Ε. πρὸς τὸ Ζ. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Η. τοῦ Β. καὶ Θ. τοῦ Δ. καὶ εἴληπται τοῦ μὲν Η. καὶ Θ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ. Ν. τοῦ δὲ Β. καὶ Δ. ἄλλα ἃ τυχὼν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ. Ν. ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Β. πρὸς τὸ Η. οὕτως τὸ Δ. πρὸς τὸ Θ. ἐὰν ἄρα πρῶτον τὸ Α. δεύτερον τὸ Β. τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ. τέταρτον τὸ Δ. καὶ τὸ Α. τοῦ Β. ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τὸ Γ. τοῦ Δ. καὶ ἄλλα δὲ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ Ε. Ζ. τοῦ μὲν Α. καὶ Γ. ἑκάτερα ἑκατέρου· τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ. πρὸς τέταρτον τὸ Δ. καὶ εἴληπται τοῦ μὲν Ε. καὶ Ζ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ. Λ. τοῦ δὲ Α. καὶ Γ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ. Ν. καὶ ἐστὶν ὡς τὸ Α. πρὸς τὸ Ε. οὕτως τὸ Γ. πρὸς τὸ Ζ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Α. πρὸς τὸ Γ. οὕτως τὸ Ε. πρὸς τὸ Ζ. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Η. τοῦ Β. καὶ Θ. τοῦ Δ. καὶ εἴληπται τοῦ μὲν Η. καὶ Θ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ. Ν. τοῦ δὲ Β. καὶ Δ. ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ. Ν. ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Β. πρὸς τὸ Η. οὕτως τὸ Δ. πρὸς τὸ Θ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Β. πρὸς τὸ Δ. οὕτως τὸ Η. πρὸς τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν τὸ Α. πρὸς τὸ Ε. οὕτως τὸ Γ. πρὸς τὸ Ζ. ὡς δὲ τὸ Β. πρὸς τὸ Δ. οὕτως τὸ Η. πρὸς τὸ Θ. καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Α. πρὸς τὸ Γ. οὕτως τὸ Ε. πρὸς τὸ Ζ. καὶ ὡς τὸ Β. πρὸς τὸ Δ. οὕτως τὸ Η. πρὸς τὸ Θ. ἐπειδὴ δὲ ἐδείχθη ὡς μὲν τὸ Α. πρὸς τὸ Γ. οὕτως τὸ Ε. πρὸς τὸ Ζ. καὶ ὡς τὸ Β. πρὸς τὸ Δ. οὕτως τὸ Η. πρὸς τὸ Θ. ἐπειδὴ δὲ ἐδείχθη ὡς μὲν τὸ Α. πρὸς τὸ Γ. οὕτως τὸ Ε. πρὸς τὸ Ζ. καὶ ὡς τὸ Β. πρὸς τὸ Δ. οὕτως τὸ Η. πρὸς τὸ Θ. καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς



ϛ΄ καὶ τοῦτ' φανερὸν ὅτι αἱ τὰ ἀπὸ τῶν μείζονος τοῦ
λε΄. καὶ ἀνάλογον ὦσιν:-

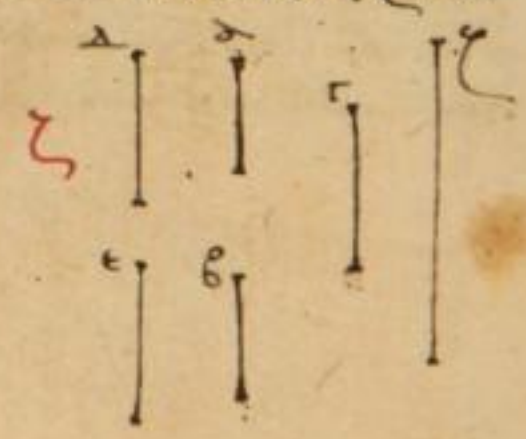
ε΄ ἐὰν εἰθεῖα γραμμὴ τμηθεῖσα ἴσον καὶ πολλαπλάσιον ἑνὸς τμήματος
ἀφαιρεθῇ ἀφαιρεθεὶς ἄρα. καὶ τὰ λοιπὰ τοῦ λοιποῦ ἴσα ἔσται πολλαπ-
λάσια ὅσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου· μείζων δὲ τὸ αβ. μείζων
μείζονος τοῦ γδ. ἴσα καὶ πολλαπλάσια· ὅπερ ἀφαιρεθὲν
τὸ αε. ἀφαιρεθέντος τοῦ γζ. λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ εβ. λοιποῦ
τοῦ ζδ. ἴσα ἐστὶ καὶ πολλαπλάσια. ὅσαπλάσιόν ἐστι τὸ αβ. ὅλου
τοῦ αε. ὅλου τοῦτο· ὁσαπλάσιον γὰρ ἐστὶ τὸ αε. τοῦ γζ. τοσαυτα-
πλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ ηβ. τοῦ γη. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ πολλα-
πλάσιον τὸ αε. τοῦ γζ. καὶ τὸ ηβ. τοῦ γη. ἴσα ἄρα ἐστὶ καὶ πολλα-
πλάσιον τὸ αε. τοῦ γζ. καὶ τὸ αβ. τοῦ ηγ· πάλιν δὴ ἴσα ἐστὶ πολλα-
πλάσιον τὸ αε. τοῦ γζ. καὶ τὸ ηβ. τοῦ γη· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αβ. τῷ ηγ·
κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ γζ· λοιπὸν ἄρα τὸ ηβ. λοιπῷ τῷ ζδ. ἴσον ἐστίν·
καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε. τοῦ γζ. καὶ τὸ ηβ. τοῦ γη·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ηβ. τῷ γη· ἀλλὰ τὸ ηβ. τῷ ζδ. ἴσον ἐστίν· καὶ τὸ
ζδ. ἄρα τῷ γη. ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ γζ· ὅλον ἄρα τὸ
γδ. ὅλῳ τῷ ηζ. ἴσον ἐστίν· καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε.
τοῦ γζ. καὶ τὸ αβ. τοῦ ηγ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αε. τῷ γζ. καὶ τὸ αβ.
τοῦ ηγ· κεῖται δὲ καὶ τὸ αβ. τοῦ γδ. ἴσον καὶ τὸ αε. ἄρα τοῦ γζ.
καὶ τὸ αβ. τοῦ ηγ. ἴσον ἐστίν· ἀφῃρήσθω τὸ γζ. καὶ τὸ αβ. τοῦ ηγ·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αβ. τῷ ηγ· ἀφῃρήσθω τὸ γζ· λοιπὸν ἄρα τὸ αε.
λοιπῷ τῷ ηβ. ἴσον ἐστίν· ἀλλὰ τὸ ηβ. τῷ ζδ. ἴσον ἐστίν· καὶ τὸ
ζδ. ἄρα τῷ αε. ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ γζ· ὅλον ἄρα τὸ
γδ. ὅλῳ τῷ ηζ. ἴσον ἐστίν· ἀλλὰ τὸ γδ. τῷ ηζ. ἴσον ἐστίν· καὶ τὸ
ηζ. ἄρα τῷ γδ. ἴσον ἐστίν· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ γζ· λοιπὸν ἄρα τὸ
ηβ. λοιπῷ τῷ ζδ. ἴσον ἐστίν· καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε.
τοῦ γζ. καὶ τὸ ηβ. τοῦ ηγ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αε. τῷ γζ. καὶ τὸ ηβ.
τοῦ ηγ· κεῖται δὲ καὶ τὸ ηβ. τοῦ ζδ. ἴσον καὶ τὸ αε. ἄρα τοῦ γζ.
καὶ τὸ ζδ. τοῦ ηγ. ἴσον ἐστίν· ἀφῃρήσθω τὸ γζ. καὶ τὸ ηβ. τοῦ ηγ·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ηβ. τῷ ηγ· ἀφῃρήσθω τὸ γζ· λοιπὸν ἄρα τὸ αε.
λοιπῷ τῷ ζδ. ἴσον ἐστίν· ἀλλὰ τὸ ηβ. τῷ ζδ. ἴσον ἐστίν· καὶ τὸ
ηβ

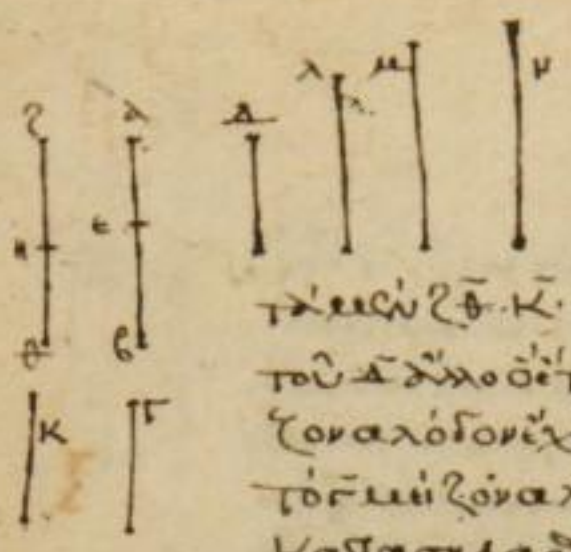


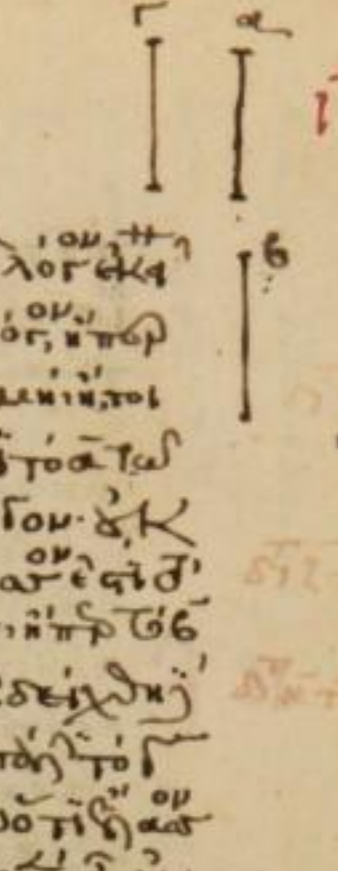
ἰσοπλατεῖς παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒ τοῦ ΓΘ τοῦ ΚΘ τοῦ ΖΓ τοῦ
ΔΕ· λέγω ὅτι καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΔΕ· καὶ τὸ ΓΘ τοῦ ΖΓ·
ἰσοπλατεῖς παραλληλόγραμμα τὸ ΚΘ τοῦ ΖΚ καὶ τὸ ΓΘ τοῦ ΖΓ. ἐπεὶ γὰρ
ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΖΓ οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς
τὴν ΚΖ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Θ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΓ
λοιπῷ τῷ ΘΖ ἴσον ἐστίν· ἀλλὰ τὸ ΚΓ τῷ ΖΓ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΘΖ
ἄρα τῷ ΖΓ ἐστὶν ἴσον· ὥστε τὸν Β τῷ ΖΓ ἴσον ἐστί· καὶ τὸ ΘΔ ἴσον
ἐστὶ τῷ ΖΚ· ὅλον ἄρα ὅλῳ ἴσον ἐστίν· ὅτι καὶ τὸν πρὸς τὰ ΑΒ παραλληλόγραμμον
τὸν Β τοῦ ΔΕ, τοῦτ' ἔστι τὸ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΘΔ τῷ
ΖΚ· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ
ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ καὶ τοῖς ὑπὸ
τῶν τμημάτων αὐτῶν περιεχομένοις παραλληλογράμμοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'

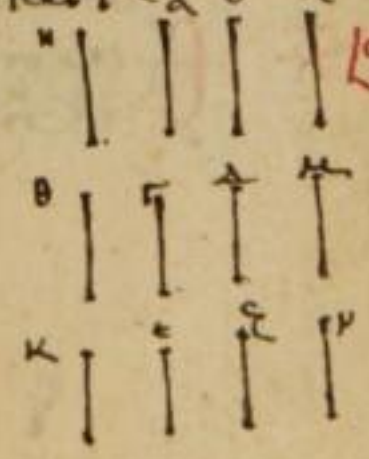
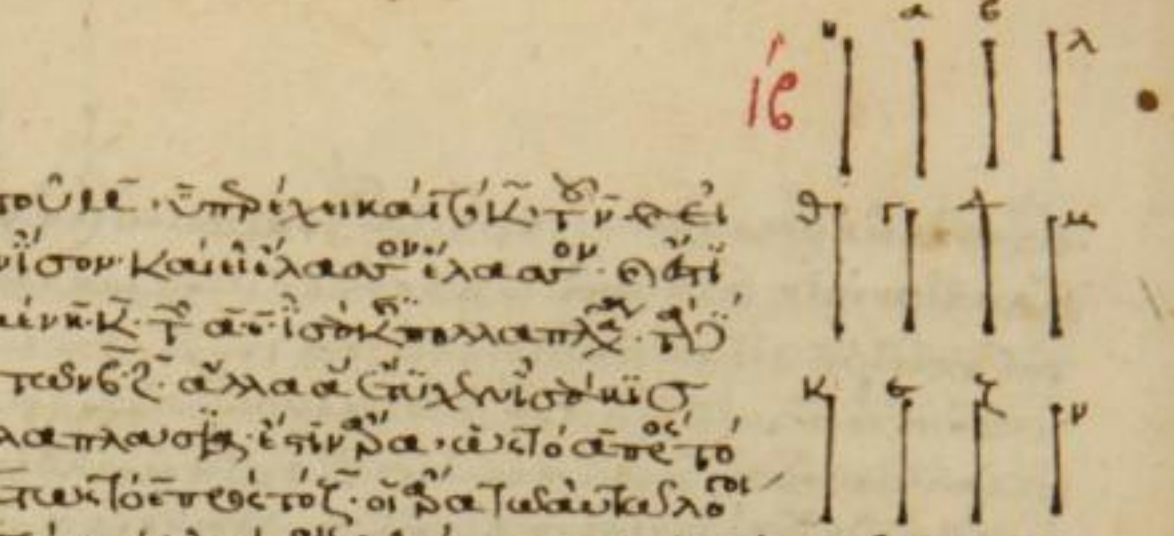
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης ἴσον ἐστὶ τοῖς
ἀπὸ τῶν τμημάτων αὐτῆς τετραγώνοις καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν τμημάτων
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ παραλληλογράμμῳ. εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ τμηθείσθω ὡς
ἔτυχεν κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ παραλληλογράμμῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ
ΑΔΕΒ, καὶ κατεσκευάσθω τὸ διπλοῦν τοῦ ΑΔΕΒ τετραγώνου· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΒΔ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΕΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ·
διὰ δὲ τοῦ Η ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΘ· καὶ ἔτι διὰ
μὲν τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΚ, ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΛ· διὰ δὲ τοῦ Κ
ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΛΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΜ· καὶ ἔτι διὰ μὲν τοῦ Η
ὁποτέρᾳ τῶν ΑΛ, ΒΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΝΞ· διὰ δὲ τοῦ Ν ὁποτέρᾳ τῶν
ΑΒ, ΛΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΝΟ· καὶ ἔτι διὰ μὲν τοῦ Ξ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ,
ΛΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΠΡ· διὰ δὲ τοῦ Β ὁποτέρᾳ τῶν ΑΛ, ΓΚ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΒΡ· καὶ ἔτι διὰ μὲν τοῦ Ρ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΛΕ παράλληλος ἤχθω
ἡ ΡΣ· διὰ δὲ τοῦ Δ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΛ, ΓΚ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΣ.



Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μεῖζον λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον. ἔστω ἄνισα μεγέθη τὰ αβ γ· καὶ ἔστω μεῖζον τὸ αβ· λέγω ὅτι τὸ αβ πρὸς τὸ δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ γ· καὶ τὸ δ πρὸς τὸ γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ αβ. ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ αβ τοῦ γ, κείσθω τῷ γ ἴσον τὸ βε· τὸ δὲ ε ἔλαττόν ἐστι τοῦ δ· εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσον ἐστὶν ἢ μεῖζον· ἔστω πρότερον ἴσον τὸ αε· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ αε τῷ γ, ἔστι δὲ καὶ τὸ γ τοῦ δ ἡμιόλιον, καὶ τὸ αε ἄρα τοῦ δ ἡμιόλιόν ἐστιν· ὥστε καὶ τὸ αβ τοῦ δ μεῖζόν ἐστιν ἡμιόλιον· ὥστε τὸ αβ πρὸς τὸ δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ δ. καὶ ἐπεὶ τὸ δ τοῦ γ μεῖζόν ἐστιν ἡμιόλιον, τὸ δὲ γ τοῦ ε ἐλάττονά ἐστιν ἡμιόλιον, τὸ δ ἄρα τοῦ ε μεῖζόν ἐστιν ἢ ἡμιόλιον· ὥστε καὶ τὸ αβ τοῦ δ μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ αβ τοῦ ε. ἀλλὰ τὸ αβ τοῦ ε ἐστὶ τὸ αε καὶ τὸ εβ· ἔστω οὖν τὸ αβ τοῦ δ μεῖζον ἢ ἡμιόλιον τοῦ αε καὶ τοῦ εβ· ἔστω ἄρα τὸ ζ

τελεῶν ζβ. κ. ζ αβ ε. ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ δ μ. τοῦ α ἕνδεκα ὁπόσιπλάσιον τὸ αβ ζ μ. πρὸς τὸ δ μ. λέγω ὅτι καὶ ζον ἀλόγον ἔχει ὑπερτόν ζ πρὸς τὸ δ μ. λείπω δὴ τὸ ε ζ. τῷ αβ ε. σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ε ζ. τῷ αβ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ δ μ. τοῦ α ἕνδεκα ὁπόσιπλάσιον τὸ αβ ζ μ. πρὸς τὸ δ μ. καὶ ἀφαιρεθὲν τὸ ε ζ. τῷ αβ. ἰσάκις ἄρα



ἔχοντα τὸ μεῖζον τοῦ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ μεῖζον λόγον ἅπερ
ἔλαττον ἐστιν. ἔχέτω δὲ τὸ α πρὸς τὸ β μεῖζον λόγον, ἤπερ
τὸ γ πρὸς τὸ β· λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ α τοῦ γ. εἰ γὰρ μή, ἤτοι
ἴσον ἐστὶ τὸ α τῷ γ ἢ ἔλαττον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἔστι τὸ α τῷ
γ· ἑκάτερον γὰρ τῶν α γ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ὡς
ἔχει δὲ οὐχ ἡ αὐτὴ τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ γ πρὸς
τὸ β· τὸ α ἄρα τοῦ γ οὐκ ἔστιν ἴσον. οὐδὲ μὴν ἔλαττόν ἐστι τὸ α
τοῦ γ· εἰ γὰρ ἦν, ἔλαττον ἂν ἦν καὶ τὸ α πρὸς τὸ β λόγον ἔχον
ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ β· ἀλλ' οὐκ ἔστιν· οὐκ ἄρα ἔλαττόν ἐστι τὸ α
τοῦ γ· ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ α τοῦ γ· ἐκέτω δή πάλιν τὸ γ
πρὸς τὸ β μεῖζον λόγον, ἤπερ τὸ α πρὸς τὸ β· λέγω ὅτι καὶ
τὸ γ τοῦ α μεῖζόν ἐστιν ἢ ἴσον ἢ ἔλαττον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἔστι
τὸ γ τῷ α· ἑκάτερον γὰρ τῶν γ α πρὸς τὸ β τὸν αὐτὸν
ἔχει λόγον· οὐκ ἔχει δὲ οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ α τῷ β· οὐδὲ
μὴν ἔλαττόν ἐστι τὸ γ τοῦ α· τὸ γὰρ α πρὸς τὸ β ἔλαττονα λόγον
ἔχει ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ β· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴσον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ γ
τοῦ α· μεῖζον ἄρα τὸ α τοῦ γ ἐδείχθη. τὰ ἄρα αὐτὰ μεγέθη
μεῖζόν ἐστι καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ μεῖζον λόγον ἔχει. καὶ ἐπὶ τοῦ
ἐλάσσονος ὁμοίως δειχθήσεται.

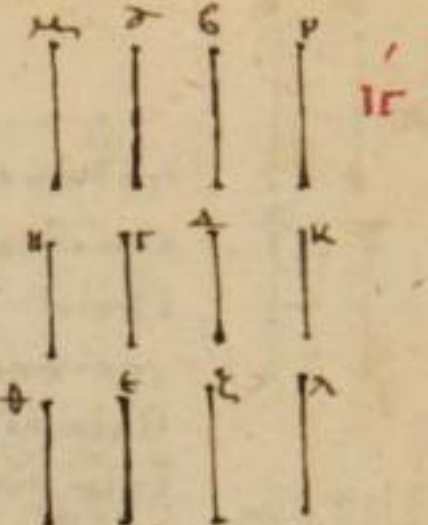
Τὰ αὐτὰ ἄρα λόγον ἔχοντα μεγέθη καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν αὐτὰ ἑαυτοῖς ἴσα. ια'
ἔστω γὰρ ἑκάτερον τῶν α β πρὸς τὸ γ ὁποτερονοῦν τῶν αὐτῶν
λόγον ἔχοντα· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ α τῷ β. εἰ γὰρ μή, ἦτοι
μεῖζόν ἐστι τὸ α τοῦ β ἢ ἔλαττον· ἔστω πρότερον μεῖζον, ἤπερ τὸ β τοῦ γ·
ἔστιν ἄρα καὶ τὸ γ πρὸς τὸ β μεῖζον λόγον ἔχον ἤπερ τὸ α πρὸς τὸ β·
ἀλλ' ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως ἐστὶ τὸ γ πρὸς τὸ β· ὡς δὲ τὸ
γ πρὸς τὸ β, οὕτως ἐστὶ πάλιν τὸ β πρὸς τὸ α· καὶ τὸ β ἄρα πρὸς
ἑκάτερον τῶν α γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ γ πρὸς
ἑκάτερον τῶν α β τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον· καὶ ἐστὶν ἄρα ἑκάτερον τῶν α γ
ἴσον τῷ β· ὥστε καὶ τὸ α τῷ γ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ μὴν καὶ ἄνισόν ἐστιν·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἄνισόν ἐστι τὸ α τῷ β· ἴσον ἄρα.



ιε'

τὸ ΒΤΟΥ ΙΕ. ὑπερέχει καὶ τῷ ΚΓ τῷ ΔΕΙ
ἴσον ἴσον. καὶ εἰλάσσονι ἐλάσσονι. ὅλῳ
τῷ ΑΜΝΚ. τῷ ΑΞΟΠ ἴσον πολλαπλάσιον
ΧΝ. τοῦ ΒΣ. ἄλλα ἄζυγὴς ἡ ΜΟΠ
πολλαπλασίου. ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ΑΞΟΠ τοῦ
ΒΤΟΥ ΙΕ τετράτου. οἱ ἄρα τέσσαρες
οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν ἀνάλογον. οἱ αὐτοὶ ὅπερ ἔδει δεῖξαι. —

ιε' β' Ἐὰν ὅποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. ἔστω ὅποσαοῦν μεγέθη τὰ ΑΒ. ΓΔ. ΕΖ. ἀνάλογον. ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ. οὕτως τὸ ΕΗ πρὸς τὸ ΖΘ. λέγω ὅτι καὶ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ. οὕτως ἅπαντα τὰ ΑΒ. ΕΗ πρὸς ἅπαντα τὰ ΓΔ. ΖΘ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΒ. ΕΗ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΛ. ΜΝ. τῶν δὲ ΓΔ. ΖΘ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΞΟ. ΠΡ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ. οὕτως τὸ ΕΗ πρὸς τὸ ΖΘ. καὶ εἴληπται τῶν μὲν ΑΒ. ΕΗ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΛ. ΜΝ. τῶν δὲ ΓΔ. ΖΘ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΞΟ. ΠΡ. εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ ΚΛ τοῦ ΞΟ. καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΠΡ ὑπερέξει. καὶ εἰ ἴσον. ἴσον. εἰ ἔλαττον. ἔλαττον. ὡς ἔνι καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ ΚΛ τοῦ ΞΟ. ὑπερεχέτω δὲ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΠΡ. καὶ εἰ ἴσον. ἴσον. εἰ ἔλαττον. ἔλαττον. καὶ εἰ ἄρα τὸ ΚΛ τοῦ ΞΟ μεῖζόν ἐστι μεγέθει. καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΠΡ μεῖζον ἔσται μεγέθει. καὶ εἰ ἴσον. ἴσον. εἰ ἔλαττον. ἔλαττον. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ. οὕτως ἅπαντα τὰ ΑΒ. ΕΗ πρὸς ἅπαντα τὰ ΓΔ. ΖΘ. ἐὰν ἄρα ὅποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον ᾖ. ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων. οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. —

ιε' γ' Ἐὰν πέντε μεγέθη ἀνάλογον ᾖ. ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον οὕτως τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. καὶ τὸ πρῶτον τοῦ δευτέρου μεῖζον ᾖ τοῦ τρίτου. καὶ τὸ τέταρτον μεῖζον ἔσται τοῦ τρίτου. καὶ ἐὰν ἴσον. ἴσον. καὶ ἐὰν ἔλαττον. ἔλαττον.



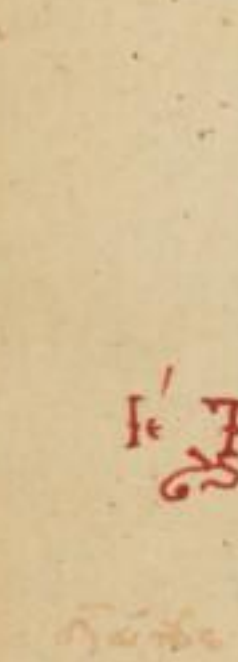
ἡ πορισθεῖσα πρὸς τὴν ΕΚ τετράγωνον μείζων ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετραγώνου μείζονι λόγῳ ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. ἡ γὰρ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΕ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΖ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ τετράγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΕ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ ἄρα τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ, τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. ἡ ἄρα πορισθεῖσα πρὸς τὴν ΕΚ τετράγωνον μείζων ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετραγώνου μείζονι λόγῳ ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

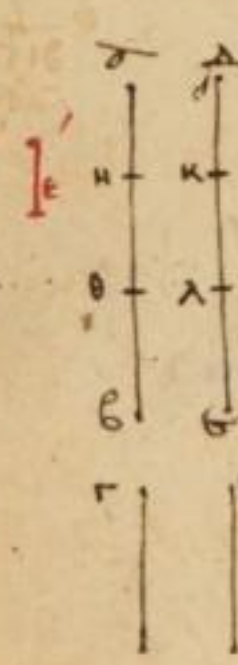
ιε΄

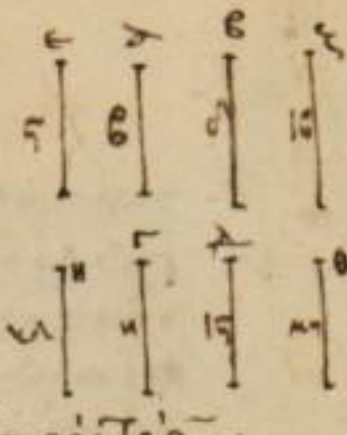
Ἡ πορισθεῖσα πρὸς τὴν ΕΚ τετράγωνον ἐλάττων ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετραγώνου ἐλάττονι λόγῳ ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ.

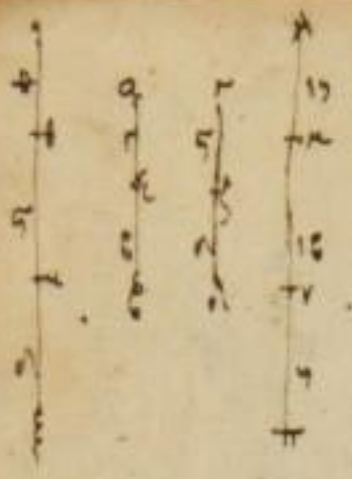
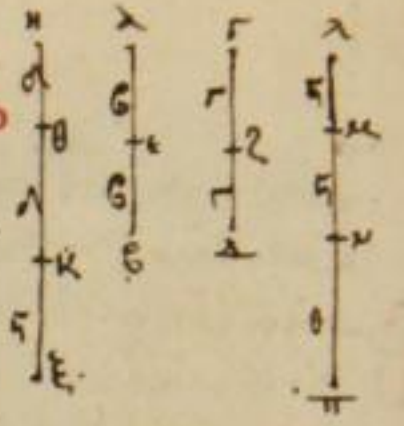
126

α
β
γ
δ


ε
η
θ
ι
κ
λ


ν
μ
ξ
ο
π
ρ
σ



πολλαπλασίων τὸν αὐτὶ ἐλάσσονος λαμβανόμενα
κατάλληλα· ὅτι περίδειξαι·
ἀνάλογον ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Γ, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε·
λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται· ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Δ,
οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Ε· εἰλήφθωσαν γὰρ τῶν μὲν ΑΒ Γ ἰσάκις
πολλαπλάσια τὰ ΖΗ Θ, τῶν δὲ Δ Ε, ἄλλα ἅττα ἰσάκις
πολλαπλάσια τὰ Κ Λ· καὶ ἐπεὶ ἰσάκίς ἐστι πολλαπλάσιον
τὸ ΖΗ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ Θ τοῦ Γ, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως
πολλαπλασίοις τὰ αὐτὰ ἐπιλόγου λαμβανόμενα κατάλληλα,
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Θ· ὡς δὲ
ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Κ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς
τὴν Θ οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Κ· πάλιν ἐπεὶ τὰ Θ Λ τῶν Γ Ε ἰσάκις
ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Ε οὕτως ἡ Θ
πρὸς τὴν Λ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Θ οὕτως ἡ Δ πρὸς
τὴν Κ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν Κ οὕτως ἡ Θ πρὸς τὴν Λ· εἰ
δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον
ἔσται· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Θ οὕτως ἡ Κ πρὸς
τὴν Λ· μείζων δὲ ἡ Θ τῆς Λ· μείζων ἄρα καὶ ἡ Κ τῆς Λ· καὶ
κοινὸν προσκείσθω τὸ Ε· αἱ ἄρα Κ Ε τῶν Λ Ε μείζονές εἰσιν·
ἀλλ' ἐὰν ἐπὶ ἀνίσους ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἄνισα ἐστίν·
καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ Κ τοῦ Δ,
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Κ· ἀλλ' ὡς
ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Θ

13

πολλαπλασία· ταὶ̄ θ· θ̄κ̄· λ̄ε̄· μ̄ε̄·
τῶν δὲ ε̄ ζ̄ λ̄· ἅπαξ ἄρα συγκεῖται ἐξ αὐτῶν
πολλαπλασία· ταὶ̄ κ̄ξ̄· μ̄ε̄· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ θ̄κ̄
ἡ πολλαπλασίων· τὸν θ̄· τοῦ α̅ε̅· καὶ ἡ δ̄
θ̄κ̄· τοῦ ε̄β̄· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλασίων
τὸν θ̄· τοῦ α̅ε̅· καὶ τὸ θ̄κ̄· τοῦ ε̄β̄· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλασίων
τὸν θ̄· τοῦ α̅ε̅· καὶ τὸ ηκ̄· τοῦ δ̄· ἰσάκις δὲ ἐστὶ πολλαπλασίων
τὸν θ̄· τοῦ α̅ε̅· καὶ τὸ λ̄ε̄· τοῦ ζ̄· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλασίων
τὸν κ̄· τοῦ α̅β̄· καὶ τὸ λ̄ε̄· τοῦ ζ̄· πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλασίων
τὸ λ̄ε̄· τοῦ ζ̄· καὶ τὸ λ̄· τοῦ δ̄· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλασίων
τὸ κ̄· τοῦ α̅β̄· καὶ τὸ λ̄· τοῦ δ̄· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλασίων
ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλασίων· πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλασίων
τὸ θ̄κ̄· τοῦ ε̄β̄· καὶ τὸ ελ̄· τοῦ ζ̄λ̄· ἐστὶ δὲ καὶ τὸ κ̄ξ̄· τοῦ ε̄β̄· ἰσάκις
πολλαπλασίων· καὶ τὸ ν̄π̄· τοῦ ζ̄λ̄· καὶ ἐὰν ἓν τῶν θ̄ξ̄
ε̄β̄· ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλασίων· καὶ τὸ μ̄π̄· τοῦ ζ̄λ̄· καὶ ἐπεὶ
ἐστὶν ὡς τὸ α̅β̄· πρὸς τὸ δ̄· οὕτως τὸ ε̄β̄· πρὸς τὸ ζ̄λ̄· καὶ ἄλλη π̄
τις ἡ ε̄β̄· ἰσάκις πολλαπλασία ταὶ̄ κ̄· λ̄· τοῦ δ̄· καὶ ε̄β̄· ζ̄λ̄·
ἰσάκις πολλαπλασία ταὶ̄ θ̄ξ̄· μ̄π̄· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ ηκ̄
τοῦ θ̄ξ̄· ὑπερέχει καὶ τὸ λ̄· τοῦ μ̄π̄· καὶ εἰ ἴσον ἐστί· ἴσον· καὶ εἰ
ἔλαττον ἐλαττον· ὑπερεχέτω οὖν τὸ ηκ̄ τοῦ θ̄ξ̄· καὶ κοινὸν
ἀφῃρήσθω τὸ τοῦ θ̄κ̄· ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸν θ̄· τοῦ κ̄ξ̄·
λ̄ὶ ὑπερέχει τὸ ηκ̄ τοῦ θ̄ξ̄· ὑπερέχει καὶ τὸ λ̄· τοῦ μ̄π̄· ὑπερέχει
ἄρα καὶ τὸ λ̄· τοῦ μ̄π̄· καὶ κοινοῦ ἀφῃρημένου τοῦ μ̄π̄·
ὑπερέχει καὶ τὸ λ̄ε̄· τοῦ ν̄π̄· ὡς δὲ τὸ ηκ̄ ὑπερέχει τὸ θ̄κ̄ τοῦ κ̄ξ̄ ὑπερ-
έχει καὶ τὸ λ̄· τοῦ ν̄π̄· ὅλοις ὡς δὲ δέδεικται ὅτι καὶ ἓν τῶν
κ̄ξ̄ τῶν θ̄ξ̄ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλασίων· καὶ τὸ λ̄ε̄· τοῦ ν̄π̄· τὸ αὐτὸ
ἐστὶ καὶ τὸ ε̄β̄· ζ̄λ̄· λ̄ὶ ἄρα συγκειμένη ἐκ τῶν ε̄β̄· ζ̄λ̄· ἰσάκις ἐστὶ πολλα-
πλασίων· καὶ τὸ ν̄π̄· τοῦ ζ̄λ̄· ἐὰν ἄρα ὦσι τρία μεγέθη καὶ ἄλλα
αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος· οἵτινες ἀνὰ δύο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ
λόγῳ ὦσιν· καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

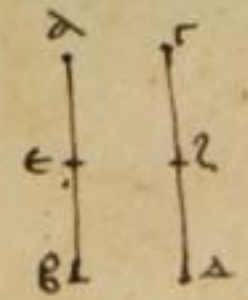
ιν' ε̄

λ̄ὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων τοῦ μείζονος ἀφῃρήσθω τὸ τοῦ

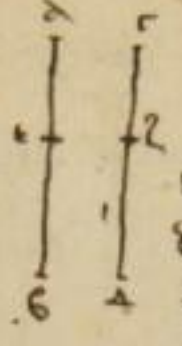
ἔσται· ἐστω δὴ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ διπλασία ἑκατέρας τῆς Ε· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ἐστιν ἴση. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴση, μία τῶν ΑΒ, ΓΔ μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῖς Ε, ΓΔ, ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΒ τὸ Ε, ἀπὸ δὲ τοῦ ΓΔ τὸ ἥμισυ αὐτοῦ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ λοιπῷ τῷ ΓΔ ἐστιν ἴσον. πάλιν τὸ ΓΔ δίχα τετμήσθω, καὶ ἑκατέρου τῶν ΑΒ, ΓΔ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΒ τὸ Ε, ἀπὸ δὲ τοῦ ΓΔ τὸ ἥμισυ αὐτοῦ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ λοιπῷ τῷ ΓΔ ἐστιν ἴσον. ἀλλὰ καὶ τὸ ΓΔ λοιπῷ τῷ ΑΒ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τῷ ΓΔ ἐστιν ἴσον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα μία τῶν ΑΒ, ΓΔ μείζων ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ μείζων ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ· ἴση ἄρα ἡ ΓΔ τῇ ΑΒ. ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη ἀνάλογον ᾖ καὶ τῶν ἴσων ἑκατέρου διπλάσια ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'

Ἐὰν ᾖ ὅλον πρὸς ὅλον, οὗ ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθὲν — καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΕ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΖ, ἔστιν ἄρα καὶ λοιπὸν τὸ ΕΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΖΔ ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΕ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΖ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· καὶ τὸ ΕΒ ἄρα πρὸς τὸ ΖΔ ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ιθ'



τοῦ

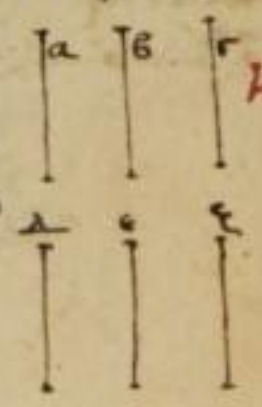
καὶ ἐπεὶ δέδεικται τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΔ, καὶ τὸ ΑΒ ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν ΓΔ, ΖΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΓΔ, ΖΔ τῷ ΕΗ· ὥστε καὶ τὸ ΓΔ τῷ ΖΔ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐναλλὰξ τὸ ΑΒ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΓΔ, ΖΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ πρὸς τὸ ἴσον ἄρα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τῷ ΕΗ· ὥστε καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΕΗ μεῖζόν ἐστιν ἢ καὶ ἀναστρέψαντι, καὶ τοῦ ΕΗ ἄρα τὸ ΑΒ μεῖζόν ἐστιν ἢ καὶ ἀναστρέψαντι ἄρα τὸ ΕΗ τοῦ ΑΒ ἔσται ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Γεδόναι δὲ οἰλόδοι· καὶ τὴν τετράγωνίδα κὶς πολλαπλασίων· καὶ τὴν τοῦ ἀναλογοῦ ἐπιφάνειαν περὶ ἀνισογώνιον δὲ τρίγωνον ἰσοσκελὲς κὶς πολλαπλασίων οἱ ἑξῆς δίτονται· ἔστω τετράγωνον δὲ τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν· λέγω ὅτι καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς ἄλλο τρίγωνον ὀρθογώνιον ἰσοσκελὲς ἔχει λόγον ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετράγωνον τὸν αὐτὸν

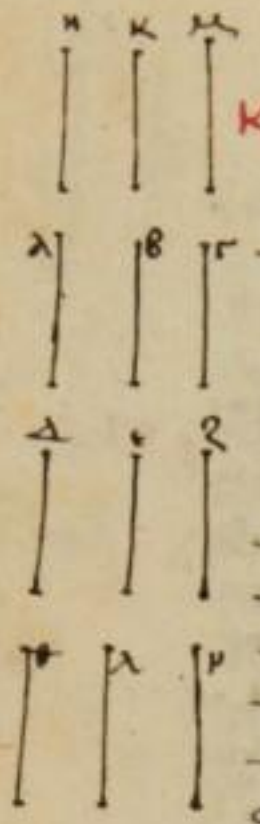
ἴσον ἢ τὸ Α τοῦ Γ ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ Δ τοῦ Ε· καὶ ἐὰν ἐλάττονος
ᾖ ἐλαττον· ἐὰν δὲ εἰς πλείονα μερισθῇ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
πλῆθος ἕκαστον ἑκατέρου κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον· ὡς ἄρα ἐστὶν
τὸ πρῶτον τοῦ δευτέρου πλείονα ἢ τὸ τρίτον τοῦ τετάρτου πλείονα
ἔσται καὶ ἴσον ἴσον καὶ ἔλαττον ἔλαττον ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ηα΄

Ἐὰν εἰς πλείονα μερισθῇ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος ἕκαστον
ἑκατέρου κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ᾖ δὲ τὰ ἐξ ἀρχῆς ἑνὸς αὐτῶν
πλείονα καὶ τὰ ἐπὶ τέλει ἑνὸς αὐτῶν πλείονα ἔσται· καὶ ἐὰν
ἔλαττον τοῦτο ἔλαττον ἢ καὶ τὸ τρίτον τοῦ τετάρτου πλείονα ἢ
ἔλαττον ἔσται καὶ ἴσον ἴσον καὶ ἔλαττον ἔλαττον· ἐὰν δὲ εἰς πλείονα
μερισθῇ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκατέρου κατὰ
τὸν αὐτὸν λόγον ᾖ δὲ τὰ ἐξ ἀρχῆς ἑνὸς αὐτῶν πλείονα καὶ τὰ ἐπὶ
τέλει ἑνὸς αὐτῶν πλείονα ἔσται· καὶ ἐὰν ἔλαττον τοῦτο ἔλαττον
ἢ καὶ τὸ τρίτον τοῦ τετάρτου πλείονα ἢ ἔλαττον ἔσται καὶ ἴσον
ἴσον καὶ ἔλαττον ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. κβ΄

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος ἕκαστον
ἑκατέρου κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ᾖ δὲ δι᾽ ἴσου ἐν τῇ αὐτῇ ἀναλογίᾳ
καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῇ αὐτῇ ἀναλογίᾳ ἔσται καὶ



κγ΄.

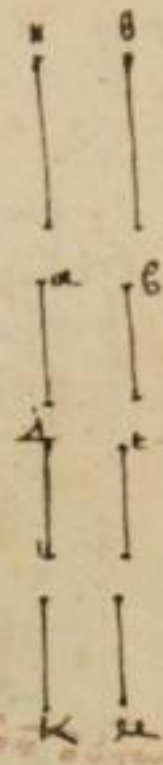


οὐτ ἡ τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω ὅτι καὶ διίσου ἐνταῦθα ἀνάλογόν ἐστιν· ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Β ἴσα πολλαπλάσια τὰ Η, Θ· τῶν δὲ Γ, Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἴσα πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ· καὶ ἔτι τῶν Ε, Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἴσα πολλαπλάσια τὰ Μ, Ν· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Κ· τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Θ, Λ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Θ, καὶ τὸ Κ τοῦ Λ ὑπερέξει ἴσον ἐφ' ἑτέρῳ ᾧ καὶ τὸ Η τοῦ Θ· εἰ δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ Η τῷ Θ, καὶ τὸ Κ τῷ Λ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐὰν ἐλάττον, ἐλάττον· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· τῶν δὲ Β, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια ἐστὶ τὰ Θ, Μ· τῶν δὲ Ε, Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Ν· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Θ τοῦ Λ, καὶ τὸ Μ τοῦ Ν ὑπερέξει ἴσον ἐφ' ἑτέρῳ ᾧ καὶ τὸ Θ τοῦ Λ· εἰ δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ Θ τῷ Λ, καὶ τὸ Μ τῷ Ν ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐὰν ἐλάττον, ἐλάττον. καὶ ἐπεὶ δύο μεγέθη τὰ Α, Β καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

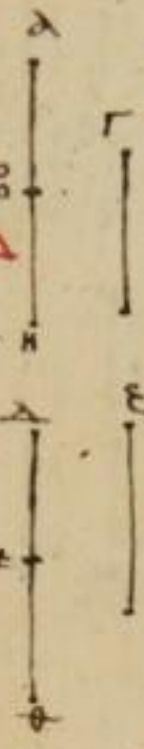
κγ

Ε'

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος συναμφότερα συναμφοτέροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ᾖ, ᾗ δὲ τὰ πρῶτα τῶν δευτέρων πολλαπλάσιον ἐστὶν ἢ μέρος ἢ μέρη, καὶ τὰ ἐκείνοις ἴσα τὸ πλῆθος ἑκάτερον ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον ἔσται ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ ἐναλλὰξ ἐπεὶ τὸ Α τοῦ Β πολλαπλάσιόν ἐστι



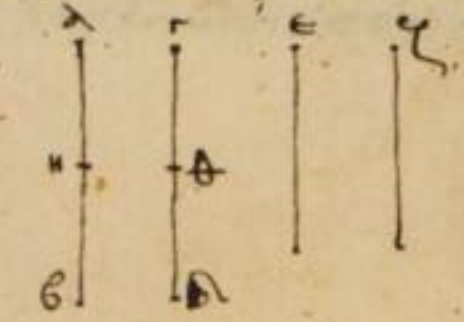
τὸ ᾱ πρὸς τὸ β̄, τοῦ πρὸς τὸ ζ̄. καὶ ὡς ἄρα τὸ ᾱ πρὸς τὸ β̄, τὸ ε̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ᾱ πρὸς τὸ ε̄, τὸ β̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ β̄ πρὸς τὸ δ̄, τὸ ε̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ἐστὶν ὡς τὸ β̄ πρὸς τὸ δ̄, τὸ ε̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ β̄ πρὸς τὸ ε̄, τὸ δ̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ γ̄ πρὸς τὸ ϛ̄. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ γ̄ πρὸς τὸ ε̄, τὸ ϛ̄ πρὸς τὸ ῑ. πάλιν ἐπεὶ τὰ ᾱ. β̄. γ̄. τοῖς δ̄. ε̄. ϛ̄. ἴσα ἐστὶ τὸ πλῆθος τὰ μὲν ᾱ. β̄. γ̄. τὸ αὐτὸ ἐστὶ τῷ κ̄. τὰ δὲ δ̄. ε̄. ϛ̄. τὸ αὐτὸ ἐστὶ τῷ μ̄. καὶ ὡς ἄρα τὸ κ̄ πρὸς τὸ μ̄, τὸ ν̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ κ̄ πρὸς τὸ ν̄, τὸ μ̄ πρὸς τὸ ῑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ᾱ πρὸς τὸ ε̄, τὸ β̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ᾱ πρὸς τὸ ε̄, τὸ β̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ὡς τὸ μ̄ πρὸς τὸ ῑ, τὸ ν̄ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ μ̄ πρὸς τὸ ν̄, τὸ ῑ πρὸς τὸ ῑ. ἴσον δὲ τὸ ῑ τῷ ῑ. καὶ ἐστὶν ὡς τὸ μ̄ πρὸς τὸ ν̄, τὸ ῑ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ὡς ἄρα τὸ κ̄ πρὸς τὸ ν̄, τὸ μ̄ πρὸς τὸ ῑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ μ̄ πρὸς τὸ ν̄, τὸ ῑ πρὸς τὸ ῑ. καὶ ὡς ἄρα τὸ κ̄ πρὸς τὸ ν̄, τὸ μ



Ἐπεὶ διπλάσιον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων τοῦ ὑπὸ τῶν ἀνίσων
ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν γ θ τοῦ ὑπὸ τῶν ζ θ διπλάσιον. ἔστιν
ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β τοῦ ὑπὸ τῶν β θ διπλάσιον. ἐστὶ δὲ καὶ
ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν γ θ τοῦ ὑπὸ τῶν ζ θ διπλάσιον. ἔστιν ἄρα
ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β τοῦ ὑπὸ τῶν β θ. διπλάσιον ἄρα ἐστὶ
τὸ ὑπὸ τῶν α β τοῦ ὑπὸ τῶν ζ θ. ἐὰν ἄρα τρία μεγέθη
ἀνάλογον ᾖ, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ
μέσου ἀνάλογον. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων διπλάσιον ᾖ
τοῦ ἀπὸ τοῦ μέσου, τρία μεγέθη ἀνάλογον ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε΄

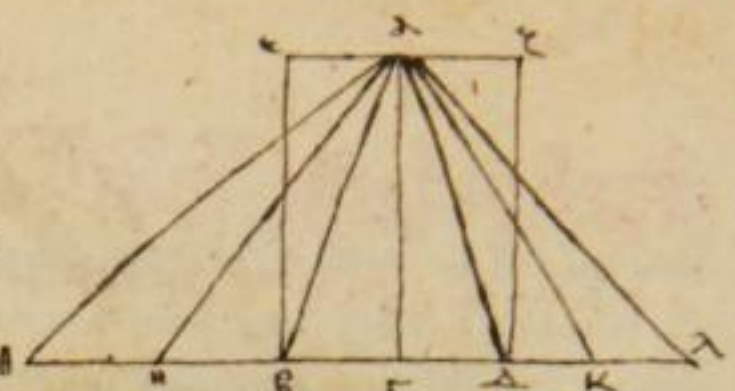
Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων
ἔλαττον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν μέσων. ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον
τὰ α β γ δ, ὡς τὸ α πρὸς τὸ β οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ. λέγω
ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α δ ἔλαττόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν β γ. ἐπεὶ γὰρ
ἴσον ἐστὶ τὸ α τῷ ὑπὸ τῶν β γ. ἐπὶ ἑκάτερα τὸ α πρὸς τὸ
τοῦ δ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ δ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν α β
πρὸς τὸ δ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ δ οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ
δ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τῶν α β πρὸς τὸ δ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν α β
πρὸς τὸ γ. καὶ ὡς ἄρα τὸ γ πρὸς τὸ δ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν α β
πρὸς τὸ γ. ἐὰν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν α β τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ ἴσον ᾖ,
καὶ ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ δ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν α β πρὸς τὸ γ.
ἐπεὶ δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β τῷ ὑπὸ τῶν γ δ, ἔστιν ἄρα
ὡς τὸ α πρὸς τὸ δ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν α β πρὸς τὸ γ. ἐὰν δὲ
ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ δ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν α β πρὸς τὸ γ,
ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β τῷ ὑπὸ τῶν γ δ. καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἀνίσοις
ἴσα προστεθῇ τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, ἐὰν οὖν τὸ ὑπὸ τῶν α β
μεῖζον ᾖ τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, μεῖζον ἔσται καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β τοῦ
ὑπὸ τῶν β γ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν α β τοῦ ὑπὸ τῶν β γ μεῖζον ἐστὶ τὸ
ὑπὸ τῶν α δ. ἐὰν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν α δ τοῦ ὑπὸ τῶν β γ μεῖζον
ᾖ, καὶ ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ δ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν α β πρὸς τὸ γ.
καὶ τὸ ἔλαττον ἄρα τῶν δύο ἴσων μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν β γ.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ΄

+ δεκάτη στοιχείου ἕκτου +

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, ἡ δὲ μείζων τῆς ἐλάσσονος μείζονα δύνηται τοῦ ἀπὸ ἑαυτῆς τετραγώνου τῷ ἐπὶ δύο ἴσα μέρη τμηθείσῃ τῆς ἐλάσσονος καὶ ἐπ' εὐθείας προσκειμένῳ ὁμοίῳ παραλληλογράμμῳ καὶ ἐλλείποντι τετραγώνῳ, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος τῆς ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος αὐτῆς καὶ τοῦ ὁμοίου τῷ ἐλλείποντι τετραγώνῳ ἐστὶν ἀσύμμετρος μήκει· καὶ ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος τῆς ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος αὐτῆς καὶ τοῦ ὁμοίου τῷ ἐλλείποντι τετραγώνῳ μείζονα δύναται τοῦ ἀπὸ ἑαυτῆς τετραγώνου τῷ ἐπὶ δύο ἴσα μέρη τμηθείσῃ τῆς ἐλάσσονος καὶ ἐπ' εὐθείας προσκειμένῳ ὁμοίῳ παραλληλογράμμῳ καὶ ἐλλείποντι τετραγώνῳ.

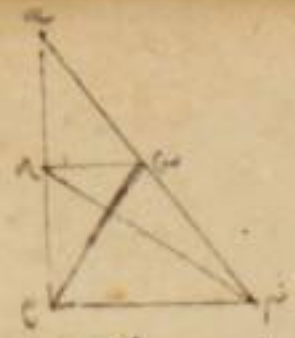
α'

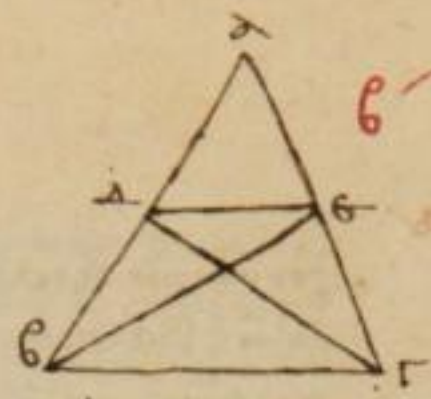
Τὰ γὰρ αὐτὰ κατασκευασθέντων τῶν ἐπὶ τοῦ πρώτου θεωρήματος περὶ ἀλλήλας ἐστὶν ἀσύμμετρος ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ· καὶ ἐπεὶ τετράγωνα ἀλλήλοις ἐστὶ τὰ ΑΒ, ΒΓ, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τῷ ΒΓ· διπλάσιον ἄρα τὸ ΑΒ τοῦ ΒΓ· ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ· καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΒΓ διπλάσιόν ἐστιν,



ὡς
τὰς βάσεις· ὑπόκ
κατὰ τὸ αβγ τρίγωνον·
τοῦ αγλ τριγώνου· κ
ἐπιπλάσεων· ἐλάσσ
τοῦτο δὲ συμβαίνει ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων τῶν βγ
γδ· δύο δὲ τριγώνων τῶν αβγ· αγδ ἐπὶ τῆς αὐτῆς διχοτόμ
λα παλαισία τὰς εἰρημένας βάσεις· καὶ τοῦ αβγ τριγώνου τὸ
θ τὴν βάσιν· καὶ τὸ αβγ τρίγωνον· τὰς δὲ γδ βάσεως καὶ τοῦ
αγδ τριγώνου· λ μα ἄρα ἐστὶν ἴσον τὸ μα παλαισίᾳ τὸ
γλ βάσιν· καὶ τὸ αλγ τρίγωνον· καὶ δὲ καὶ τρίτη ἐστὶν ὑπερέχ
ἡ θγ βάσις· τῆς γλ βάσεως· ὑπερέχει καὶ τὸ αβγ τρίγω
τοῦ αλγ τριγώνου· καὶ εἰσὶν ἴσα· καὶ ἐπὶ ἐλάττονα· ἐλάττ
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βγ βάσις· πρὸς τὴν τοῦ βάσιν· οὕτως τὸ αβγ
τρίγωνον· πρὸς τὸ αγδ τρίγωνον· καὶ ἐπεὶ οὖν μεγ
δίχα τοῦ δ· τριγώνου δίπλασίον ἐστὶ τὸ μα παραλληλόγραμμον τοῦ αγδ
τριγώνου δίπλασίον ἐστὶ· τὸ δὲ παραλληλόγραμμον τῷ
μὲν πρὸς τοῖς αὐτοῖς τῷ πλατεῖ παλαισίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγ
ἄρα· ὡς τὸ αβγ δίτριγωνον· πρὸς τὸ αγδ δίτριγωνον· οὕτως ἐστὶ τὸ
παραλληλόγραμμον· πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον
ἀπεδείχθη· ὡς δὲ μεγ βάσις· πρὸς τὴν τοῦ βάσιν· οὕτως ἐστὶ τὸ
αβγ δίτριγωνον πρὸς τὸ αγδ· ὡς δὲ τὸ αβγ πρὸς τὸ αγδ
τοῖς παραλληλόγραμμοις πρὸς ἐστὶ παραλληλόγραμμον
Καὶ ὡς ἄρα ἡ βγ βάσις· πρὸς τὴν τοῦ βάσιν· οὕτως ἐστὶ τὸ
παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ· τὸ ἄρα δίτριγωνον καὶ τὸ
παραλληλόγραμμον τὰ αὐτὰ πολλαπλάσια ἐστὶν ὡς ὁποσονοῦν τὸ
ἀπὸ τῶν ἴσων αὐτοῖς βάσεων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ς΄ Ε΄ Ἐὰν τριγώνου παραλληλόγραμμον παραλληλογράμμων ᾖ,
καὶ ἀναλόγου τὴν ἐναλλὰξ τοῦ τριγώνου παραλληλόγραμμον καὶ ἑαυτῷ
τοῦ τριγώνου παραλληλόγραμμον ἀναλόγου τὴν βάσιν· ἡ ἔσται
τοῦ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως παραλληλογράμμου τὸ ἑαυτῷ
τριγώνου παραλληλόγραμμον· τριγώνου γὰρ τοῦ αβγ παραλ
λείᾳ παραλληλόγραμμον τὸ βγεζ ἤχθω· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς
ὑβ, πρὸς τὴν βγ, οὕτως τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ





ιβ' Παντὸς τριγώνου ἴσον ἐστὶ τὸ βαρυτείνου τριγώνου ἐπὶ τὴν αὐτὴν βάσιν τῷ αὐτῷ ὀρθογωνίῳ παραλληλογράμμῳ τῷ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντι τῷ τριγώνῳ καὶ ὕψος ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντι τῷ τριγώνῳ. ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ βαρυτείνον, καὶ ἔστω ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ ΔΕ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ τὴν ΒΓ καὶ ὕψος ἴσον τὸ αὐτὸ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ τὸ ΑΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕ παραλληλογράμμῳ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕ παραλληλογράμμῳ, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἀφαιρεθῇ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, ἀπὸ δὲ τοῦ ΔΕ παραλληλογράμμου ἀφαιρεθῇ τὸ ἥμισυ μέρος αὐτοῦ, ἐπεὶ καὶ τὸ ΔΕ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, διὰ τὸ καὶ βάσιν τὴν αὐτὴν ἔχειν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις εἶναι τοῖς ΒΓ, ΔΕ, καὶ ἔσται τὸ λοιπὸν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον τῷ λοιπῷ τῷ ΔΕ παραλληλογράμμῳ. ἔστω δὴ τὸ ΔΕ παραλληλόγραμμον τὸ ΔΖ· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΖ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΕ παραλληλογράμμῳ, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ΔΖ παραλληλογράμμου ἀφαιρεθῇ τὸ ἥμισυ μέρος αὐτοῦ, ἐπεὶ καὶ τὸ ΔΖ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, διὰ τὸ καὶ βάσιν τὴν αὐτὴν ἔχειν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις εἶναι τοῖς ΒΓ, ΔΖ, καὶ ἔσται τὸ λοιπὸν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον τῷ λοιπῷ τῷ ΔΕ παραλληλογράμμῳ. ἐὰν ἄρα δοθῇ τρίγωνον βαρυτείνον, καὶ τὰ ἑξῆς.

ιγ' Ἐὰν τρίγωνον καὶ παραλληλόγραμμον ἐπὶ τὴν αὐτὴν βάσιν ὦσι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἔστω δὴ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον καὶ παραλληλόγραμμον τὸ ΔΕ ἐπὶ τὴν αὐτὴν βάσιν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις τοῖς ΒΓ, ΑΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕ παραλληλογράμμῳ. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΒΔ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ· βάσιν γὰρ τὴν ΒΓ ἔχει κοινὴν αὐτῷ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶ τοῖς ΒΓ, ΑΔ. ἔστι δὲ τοῦ μὲν ΔΒΓ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΔΕ παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶ τοῖς ΒΓ, ΑΔ· τοῦ δὲ ΑΒΓ τριγώνου διπλάσιον ἐστὶ τὸ ΔΕ παραλληλόγραμμον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕ παραλληλογράμμῳ. ἐὰν ἄρα τρίγωνον καὶ παραλληλόγραμμον ἐπὶ τὴν αὐτὴν βάσιν ὦσι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, καὶ τὰ ἑξῆς.

ιδ' Τῶν ἴσων καὶ παραλληλογράμμων τριγώνων καὶ παραλληλογράμμων ἀντιπεπονθότως αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας εἰσίν, ὧν τὰ παραλληλόγραμμα ἴσα ἐστὶν ἀντιπεπονθότως αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας εἰσίν, ὧν τὰ παραλληλόγραμμα ἴσα ἐστὶν ἀντιπεπονθότως, καὶ τὰ ἑξῆς.

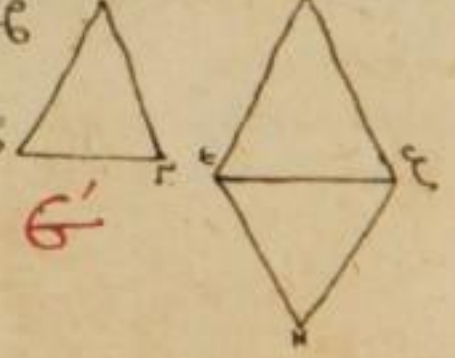
ιε' Τῶν ἴσων καὶ παραλληλογράμμων τριγώνων καὶ παραλληλογράμμων ἀντιπεπονθότως αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας εἰσίν, ὧν τὰ παραλληλόγραμμα ἴσα ἐστὶν ἀντιπεπονθότως αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας εἰσίν, ὧν τὰ παραλληλόγραμμα ἴσα ἐστὶν ἀντιπεπονθότως, καὶ τὰ ἑξῆς.

τὸ αὐτὸν βεβηλόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τείχους πλευραῖς. ἐὰν δὲ
τὰς βάσεις τεμεῖ τὸ αὐτὸν ἰσοσκελὲς τρίγωνον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τείχους
πλευραῖς. καὶ πολλαὶ σκευωρίαι ἐπὶ τὸ αὐτὸ μέρος ἐπὶ ἓν συνεχὲς ἀλλ'
ἀλλ' ἀπὸ τοῦ τείχους γωνίαν. ἴσαι δὲ ἀλλήλαις. τὸ αβγ
τρίγωνον ἀπὸ βάσεως γωνίαν δίχα τέμνουσα ἡ αδ. λέγω
ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ βα πρὸς τὴν γα. οὕτως ἡ βδ πρὸς τὴν δγ. ἤχθω
διὰ τοῦ α. τῇ δβ παράλληλος ἡ εα. καὶ διαχθεῖσα ἡ βα. συμπε-
πτώκατω αὐτῇ κατὰ τὸ ε. καὶ ἐπεὶ εἰς παράλληλους τὰς αδ. εβ
εὐθεῖα πέπτωκεν ἡ αε. ἡ ἄρα ὑπὸ αεβ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ αδβ.
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ αδβ τῇ ὑπὸ δαγ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ δαγ ἄρα
τῇ ὑπὸ αεβ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ εἰς παράλληλους τὰς αδ. εβ
εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ γε. ἡ ἄρα ὑπὸ αδγ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δγβ.
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ αεβ τῇ ὑπὸ δαγ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ αεβ ἄρα
τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ εἰς παράλληλους τὰς αδ. εβ
εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ αε. ἡ ἄρα ὑπὸ βαε γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ
αεβ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ αεβ τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ αγβ ἄρα
τῇ ὑπὸ βαε ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ εἰς παράλληλους τὰς αδ. εβ
εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ γε. ἡ ἄρα ὑπὸ αδγ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δγβ.
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ αδγ τῇ ὑπὸ δαγ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ δαγ ἄρα
τῇ ὑπὸ δ

λοιπαῖς· οὗ τὰ τεῖ γώνου πλάρ· καὶ ὁ αὐτὰ τῆς βάσεως
τὰ ἴσα τὰ πρὸς ταῖς λοιπαῖς· τοῦ δὲ τριγώνου πλευρᾶς
καὶ πότης κοινῆς ὑφεστώσης πρὸς τῷ ἐκτὸς γωνίᾳ λαβεῖν
τὰ ἴσα τὰ πρὸς τὴν γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων· ἀναλόγου εἰσὶν αἱ πλευραὶ· αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὅμόλογοι εἰσὶν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραί· ἔστω ἰσογώνια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΓΕ· ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· τὴν δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ· καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ· λέγω ὅτι τῶν ΑΒΓ ΔΓΕ τριγώνων ἀναλόγου εἰσὶν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὅμόλογοι εἰσὶν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραί· καὶ ἐστὶν ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ· ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ· ἔτι δὲ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ· Κείσθω γὰρ πρὸς εὐθείᾳ τῇ ΒΓ τῇ ΓΔ· καὶ πρὸς τῷ Γ σημείῳ τῇ μὲν ΓΔ ἴση ἡ ΓΖ· τῇ δὲ ΓΕ ἴση ἡ ΓΗ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΓ τῇ ΓΖ· ἡ δὲ ΕΓ τῇ ΓΗ· αἱ ΔΓ ΓΕ ἄρα τῇ ΖΓ ΓΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΓΕ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΖΓΗ· τοῦ γὰρ ΔΓΗ κοινοῦ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΔΓΕ· ἡ ὑπὸ ΔΓΕ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΖΓΗ· καὶ ἡ ΖΗ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ μὲν ΔΓ τῇ ΓΖ· ἡ δὲ ΓΕ τῇ ΓΗ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΓΕ τῇ ὑπὸ ΖΓΗ· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΔΕ βάσει τῇ ΖΗ

ε' Ἐὰν ἰσογωνίας ἐπὶ μιᾶς γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον ὦσιν, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἰσογώνια μὲν ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ, ἔτι δὲ καὶ τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἀνάλογόν ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ καὶ ἔτι ἡ ΑΓ τῇ ΔΖ. κείσθω γὰρ ἐπὶ εὐθείας ἡ ΔΕ τῇ ΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ. ἐπεὶ οὖν ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. κεῖται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ καὶ ἔτι ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΖΔ καὶ ἔτι ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΖΔ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ καὶ ἔτι ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΔ καὶ ἔτι ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΕ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΔ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΖΔ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΖΔ καὶ ἔτι ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΖΔ· ἀνάλογόν ἐστιν ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ καὶ ἔτι ἡ ΓΑ τῇ ΖΔ. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἢ τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ὑποτείνουσαν ἢ τὴν ἐν τῷ λοιπῷ τριγώνῳ, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

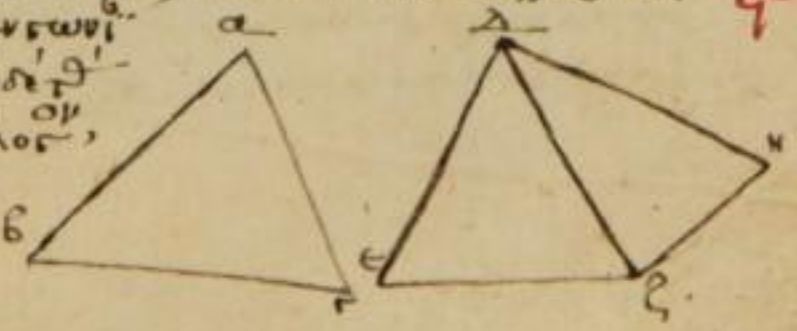


ϛ'

ἰσογώνιον δ' ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· ὃ δὲ
ἀπὸ τῆς βγ τοῦ αβγ τριγώνου πλευρᾶς τοῦ πρὸς ὀρθὴν
γωνίαν ἐστὶν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν βα γα πλευρῶν τῶν
περιεχουσῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν τοῦ αβγ τριγώνου·
ὃ δὲ ἀπὸ τῆς εζ τοῦ δεζ τριγώνου πλευρᾶς τοῦ πρὸς
ὀρθὴν γωνίαν ἐστὶν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν δε ζε πλευρῶν
τῶν περιεχουσῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν τοῦ δεζ τριγώνου·
ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ τοῦ αβγ τριγώνου πλευρᾶς
τοῦ πρὸς ὀρθὴν γωνίαν ἐστὶν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν εδ ζε
πλευρῶν τῶν περιεχουσῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν τοῦ δεζ
τριγώνου· ἀλλὰ τοῖς ἀπὸ τῶν εδ ζε τὸ ἀπὸ τῆς εζ·
λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς βγ τοῦ αβγ τριγώνου πλευρᾶς
τοῦ πρὸς ὀρθὴν γωνίαν ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς εζ τοῦ
δεζ τριγώνου πλευρᾶς τοῦ πρὸς ὀρθὴν γωνίαν· ὥστε
καὶ ἡ βγ τῇ εζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν βα
τῇ εδ ἡ δὲ γα τῇ ζδ, δύο δὴ αἱ βα γα δυσὶ ταῖς εδ ζδ
ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ βγ βάσει τῇ εζ
ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εδζ ἐστὶν ἴση·
ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαγ ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ εδζ· ἡ δὲ ὑπὸ
δεζ ἄρα λοιπὴ ὀρθή ἐστι λοιπῇ τῇ ὑπὸ αγβ ἴση· ἰσογώνιον
ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· ὅμοιον ἄρα
ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ·

ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ
τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ᾖ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα
καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας
γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ᾖ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ
ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἐὰν
δὲ ἑκατέρα τῶν λοιπῶν τῶν πρὸς τοῖς ἴσαις γωνίαις ἅμα μὴ ᾖ ὀρθὴ
ἢ μὴ ἅμα μὴ ᾖ ὀρθή, ἐλάσσονος ἢ μείζονος ἐστὶν ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς
μείζονος πλευρᾶς τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, τὸ δὲ λοιπὸν τρίγωνον
ὀξυγώνιον ἔσται· ἐὰν δὲ ἑκατέρα τῶν λοιπῶν τῶν πρὸς τοῖς ἴσαις
γωνίαις ἅμα ᾖ ὀρθὴ ἢ ἅμα μὴ ᾖ ὀρθή, ἐλάσσονος ἢ μείζονος ἐστὶν
ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος πλευρᾶς τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, τὸ δὲ
λοιπὸν τρίγωνον ὀρθογώνιον ἔσται· ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ
γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ᾖ,
ἑκατέρα τῶν λοιπῶν τῶν πρὸς τοῖς ἴσαις γωνίαις ἅμα μὴ ᾖ ὀρθὴ ἢ
ἅμα μὴ ᾖ ὀρθή,

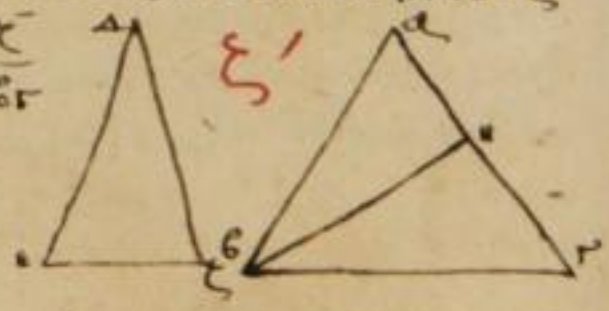


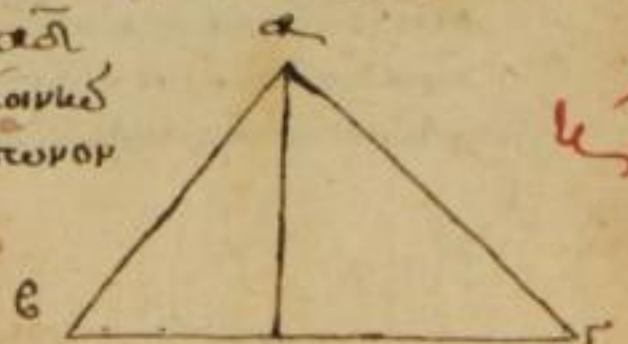
ἰσογώνια τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς πλευρὰς ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ ἀφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

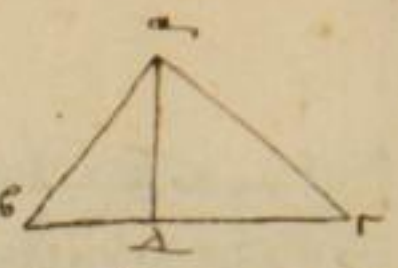
ς'

Ἐὰν δύο τριγώνων μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Δύο γὰρ τριγώνων τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἐχέτω τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ καὶ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. καὶ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἐστὶν ἄρα ὡς μὲν ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ, ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΕ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΕΔ οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΕ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΖΕ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΕΔ οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΕΔ οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΖΕ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΕΖ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΕΖ, μείζων δὲ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΕΔ τῆς ΕΖ. καὶ ἐπεὶ τὸ Η ἐλάττονά ἐστι τῆς ΑΒ τῆς ΕΔ, ἐλάττων ἄρα καὶ ἡ ΗΒ τῆς ΔΕ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΕΖ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως ἐστὶν ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ, ὡς δὲ ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ οὕτως ἐστὶν ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ καὶ ἡ ΔΕ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΕΖ, ΕΗ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΗΖ ἴση ἐστὶ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ἐλάττων ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΗ τῆς ὑπὸ ΗΖΓ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΕ ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΗΖΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΒ τῇ ΔΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως ἐστὶν ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΓ, ὡς δὲ ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ οὕτως ἐστὶν ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ πρὸς λοιπὴν τὴν ΓΗ ἐστὶν ὡς ὅλη ἡ ΔΕ πρὸς ὅλην τὴν ΕΖ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΔΕ οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΕΖ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΗ τῇ ΕΖ μείζων· καὶ ἡ ΑΗ ἄρα τῆς ΔΕ μείζων ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.




α
β
δ
γ

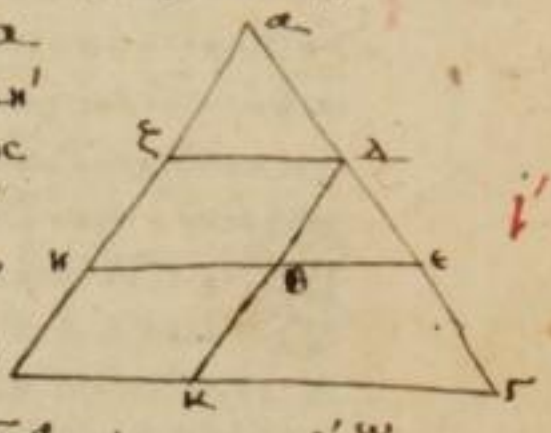


Τῶν αβδ δ' ρίτων ἰσογώνιτέλη, καὶ εἰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ ρίτων τῷ αβδ ρίτωνι· τῶν αβδ ρίτων ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὸ αδγ τείτων ὅμοιόν ἐστι τῷ αβγ ρίτωνι· κατὰ τὸν αὐτὸν ἄρα τὸ αβδ δ' ρίτων τῷ αδγ ρίτωνι τῷ ὅλῳ ὅμοιόν ἐστὶ· λέγω δὴ ὅτι καὶ δύο ἀπὸ ἀνίσων ὅμοια τὰ αβδ δ' ρίτωνα· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἐν τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὸ ἴσον κλάσεως· ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὸ ἄνισον κλάσεως ἀνίσους γωνίας περιέχουσαι εὐθεῖαι· καὶ ἐπὶ τὸ μείζονι γωνίᾳ ἐλάττονες εἰσὶν ἢ ἐπὶ τὸ ἐλάττονι· ἐπὶ τὸ ἄρα μείζονι γωνίᾳ ἐλάττονες εἰσὶν αἱ βδ δ' ἢ αἱ δγ

Διὰ τοῦ δ θεωρήματος δῆλον ὅτι καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΔΕ παράλληλός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι΄

Τὰς δοθείσας εὐθείας δύο τὴν τρίτην ἀνάλογον προσλαβεῖν.



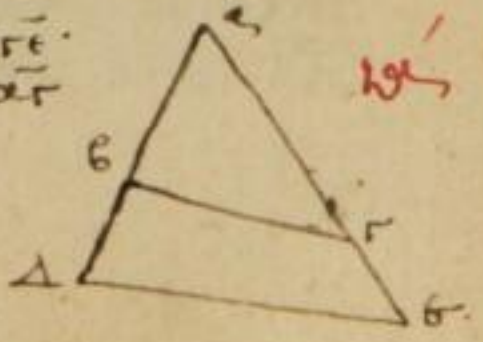
ι΄

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΑΓ, καὶ κείσθωσαν γωνίαν περιέχουσαι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΑΓ τρίτην ἀνάλογον προσλαβεῖν.

Ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Δ, Ε σημεῖα καὶ κείσθω τῇ μὲν ΑΓ ἴση ἡ ΒΔ, τῇ δὲ ΑΒ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒΔ τῷ ὑπὸ ΑΓΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ· ἡ ΑΓ ἄρα τῶν ΑΒ, ΑΔ μέση ἀνάλογόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ια΄

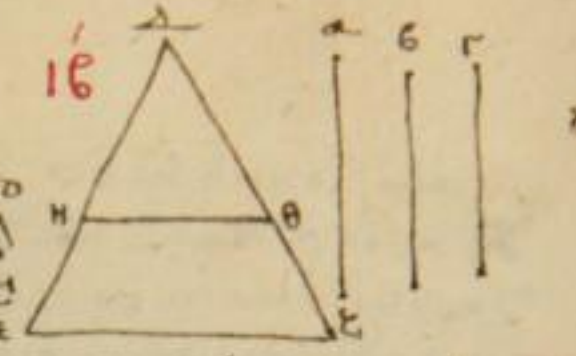
Τὰς δοθείσας εὐθείας δύο τὴν τρίτην ἀνάλογον προσλαβεῖν.



ια΄

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ ΒΑ, ΑΓ, καὶ κείσθωσαν γωνίαν περιέχουσαι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ· δεῖ δὴ τῶν ΒΑ, ΑΓ τρίτην ἀνάλογον προσλαβεῖν.

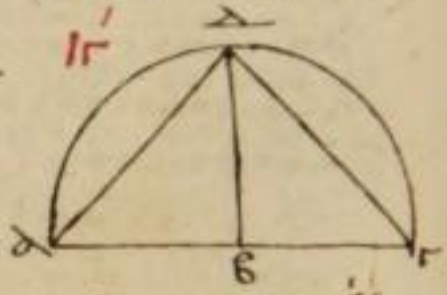
Ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Β, Δ σημεῖα καὶ κείσθω τῇ μὲν ΑΓ ἴση ἡ ΒΔ, τῇ δὲ ΑΒ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒΔ τῷ ὑπὸ ΑΓΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ· ἡ ΑΓ ἄρα τῶν ΑΒ, ΑΔ μέση ἀνάλογόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



ὅτι ἐὰν πρὸς τὴν Γ τρίγωνον δο-
θείσας δὲ εὐθειῶν τῶν ΑΒ τρίτην ἀνάλο-
γον αὐταῖς προσλαβεῖν. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

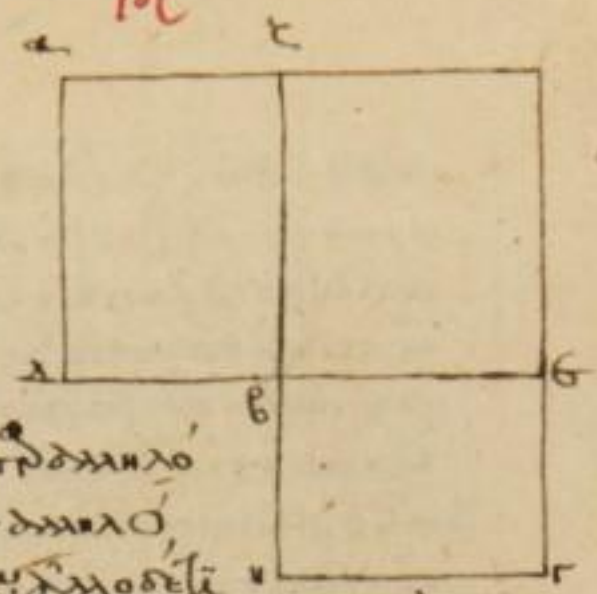
16 F εἰ ἐστιν ὡς ὅλη πρὸς ὅλην οὕτως ἀφαι-
ρεθεῖσα πρὸς ἀφαιρεθεῖσαν. καὶ λοιπὴ
πρὸς λοιπὴν ἔσται ὡς ἡ ὅλη πρὸς ὅλην. ἐὰν
γὰρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς
τὴν Δ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΒ πρὸς λοιπὴν τὴν Ζ
ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Γ. ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς
ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν Δ. ἐστιν
ἄρα καὶ ἀνάπαλιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ οὕτως
ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ἡ ΒΑ
ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ ἐστιν ὡς ἡ Γ Δ πρὸς τὴν Δ.
καὶ ἐναλλὰξ συναμφότερος ἡ ΒΑ ΑΕ πρὸς τὴν
Γ Δ ἐστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν Δ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΕ
πρὸς τὴν Δ οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Γ. καὶ ὡς ἄρα
ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς τὴν Ζ. ἐναλ-
λὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ οὕτως ἡ Γ
πρὸς τὴν Ζ. ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι δοθεῖσαι τρί-
την ἀνάλογον προσλάβωσιν. καὶ τὰ λοιπὰ τὰ
γενόμενα τρίτην ἀνάλογον προσλαμβάνει. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:

17' A δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μίαν ἀνάλογον
προσλαβεῖν. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ
ΑΒ ΒΓ. δεῖ δὴ τῶν ΑΒ ΒΓ μίαν ἀνάλογον
προσλαβεῖν. κείσθωσαν γὰρ αὐταὶ ἐπ' εὐθείας
αἱ ΑΒ ΒΓ. καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ κύκλου τὸ



ΑΔΓ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς
ἡ ΒΔ. καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΑΔ ΔΓ. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ
γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ. ὀρθή ἐστι. καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνί(ῳ)
τριγώνῳ τοῦ ΑΔΓ. ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν
κάθετος ἦκται ἡ ΔΒ. ἡ ΒΔ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ἐὰν γὰρ ἐν κύκλῳ εὐθεῖαι
δύο τέμνωσιν ἀλλήλας. τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς
ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐὰν ἄρα
δύο εὐθεῖαι δοθεῖσαι τρίτην ἀνάλογον προσλάβωσιν.
καὶ τὰ λοιπὰ τὰ γενόμενα τρίτην ἀνάλογον προσλαμ-
βάνει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

17' F ἐὰν ὦσιν ὁποσαιοῦν εὐθεῖαι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ
καὶ ἡ μία αὐτῶν ἴσον ἔχῃ τι μέρος ἢ μέρη ἢ τὸ αὐτὸ
μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ αἱ λοιπαὶ ἴσον ἔχουσι τὸ αὐτὸ
μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἑκατέρα ἑκατέρα. ἔστω ὁποσαιοῦν
εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΓΔ ΕΖ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὡς ἡ ΗΘ πρὸς
τὴν Κ. καὶ ἡ μία αὐτῶν ἡ ΑΒ ἴσον ἔχει τι μέρος ἢ μέρη
ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη τὴν ΗΘ ἢ τὴν Κ. καὶ
αἱ λοιπαὶ ἄρα αἱ ΓΔ ΕΖ ἴσον ἔχουσι τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ
αὐτὰ μέρη ἑκατέρα ἑκατέρα. ἐστω γὰρ τὸ αὐτὸ μέρος
ἢ τὰ αὐτὰ μέρη τὴν ΑΒ ἡ ΓΔ ἢ τὴν ΕΖ. καὶ ἐπεὶ ἐστιν
ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν Κ. ἐστιν
ἄρα καὶ ἀνάπαλιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ οὕτως ἡ Κ
πρὸς τὴν ΗΘ. καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ
οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς τὴν
ΑΒ οὕτως ἡ ΓΔ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. καὶ ἐστιν ἡ ΓΔ τῆς
ΑΒ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἃ ἐστιν ἡ Κ τῆς ΗΘ.



Ἐὰν θύρας καὶ ἀβ. βε. ἐπὶ λβάσεις ὦσι
ἴσαι γὰρ ζβ. βη. λείπουσι τὴν αβ. βε.
ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ
ἴσας γωνίας. τουτέστιν ὅτι ἡ γε
πρὸς τὴν βε. οὕτως ἐστὶν ἡ βη.
πρὸς τὴν βζ. οὕτως ἐστὶ καὶ ἡ βη.
πρὸς τὴν βε. ἐπεὶ γὰρ ἡ γε. πρὸς τὴν
βζ. οὕτως ἐστὶν ἡ βη. πρὸς τὴν βε.
ἀλλ' ὡς μὲν ἡ γε. πρὸς τὴν βζ. οὕτως
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γε. πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
γεβ. ὡς δὲ ἡ βη. πρὸς τὴν βε. οὕτως
ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ. πρὸς τὸ
ὑπὸ τῶν αβε. καὶ ὡς ἄρα ἡ γε. πρὸς
τὴν βζ. οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ.
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αβε. πάλιν ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ βη. τῇ βε. ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ γε. πρὸς τὴν βη. οὕτως ἡ γε.
πρὸς τὴν βε. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ γε. πρὸς
τὴν βη. οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γε.
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν γηβ. ὡς δὲ ἡ γε.
πρὸς τὴν βε. οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν
γηβ. πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αβε. καὶ ὡς
ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς γε. πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
γηβ. οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν γηβ.
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αβε. ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γε. τῷ ὑπὸ τῶν γηβ.
καὶ κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν
γηβ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γε. μετὰ τοῦ
ὑπὸ τῶν γηβ. ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν
γηβ. μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αβε. ἀλλὰ τὸ
μὲν ὑπὸ τῶν γηβ. μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν
αβε. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὸ
γὰρ ὑπὸ τῶν γηβ. μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν
αβε. ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γηβ. μετὰ
τοῦ ὑπὸ τῶν ηβ. αγ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν
γηβ. μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ηβ. αγ. ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς
γε. ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γα. αε.
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γε. τοῦ ἀπὸ τῆς αε.
μεῖζόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς γα. τὸ ἄρα
ἀπὸ τῆς γε. τοῦ ἀπὸ τῆς αε. μεῖζόν
ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς γα. ἐὰν ἄρα θύρας
καὶ ἀβ. βε. ἐπὶ λβάσεις ὦσι ἴσαι
γὰρ ζβ. βη. λείπουσι τὴν αβ. βε.
ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ
ἴσας γωνίας. καὶ ἐστὶν ὡς ἡ αβ. πρὸς
τὴν βε. οὕτως ἡ βη. πρὸς τὴν βζ. λείπουσα
ἄρα ἐστὶν ἴση ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γε.
τοῦ ἀπὸ τῆς αε. μεῖζον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς γα. τὴν ἐπὶ τὰς λείπουσας τῇ

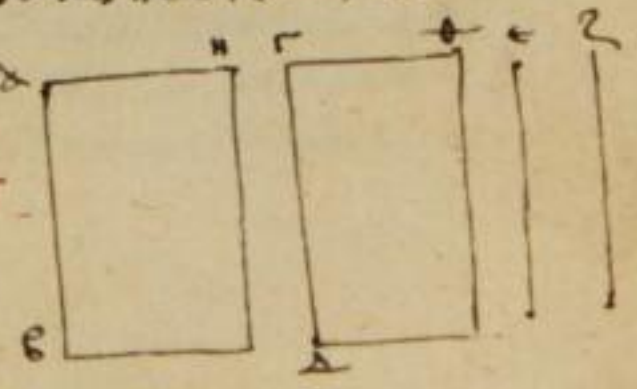
ιε΄

16

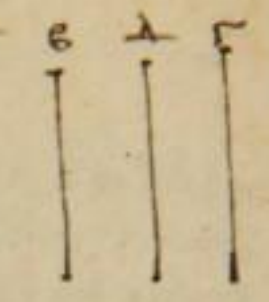
ἀντιπέπονθασιν αἱ πλευραὶ
αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τοῦτ
ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ
οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ· καὶ ἐπεὶ
παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΒ τῇ ΕΔ· ἴσον ἄρα ἐστὶ
καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΕΔ· ἐστὶ δὲ καὶ τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΖΓ ἴσον· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς
ἐστὶ βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ταῖς ΒΓ ΔΖ· καὶ τὸ ΑΕΔ ἄρα
τρίγωνον τῷ ΑΖΓ ἐστὶν ἴσον· ἔστιν ἄρα
ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· οὕτως καὶ τὸ ΑΖΓ
τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΔ· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ,
οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ· ὡς δὲ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ,
οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ,
οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΒ· τῶν ΑΒΓ ΑΔΖ τριγώνων ἄρα ἀντιπέπονθασιν
αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπόνθασιν
αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΓΑ πρὸς
τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΒ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΖ τριγώνῳ· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ
ΒΖ ΔΖ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς
ΑΒ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς
τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· ὡς δὲ ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως τὸ ΑΔΖ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ,
οὕτως τὸ ΑΔΖ πρὸς τὸ ΒΑΔ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΓ ΑΔΖ
τριγώνων πρὸς τὸ ΒΑΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΖ· ἔστω παράλληλος καὶ ἰσογώνιον
ἔχοντα τὰ τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΑΔΖ, ὑπαλλάξ αἱ
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΖ ΔΖ· ὅτι ἴσον ἐστὶ
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΖ· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΖ ΔΖ· ἐπεὶ οὖν
ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΖ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΑΔΖ· καὶ ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΖ τρίγωνον
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΖ τριγώνῳ· ἀντιπεπόνθασιν
αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΖ ΔΖ·

ιε' ἐὰν τρία εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ἀπ' αὐτῶν παραλληλόγραμον
ἰσογώνιον, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ ἐὰν τὸ ἀπὸ τῶν
τριῶν εὐθειῶν παραλληλόγραμον ἰσογώνιον ἴσον ᾖ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς
μέσης, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ἔστω τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον
αἱ ΑΒ ΓΔ ΕΖ· ὅτι τὸ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ ΕΖ παραλληλόγραμον ἰσογώνιον
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ· ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς
ΓΔ τετράγωνον τὸ ΓΗ, ἀπὸ δὲ τῶν ΑΒ ΕΖ παραλληλόγραμον ἰσογώνιον
τὸ ΜΝ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΜΝ παραλληλόγραμον τῷ ΓΗ τετραγώνῳ·

πρὸς τὴν Ζ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α Β Ζ περιεχόμενον
ἰσογώνιόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν Α Β Γ περιεχομένῳ
ἀναγραφέντι πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ ὁμοίως
κειμένῳ τῷ ΔΕ. ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς ἡ Α Β πρὸς
τὴν Γ Δ οὕτως ἡ Δ Ε πρὸς τὴν Ζ, ἴσον δὲ τὸ
μὲν ὑπὸ τῶν Α Β Γ τῷ Γ Δ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Δ Ε Ζ
τῷ Ε, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α Β πρὸς τὴν Γ Δ οὕτως
τὸ Γ Δ πρὸς τὸ Ε. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Α Β πρὸς τὴν
Γ Δ οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α Β πρὸς τὸ
ὑπὸ τῶν Α Β Γ, ὡς δὲ τὸ Γ Δ πρὸς τὸ Ε οὕτως
ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β Γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
Α Β Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α Β πρὸς τὸ ὑπὸ
τῶν Α Β Γ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Β Γ πρὸς τὸ
ὑπὸ τῶν Α Β Ζ· ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς Α Β τῷ
ἀπὸ τῆς Α Η, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Α Β Γ τῷ ὑπὸ τῶν
Α Η Θ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Α Β Ζ τῷ ὑπὸ τῶν Α Η Κ·
καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α Η πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
Α Η Θ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Η Θ πρὸς τὸ ὑπὸ
τῶν Α Η Κ· ἴσογώνια γάρ ἐστι τὰ παραλληλόγραμμα
διὰ τὸ ἰσογωνίων τῶν παραλληλογράμμων
ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας
γωνίας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α Η πρὸς τὴν Α Θ οὕτως
ἡ Α Θ πρὸς τὴν Α Κ· ἴσον δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν
Α Η Κ τῷ Η, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Α Θ Κ τῷ Θ· ἔστιν
ἄρα ὡς ἡ Α Η πρὸς τὴν Α Θ οὕτως τὸ Η πρὸς
τὸ Θ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Α Η πρὸς τὴν Α Θ οὕτως
ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α Η πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Η Θ,
ὡς δὲ τὸ Η πρὸς τὸ Θ οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ
τῶν Α Η Κ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Θ Κ· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ἀπὸ τῆς Α Η πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Η Θ οὕτως
τὸ ὑπὸ τῶν Α Η Κ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Θ Κ· ἴσον
δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Η Θ τῷ ὑπὸ τῶν Α Β Γ,
τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Α Η Κ τῷ ὑπὸ τῶν Α Β Ζ· καὶ
ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Α Β Γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
Α Θ Κ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Β Ζ πρὸς τὸ ὑπὸ
τῶν Α Θ Κ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ὑπὸ τῶν Α Β Γ,
Α Β Ζ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Θ Κ τὸν αὐτὸν ἔχει
λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β Γ τῷ ὑπὸ
τῶν Α Β Ζ· ἴσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ περιεχόμενον
ὑπὸ τῶν Α Β Ζ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν Α Β Γ·
ἴσον δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Β Γ τῷ ἀπὸ τῆς Γ Δ,
τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Α Β Ζ τῷ ἀπὸ τῆς Δ Ε· καὶ τὸ
ἀπὸ τῆς Γ Δ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Δ Ε·
καὶ ἡ Γ Δ ἄρα τῇ Δ Ε ἐστὶν ἴση· καὶ ἔστιν ἡ
μὲν Γ Δ τῇ Α Η ἴση, ἡ δὲ Δ Ε τῇ Α Κ· καὶ
ἡ Α Η ἄρα τῇ Α Κ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ Α Θ
ἑκατέρᾳ τῶν Α Η, Α Κ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνια
γάρ ἐστι τὰ παραλληλόγραμμα διὰ τὸ ἰσογωνίων
τῶν παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ
αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α Η
πρὸς τὴν Α Θ οὕτως ἡ Α Θ πρὸς τὴν Α Κ· ἴσον
δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Η Κ τῷ Η, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν
Α Θ Κ τῷ Θ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α Η πρὸς τὴν Α Θ
οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Α Η πρὸς
τὴν Α Θ οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α Η πρὸς
τὸ ὑπὸ τῶν Α Η Θ, ὡς δὲ τὸ Η πρὸς τὸ Θ οὕτως
ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Η Κ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
Α Θ Κ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α Η πρὸς τὸ ὑπὸ
τῶν Α Η Θ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Η Κ πρὸς τὸ
ὑπὸ τῶν Α Θ Κ· ἴσον δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Η Θ
τῷ ὑπὸ τῶν Α Β Γ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Α Η Κ τῷ
ὑπὸ τῶν Α Β Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Α Β Γ
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Θ Κ οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν
Α Β Ζ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Θ Κ· ἑκάτερον ἄρα
τῶν ὑπὸ τῶν Α Β Γ, Α Β Ζ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
Α Θ Κ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ
ὑπὸ τῶν Α Β Γ τῷ ὑπὸ τῶν Α Β Ζ· ἴσογώνιον
ἄρα ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Α Β Ζ τῷ
περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν Α Β Γ καὶ ἔστι τὸ



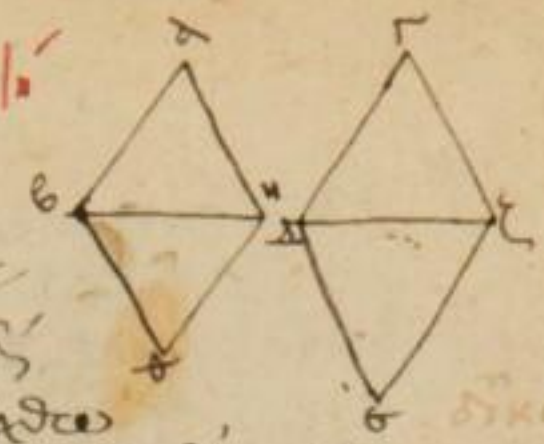
ιζ



ἐπὶ τῶν δ' κέρων πεζικὸν μέρος ὀρθογώνιον,
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μίσων πεζικοῦ
ὀρθογωνίου. αἱ τὶ ἄρα δύο δυνάμεις ἀνάλογον
ἔσονται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ ε' ἀν δύο δυνάμεις ἀνάλογον ὦσι, τὸν ὑπὸ τῶν δ' κέρων πεζικὸν μέρος
ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμίσους τῶν ἀνίσων. ἔστω
τὸν ὑπὸ τῶν δ' κέρων πεζικὸν μέρος ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς
ἡμίσους τῶν ἀνίσων αἱ δύο δυνάμεις ἀνάλογον ἔστωσαν αἱ δ' κέρω
τεῖς δ' θείας ἀνάλογον. αἱ αὐτ βγ. ὡς ἡ αε πρὸς τὴν βγ οὕτως
ἡ βγ πρὸς τὴν γ. λέγω ὅτι τὸν ὑπὸ τῶν αε πρὸς τὴν βγ ὀρθογώνιον
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμίσους τῶν δ' κέρων. κείσθω γὰρ τῆς αβ
ἡμίσεια ἡ βδ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε. καὶ διὰ τοῦ ε τῇ βγ παράλληλος
ἤχθω ἡ εζ. καὶ διὰ τοῦ γ τῇ δε παράλληλος ἤχθω ἡ γζ. καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ δβ. ἀλλὰ τῇ μὲν δβ ἴση ἐστὶν ἡ δε. τῇ δὲ δε ἴση
ἐστὶν ἡ ζγ. καὶ τῇ ζγ ἄρα ἡ δα ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ αε.
ὅλη ἄρα ἡ δε ἴση ἐστὶ τῇ ζα. ἀλλὰ τῇ μὲν δε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν
αε βγ. τῇ δὲ ζα ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αε βγ. καὶ τὸ ὑπὸ τῶν αε βγ
ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν δ' κέρων πεζικῷ μέρει ὀρθογωνίῳ. καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βδ τῇ δα. ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν αε βγ τῷ ὑπὸ
τῶν βδ βγ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν αε βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν δ'
κέρων πεζικῷ μέρει ὀρθογωνίῳ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν βδ βγ ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς βδ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν δ' κέρων πεζικὸν μέρος
ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμίσους τῶν ἀνίσων. ἐὰν δὲ τὸ
ὑπὸ τῶν δ' κέρων πεζικὸν μέρος ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ἡμίσους τῶν ἀνίσων. αἱ δ' κέρω τεῖς δ' θείας ἀνάλογον ἔσονται.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη' α' πολλῶν δοθεισῶν δυνάμεων. τῶν δοθεισῶν δυνάμεων ὁμοίων τὸ
καὶ ὁμοίως κειμένων δυνάμεων ἀναγράψαι ἑξαπλῆ

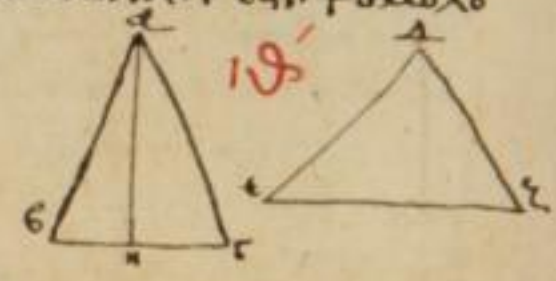


ιβ'

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι αἱ αβ γδ, τῆς δὲ αβ μείζων ἔστω ἡ αβ, δυνατὸν δέ ἐστιν ἐν τῇ αβ εὐθείᾳ τῇ γδ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν τὴν αε. καὶ ἤχθω τῷ ε σημείῳ πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ ἡ εζ, καὶ κείσθω ἑκατέρᾳ τῶν γδ εζ ἴση ἡ εη, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αη. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ γδ δε ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς εη εζ, καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ δ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ ε ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ γε βάσει τῇ ζδ ἴση ἐστίν· καὶ τὸ γεδ τρίγωνον τῷ εζδ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται· ἑκατέρα ἄρα ἑκατέρᾳ· ἡ ὑπὸ δζε τῇ ὑπὸ δεζ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ δεζ τῇ ὑπὸ αεη ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ ἡ ὑπὸ αεη ἄρα τῇ ὑπὸ δζε ἐστὶν ἴση· ἡ ὑπὸ δζε ἄρα ὀρθή ἐστιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ αεη τῇ ὑπὸ δζε· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ δζε· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ αεη· ἴσαι ἄρα αἱ ὑπὸ δζε αεη γωνίαι· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ζε ἐπὶ δύο εὐθείας τὰς αβ γδ ἐμπεσοῦσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ τὰς ὑπὸ αεη δζε· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ· ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ γ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ αβ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ γδ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

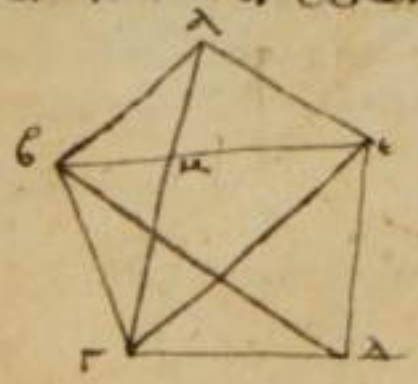
Τὰ ὅμοια δίγωνα πρὸς ἄλληλα εἰς πλείονα μὲν ὁμοῖα δίγωνα διαιρεῖται καὶ ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμοίως κείμενα, ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν τῇ πρὸς τῷ ε γωνίᾳ ἴσην, καὶ τὴν μὲν αβ τῇ εζ ἀνάλογον εἶναι, τὴν δὲ βγ τῇ ζη, καὶ τὴν γδ τῇ ηθ, καὶ ἔτι τὴν δα τῇ θε· εἰς δὲ τρίγωνα οὐ διαιρεῖται· ἔστω δίγωνα ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ αβγδ εζηθ, ἴσην ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν τῇ πρὸς τῷ ε γωνίᾳ, καὶ ἔστω ὡς μὲν ἡ αβ πρὸς τὴν εζ, οὕτως ἡ βγ πρὸς τὴν ζη, ὡς δὲ ἡ γδ πρὸς τὴν ηθ, οὕτως ἡ δα πρὸς τὴν θε· λέγω ὅτι εἰς πλείονα μὲν ὁμοῖα δίγωνα διαιρεῖται καὶ ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμοίως κείμενα, ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν τῇ πρὸς τῷ ε γωνίᾳ ἴσην, καὶ τὴν μὲν αβ τῇ εζ ἀνάλογον εἶναι, τὴν δὲ βγ τῇ ζη, καὶ τὴν γδ τῇ ηθ, καὶ ἔτι τὴν δα τῇ θε· εἰς δὲ τρίγωνα οὐ διαιρεῖται· ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ βδ καὶ ἡ ζθ· καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγδ δίγωνον τῷ εζηθ δικαίῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ βαδ γωνία τῇ ὑπὸ ζεθ· καὶ ἐστὶν ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν εζ, οὕτως ἡ δα πρὸς τὴν θε· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν εζ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν ζε· ἴση ἄρα ἡ βα τῇ αε· ἴσαι ἄρα καὶ αἱ ὑπὸ αβδ αεθ γωνίαι· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ αβδ γωνία τῇ ὑπὸ αεθ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αβγ τῇ ὑπὸ αεζ ἴση, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ γβδ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ζεθ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ βγδ τῇ ὑπὸ εζθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ γδβ ἄρα τῇ ὑπὸ ζθε ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ βγδ τρίγωνον τῷ εζθ τριγώνῳ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ βδα γωνία τῇ ὑπὸ εθζ, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ αδθ τῇ ὑπὸ ζθδ ἐστὶν ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ βδθ ὅλῃ τῇ ὑπὸ εθδ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ βγθ τῇ ὑπὸ εζθ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ εζθ τῇ ὑπὸ βγδ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ βγδ ἄρα τῇ ὑπὸ βγθ ἐστὶν ἴση, ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα εἰς τρίγωνα διαιρεῖται τὰ ὅμοια δίγωνα πρὸς ἄλληλα· εἰς πλείονα ἄρα μὲν ὁμοῖα δίγωνα διαιρεῖται καὶ ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμοίως κείμενα, ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν τῇ πρὸς τῷ ε γωνίᾳ ἴσην, καὶ τὴν μὲν αβ τῇ εζ ἀνάλογον εἶναι, τὴν δὲ βγ τῇ ζη, καὶ τὴν γδ τῇ ηθ, καὶ ἔτι τὴν δα τῇ θε· εἰς δὲ τρίγωνα οὐ διαιρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ



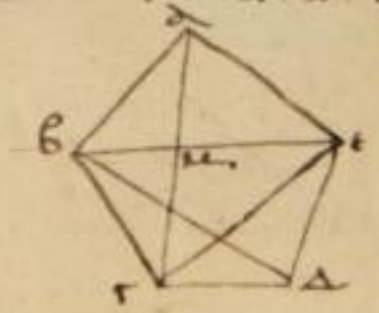
πγ΄ ϛ΄ Καὶ τοῦ φαυλοτάτου ὀρθογωνίου δυνατὸν εὑρεῖν τρίγωνον ἰσοσκελὲς ἀμβλυγώνιον, ὥστε τὴν μὲν ὑποτείνουσαν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν δύνασθαι τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν πλευρῶν ὑπερέχουσαν τῷ ἀφ' ἑαυτῆς τετραγώνῳ, τὴν δὲ ἐπὶ τῆς βάσεως τῶν ἴσων τοῦ τριγώνου τοῦ ἀμβλυγωνίου τετραπλασίονα λόγον ἔχειν ἤπερ ἔχει τὸ τετράγωνον ἐφ' ἑαυτὸ τοῦ ἐλάττονος τῶν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς περιφερείας τῆς ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ

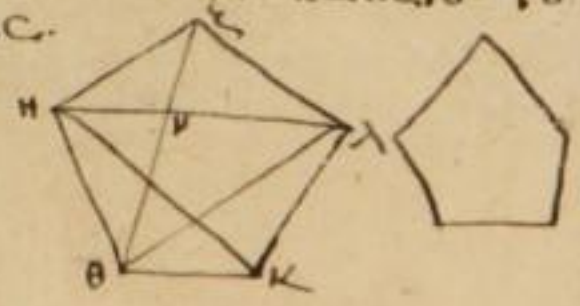
ἴσα τὸ ΑΗΖ· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον
πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ
πρὸς τὴν ΖΗ· ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΗ. ΓΗ. ΚΗ. ΛΗ. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν
ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον τῷ ΖΗΘΚΛ πολυγώνῳ, ἴσον δὲ
ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΛ· καί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ,
οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΛ· ἐπισυνῳδὸν ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒΗ ΕΑΗ
εἰσὶ τρίγωνα τοῖς ΖΗΘ ΛΖΗ τριγώνοις ἀνάλογον· ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΖΗ, καὶ ἡ ΗΕ πρὸς
τὴν ΗΛ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΗΘ, καὶ
ὅμοιον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΘ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ
ὑπὸ ΓΗΕ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΚΗΛ· καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα
τῶν ΑΒΓΔΕ ΖΗΘΚΛ πολυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία τῇ ὑπὸ
ΗΘΚ· ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν αὐτῶν πολυγώνων ἴση
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΘΚΛ· ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἡ μὲν ὑπὸ ΒΓΔ
τῇ ὑπὸ ΗΘΚ ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΘΚΛ, καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΕ ἄρα
τῇ ὑπὸ ΚΗΛ ἐστὶν ἴση· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΗΕ, οὕτως ἡ ΘΗ
πρὸς τὴν ΗΛ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΗΑ, οὕτως ἡ ΗΛ
πρὸς τὴν ΗΖ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΗΑ, οὕτως ἡ ΘΗ
πρὸς τὴν ΗΖ· καὶ ἐναλλάξ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως
ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΖ· ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΗΘ· λοιπὸν
ἄρα τὸ ΑΒΗΓ τετράπλευρον τῷ ΖΗΘΚ τετραπλεύρῳ ἴσον ἐστίν·
ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ
τρίγωνον τῷ ΖΗΘ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΗΓΔΕ πολύγωνον τῷ ΖΗΘΚΛ
πολυγώνῳ ἴσον ἐστίν· διπλασίονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ
ἤπερ τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.



Κ΄

ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, τὴν ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, καὶ ἔτι τὴν ΖΚ πρὸς τὴν ΘΛ, λοιπὴ ἄρα τὴν ΕΖ πρὸς λοιπὴν τὴν ΗΘ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ὃν ὅλη ἡ ΑΚ πρὸς ὅλην τὴν ΓΛ. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τετράγωνον τῷ ΓΔ τετραγώνῳ· ὅμοιον δὲ καὶ τὸ ΕΖ τετράγωνον τῷ ΗΘ τετραγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. ὡς δὲ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς τὴν ΘΛ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς τὴν ΘΛ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΚ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΘΛ. ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΚ, οὕτως τὸ ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ΖΚ τετράγωνον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ΖΚ τετράγωνον, οὕτως τὸ ΓΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ΘΛ τετράγωνον· καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ΓΔ τετράγωνον, οὕτως τὸ ΖΚ τετράγωνον πρὸς τὸ ΘΛ τετράγωνον. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΚ πολύγωνον τῷ ΓΛ πολυγώνῳ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΚ πολύγωνον πρὸς τὸ ΓΛ πολύγωνον ἀπὸ ὁμολόγου πλευρᾶς πρὸς ὁμόλογον πλευράν, τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· καὶ τὰ ἄρα ἡμίση τὰ ΑΚ πολύγωνα πρὸς τὰ ΓΛ πολύγωνα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΔΗ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΑΚ πολύγωνον πρὸς τὸ ΓΛ πολύγωνον· ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΔΗ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πλευρὰ πρὸς ὁμόλογον πλευρὰν τὴν ΓΔ· ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα· καὶ τὸ ΑΚ ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ΓΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πλευρὰ πρὸς ὁμόλογον πλευρὰν τὴν ΓΔ. διπλασίονα δὲ λόγον ἔχει ἡ περίμετρος τοῦ ΑΚ πολυγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΓΛ πολυγώνου· ἴσον γάρ ἐστιν ἕνα τῶν ἑνὶ τῶν ἄλλων πολυγώνων· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΑΚ πολυγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΓΛ πολυγώνου. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΚ πολύγωνον πρὸς τὸ ΓΛ πολύγωνον, ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΑΚ πολυγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΓΛ πολυγώνου, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ΑΚ πολύγωνον πρὸς τὸ ΓΛ πολύγωνον, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΑΚ πολυγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΓΛ πολυγώνου. διπλασίονα ἄρα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πλευρὰ πρὸς ὁμόλογον πλευρὰν τὴν ΓΔ ὁ τοῦ ΑΚ πολυγώνου πρὸς τὸ ΓΛ πολύγωνον. καὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα· ὅμοια δὲ τὰ πολύγωνα εἰς ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ὁμολόγους τοῖς ὅλοις. καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις.

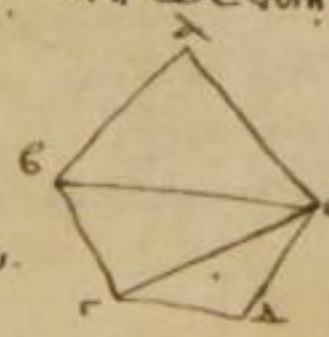


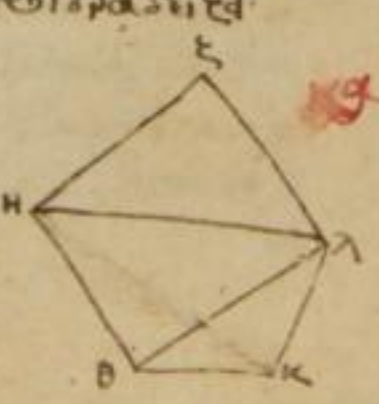


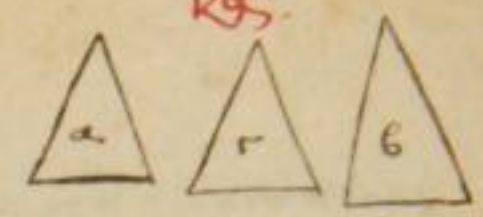
Καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον. Διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ
ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευρὰν ὃ προέδειξεν.
Ἐπεζεύχθωσαν καὶ ἐπὶ τῶν ὁμοίων τριγώνων συσταθήσονται ὅτι καὶ
διπλασίονα λόγον ἔχει τὸ ὁμόλογον πλευρὰ ἐδείχθη καὶ ἐπὶ τῶν ἐν τοῖς
αὐτοῖς ἄρα τοῖς τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα ἔχει πρὸς ἄλληλα
διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.
Καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ
πρὸς τὴν ΖΗ. ἔστω τοίνυν τῶν ΑΒ, ΖΗ τρίτη ἀνάλογον λαμβανομένη ἡ Ξ. ἤτοι
ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς Ξ ἢ μείζων. ἐλάττων ἔστω πρότερον καὶ τῷ μὲν
ΖΗΘΚΛ πολυγώνῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον συνεστάτω τὸ ΜΝΟΠΡ
πολύγωνον τῷ δὲ ΑΒΓΔΕ πολυγώνῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον συνεστάτω
τὸ ΣΤΥΦΧ πολύγωνον. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ
πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν Ξ. καὶ ὡς
ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν Ξ οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ. πάλιν ἐπεὶ ὅμοιόν
ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ τῷ ΣΤΥΦΧ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΣΤ οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς
τὴν ΤΥ καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΥΦ καὶ ἔτι ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΦΧ καὶ ἡ ΕΑ πρὸς τὴν
ΧΣ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΣΤ οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΣΤ. καὶ ὡς ἄρα
ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΣΤ οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΤΥ καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΥΦ καὶ ἔτι ἡ ΔΕ
πρὸς τὴν ΦΧ καὶ ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΧΣ. πάλιν ἐπεὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως
ἐστὶν ἡ ΒΓ πρὸς τὴν Ξ. ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν Ξ οὕτως ἐστὶν ἡ ΤΥ πρὸς τὴν
ΣΤ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ ΤΥ πρὸς τὴν ΣΤ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΖΗ οὕτως καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ καὶ ἔτι ὡς ἡ ΤΥ πρὸς τὴν ΣΤ
οὕτως καὶ τὸ ΣΤΥΦΧ πρὸς τὸ ΜΝΟΠΡ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ
οὕτως τὸ ΣΤΥΦΧ πρὸς τὸ ΜΝΟΠΡ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ
ΣΤΥΦΧ οὕτως τὸ ΖΗΘΚΛ πρὸς τὸ ΜΝΟΠΡ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔΕ τῷ ΣΤΥΦΧ ὅμοιον
καὶ τὸ ΖΗΘΚΛ ἄρα τῷ ΜΝΟΠΡ ὅμοιον ἐστίν. ἀλλὰ μὴν καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς
ἐστίν. ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τῇ ΖΗ ὁμόλογος οὖσα τρίτη ἀνάλογον λαμβανομένη
ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς Ξ. καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΖΗ ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα
εὐθύγραμμα ἀναγραφόμενα τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα ἀναγραφόμενα
ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἀλλὰ δὴ τῶν ΑΒ, ΖΗ τρίτη ἀνάλογον λαμβανομένη ἡ Ξ ἔστω πρότερον
ἐλάττων ἡ ΒΓ τῆς Ξ. καὶ τῷ μὲν ΖΗΘΚΛ πολυγώνῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον
συνεστάτω τὸ ΜΝΟΠΡ πολύγωνον τῷ δὲ ΑΒΓΔΕ πολυγώνῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως
κείμενον συνεστάτω τὸ ΣΤΥΦΧ πολύγωνον. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ
οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς
τὴν Ξ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν Ξ οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ. πάλιν
ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ τῷ ΣΤΥΦΧ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΣΤ οὕτως
ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΤΥ καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΥΦ καὶ ἔτι ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΦΧ καὶ ἡ ΕΑ
πρὸς τὴν ΧΣ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΣΤ οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΣΤ. καὶ ὡς
ἄρα ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΣΤ οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΤΥ καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΥΦ καὶ ἔτι ἡ
ΔΕ πρὸς τὴν ΦΧ καὶ ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΧΣ. πάλιν ἐπεὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως
ἐστὶν ἡ ΒΓ πρὸς τὴν Ξ. ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν Ξ οὕτως ἐστὶν ἡ ΤΥ πρὸς τὴν
ΣΤ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ ΤΥ πρὸς τὴν ΣΤ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΖΗ οὕτως καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ καὶ ἔτι ὡς ἡ ΤΥ πρὸς τὴν ΣΤ
οὕτως καὶ τὸ ΣΤΥΦΧ πρὸς τὸ ΜΝΟΠΡ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ
οὕτως τὸ ΣΤΥΦΧ πρὸς τὸ ΜΝΟΠΡ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒΓΔΕ πρὸς τὸ
ΣΤΥΦΧ οὕτως τὸ ΖΗΘΚΛ πρὸς τὸ ΜΝΟΠΡ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔΕ τῷ ΣΤΥΦΧ ὅμοιον
καὶ τὸ ΖΗΘΚΛ ἄρα τῷ ΜΝΟΠΡ ὅμοιον ἐστίν. ἀλλὰ μὴν καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς
ἐστίν. ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τῇ ΖΗ ὁμόλογος οὖσα τρίτη ἀνάλογον λαμβανομένη
ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς Ξ. καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΖΗ ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα
εὐθύγραμμα ἀναγραφόμενα τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα ἀναγραφόμενα
ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τὰ τοίνυν δοθέντα δύο εὐθύγραμμα
ὅμοια καὶ ἄνισα ἐστὶν
ὅμοια καὶ ἴσα προσευρῆσθαι καὶ δὴ τῶν ΑΒ, ΓΔ.



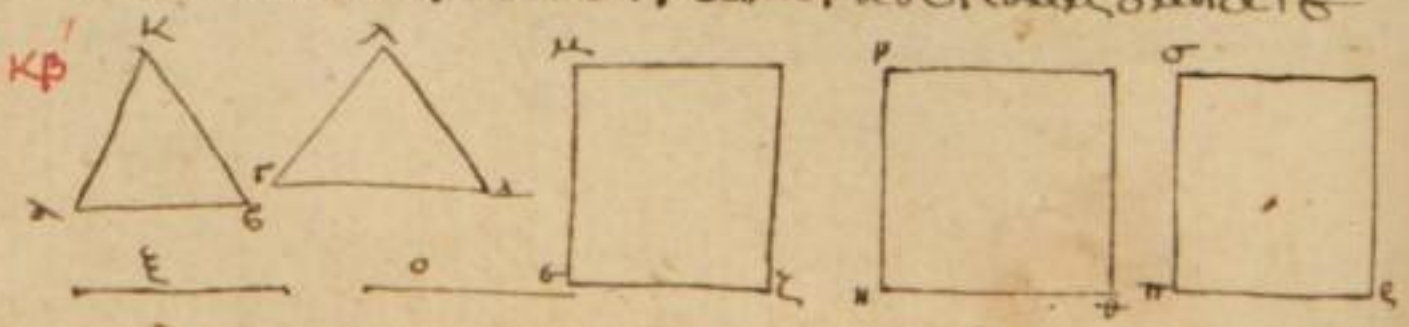


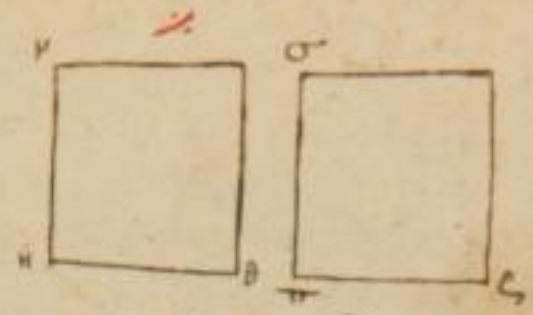


κθ'

λείπω ὁτι καὶ τὸ ἀ. τῷ β. ἐφ' ἑνὸς ὀρθοῦ γωνίου τοῦ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὑπόθεσιν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένου. ἐπεὶ γὰρ ἐν τοῖς ἰσογωνίοις τριγώνοις ἀνάλογόν εἰσιν αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευραί, ἀνάλογον ἔσται ὡς ἡ ὑποτείνουσα τοῦ ἑνὸς πρὸς τὴν ὑποτείνουσαν τοῦ ἑτέρου, οὕτως ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς. ἀλλ' ὡς ἡ ὑποτείνουσα τοῦ ἑνὸς πρὸς τὴν ὑποτείνουσαν τοῦ ἑτέρου, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑνὸς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑνὸς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου, οὕτως ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς. ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑνὸς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀ. τῷ β. ἐφ' ἑνὸς ὀρθοῦ γωνίου τοῦ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὑπόθεσιν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένου ἐστὶν ἴσον, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑνὸς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου, οὕτως τὸ ἀ. πρὸς τὸ β. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑνὸς πρὸς τὸ ἀ., οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου πρὸς τὸ β. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑνὸς πρὸς τὸ ἀ., οὕτως ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς· καὶ ὡς ἄρα ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου πρὸς τὸ β. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου, οὕτως ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς πρὸς τὸ β. καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου πρὸς τὸ β., ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑνὸς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου, οὕτως ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑνὸς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑνὸς ὀρθῆς, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ ἑτέρου πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἑτέρας ὀρθῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'

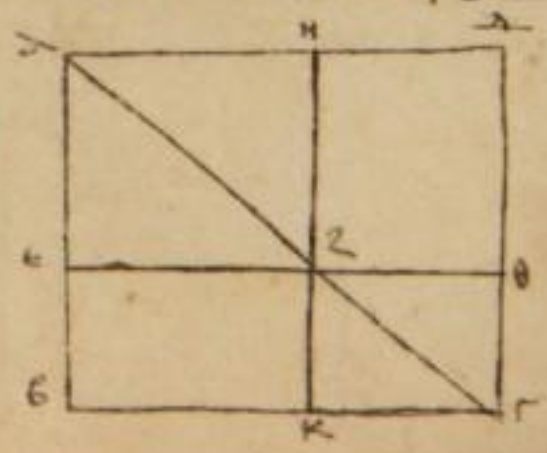




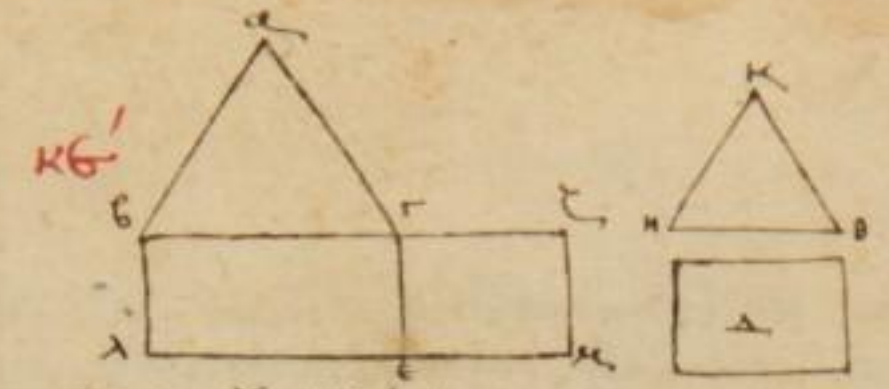
καὶ ὅμοιαι δύνανται ἐφ' ἑαυτῶν. ὁμοίως
ἄρα καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν δυνάμενα
ὅμοιά ἐστι καὶ ὅμοιαι δύνανται ἐφ' ἑαυτῶν. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

Ὁ τῶν ἀσυμμέτρων εὐθειῶν ἡ μὲν μήκει μόνον
σύμμετρος οὖσα τῇ προκειμένῃ ῥητῇ καλεῖται
ῥητὴ καὶ μήκει μόνον σύμμετρος τῇ προκειμένῃ
μήκει τε καὶ δυνάμει· ἡ δὲ δυνάμει σύμμετρος
τῇ προκειμένῃ ῥητῇ καλεῖται ῥητὴ καὶ δυνάμει
σύμμετρος τῇ προκειμένῃ· ἡ δὲ τῇ προκειμένῃ
ῥητῇ ἀσύμμετρος καὶ δυνάμει καὶ πᾶσα ἡ τῇ
προκειμένῃ μέσῃ σύμμετρος μήκει καὶ δυνάμει
καὶ πᾶσα ἡ τῇ προκειμένῃ μέσῃ ἀσύμμετρος
μήκει καὶ δυνάμει καὶ πᾶσα ἡ τῇ προκειμένῃ
μέσῃ σύμμετρος μήκει μόνον καὶ πᾶσα ἡ τῇ
προκειμένῃ μέσῃ ἀσύμμετρος μήκει μόνον καὶ
πᾶσα ἡ τῇ προκειμένῃ μέσῃ ἀσύμμετρος μήκει
καὶ δυνάμει καὶ πᾶσα ἡ τῇ προκειμένῃ μέσῃ
σύμμετρος μήκει καὶ δυνάμει καὶ πᾶσα ἡ τῇ
προκειμένῃ μέσῃ ἀσύμμετρος μήκει καὶ δυνάμει
καὶ πᾶσα ἡ τῇ προκειμένῃ μέσῃ σύμμετρος μήκει
καὶ δυνάμει καὶ πᾶσα ἡ τῇ προκειμένῃ μέσῃ
ἀσύμμετρος μήκει καὶ δυνάμει καὶ πᾶσα ἡ τῇ
προκειμένῃ μέσῃ σύμμετρος μήκει καὶ δυνάμει
καὶ πᾶσα ἡ τῇ προκειμένῃ μέσῃ ἀσύμμετρος
μήκει καὶ δυνάμει καὶ πᾶσα ἡ τῇ προκειμένῃ
μέσῃ

κα΄ Π



κα΄

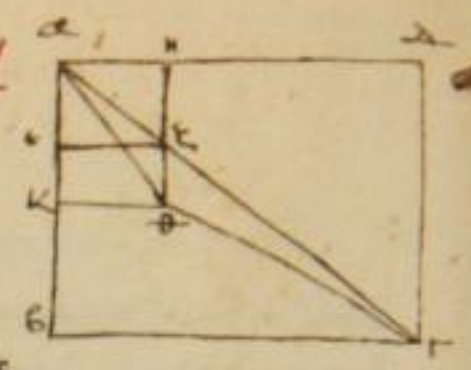


κθ΄

παντὸς δὴ παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις τὰ ὅμοια ἀμφίγραφα. κθ΄

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ αβγδ διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ αδ, περὶ δὲ τὴν αδ παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ εθ, ζκ· λέγω ὅτι ἑκάτερον τῶν εθ, ζκ παραλληλογράμμων ὅμοιόν ἐστι τῷ τε αβγδ καὶ ἀλλήλοις τὸ μὲν γὰρ εθ τῷ αβγδ ὅμοιον ἐστιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ εη τῇ βγ· ἡ γὰρ αδ τὰς εη, βγ παραλλήλους εὐθείας ἐπέζευκεν· καὶ ἡ λη τῇ κγ· καὶ ἡ αλ ἄρα τῇ ακ ἐπιζευχθείσῃ ἐπ' εὐθείας ἐστίν· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ θλ τῇ γδ· ἡ γὰρ αδ τὰς θλ, γδ παραλλήλους εὐθείας ἐπέζευκεν· καὶ ἡ ηλ ἄρα τῇ ηβ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ ηβ τῇ ηγ ἴση· καὶ ἡ ηλ ἄρα τῇ ηγ ἐστὶν ἴση· ἡ ηγ ἄρα τῇ ηλ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ηγ τῇ ηλ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ ηβ τῇ ηγ ἴση· καὶ ἡ ηβ ἄρα τῇ ηλ ἐστὶν ἴση· ἡ ηλ ἄρα τῇ ηβ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ηλ τῇ ηγ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ ηγ τῇ ηβ ἴση· καὶ ἡ ηγ ἄρα τῇ ηβ ἐστὶν ἴση· ἡ ηβ ἄρα τῇ ηγ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ηβ τῇ ηλ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ ηλ τῇ ηγ ἴση· καὶ ἡ ηλ ἄρα τῇ ηγ ἐστὶν ἴση· ἡ ηγ ἄρα τῇ ηλ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ηγ τῇ ηβ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ ηβ τῇ ηλ

κϛ΄

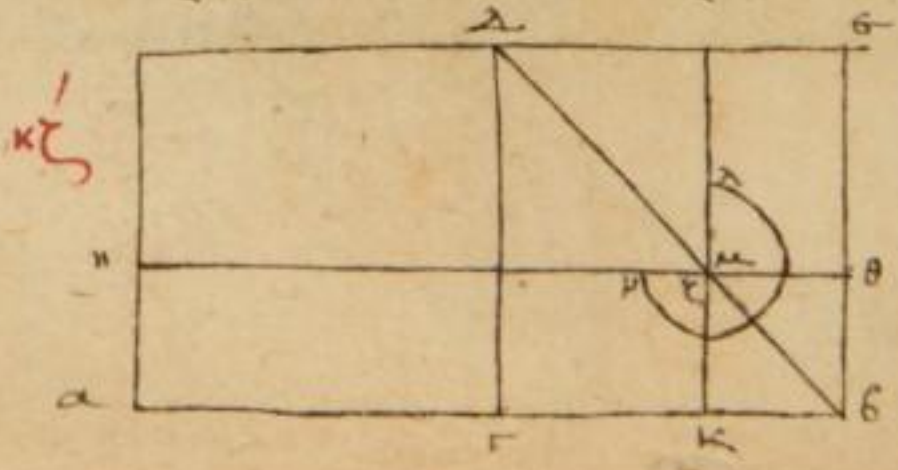


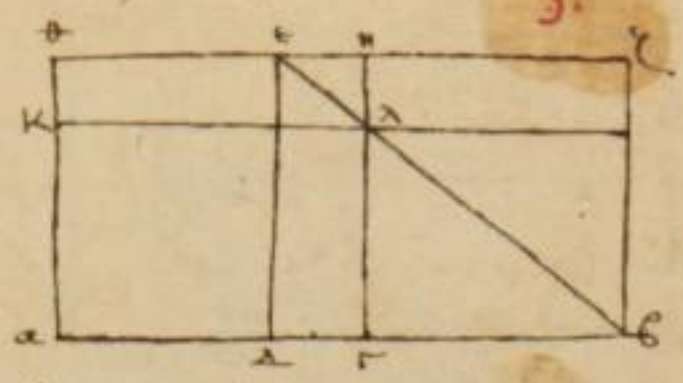
ηβϐ Καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ θ ὁ ὑπὸ τῶν αβ βγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γδ. ὡς δὲ ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν αβγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βγδ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αβγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βγδ, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γδ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αβγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ πρὸς τὴν αγ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν βγδ πρὸς τὴν γδ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν βγδ πρὸς τὴν γδ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς βγ· ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν αβγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν αγβ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αγβ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν αγβ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. ἡ ἄρα αβ τῇ αγ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐστὶν ἡ αγ ἑκατέρα τῶν αδ εβ ἑκατέρᾳ ἄρα τῶν αδ εβ ἴση ἐστίν. ἐὰν ἄρα ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀπὸ τοῦ πέρατος ἑκατέρου τῶν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴσαι, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπιζευχθῶσιν ἴσαι ἀλλήλαις καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κλίνουσαι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἴσαι ἔσονται αἱ ἐπιζευχθεῖσαι ἀλλήλαις καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κλίνουσαι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ΄

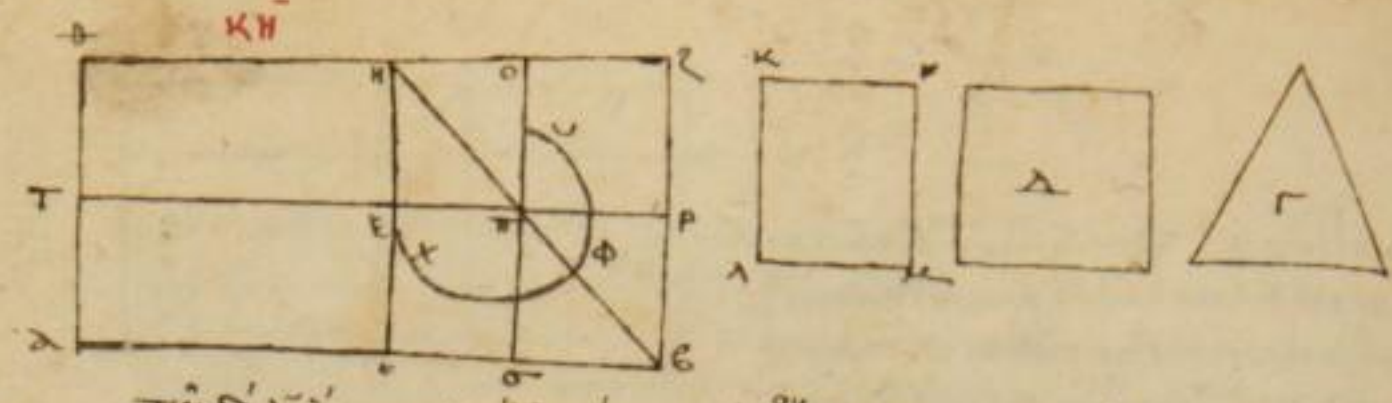
Τῶν αὐτῶν τῶν ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἀπτομένων παραλληλογράμμων ἐκείνων καὶ ἴσων καὶ ὁμοίων καὶ ὁμοίως κειμένων τῶν ἀπὸ τῆς ἡμισείας διαγραφομένων, μείζων ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον τοῦ ἀπὸ τῆς ἑτέρας τμήματος παραβαλλομένου παραλληλογράμμου ὁμοίου ὄντος τε αὐτῷ καὶ ὁμοίως κειμένου· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν αβ εὐθεῖαν τῷ ἀπὸ τῆς αγ τὸ αδ παραλληλόγραμμον· ἐλλείπει δὲ παραλληλογράμμῳ τῷ βδ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς βγ ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· τοῦτο δέ ἐστιν ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν αβ παραβαλλομένων παραλληλογράμμων ἐλλειπόντων παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ βδ, μείζων ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον τὸ αδ τοῦ παρὰ τὴν αβ τὸ ἀπὸ τῆς βγ παραβαλλομένου παραλληλογράμμου ὁμοίου τε καὶ ὁμοίως κειμένου τῷ βδ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αβγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τῷ ἀπὸ τῆς αγ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν αγβ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τῷ ἀπὸ τῆς αβ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν αγβ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ· ἡ ἄρα αβ τῇ αγ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐστὶν ἡ αγ ἑκατέρα τῶν αδ εβ ἑκατέρᾳ ἄρα τῶν αδ εβ ἴση ἐστίν. ἐὰν ἄρα ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀπὸ τοῦ πέρατος ἑκατέρου τῶν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴσαι, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπιζευχθῶσιν ἴσαι ἀλλήλαις καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κλίνουσαι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἴσαι ἔσονται αἱ ἐπιζευχθεῖσαι ἀλλήλαις καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κλίνουσαι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ΄



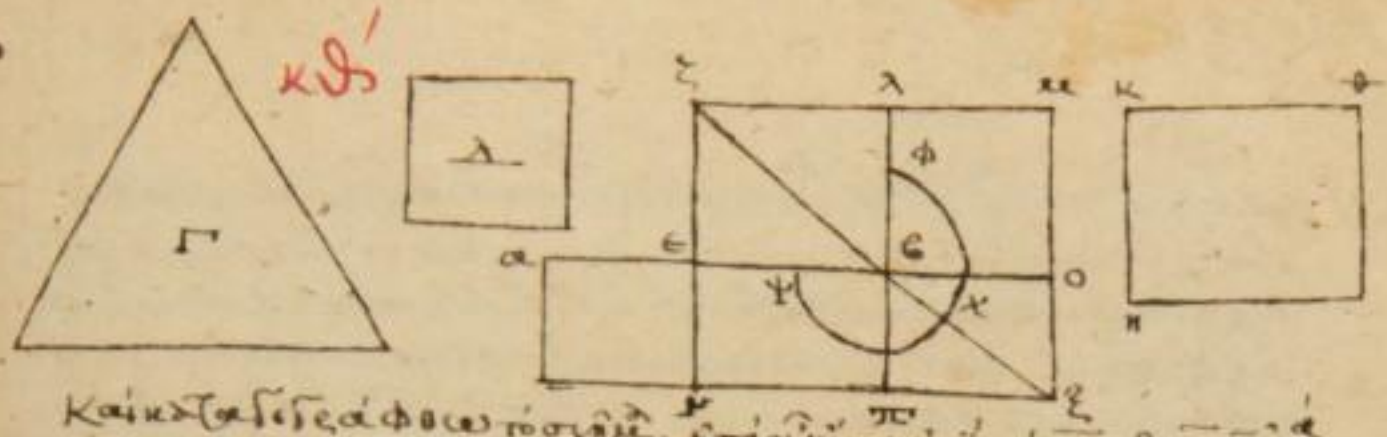


πρὸς ἄρα τὰ πρὸ τῆς ἴσων ἐστὶ τὰ ΑΒΓΔ πρὸς τὰ ΑΒΓΔ παραβολῆς πρὸς τὰ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμων. καὶ ἐπεὶ τῶν ΑΒΓΔ παραλληλογράμμων τὰ μὲν ΑΒΓΔ ἴσα ἐστὶ τοῖς ΑΒΓΔ παραλληλογράμμοις, ὅμοια δὲ καὶ ὁμοίως κείμενα, τὰ ΑΒΓΔ ἄρα πρὸς τὰ ΑΒΓΔ τριπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΑΒΓΔ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΑΒΓΔ ἐστὶ καὶ ὡς τὸ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΑΒΓΔ· καὶ τὸ ΑΒΓΔ ἄρα πρὸς τὸ ΑΒΓΔ τριπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΑΒΓΔ. μείζων δὲ ἡ ΑΒΓΔ τῆς ΑΒΓΔ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΑΒΓΔ τῆς ΑΒΓΔ. ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τῆς ΑΒΓΔ τὸ ΑΒΓΔ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, ἀπὸ δὲ τῆς ΑΒΓΔ τὸ ΑΒΓΔ μεῖζον ἢ τὸ τρίτον μέρος· καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΒΓΔ τῶν λοιπῶν τῶν ΑΒΓΔ ἐλάττονα ἐστὶν ἢ τριπλάσια. ἔστω τὰ ΑΒΓΔ τῶν ΑΒΓΔ ἐλάττονα ἢ τριπλάσια· καὶ ἀνάπαλιν ἄρα τὰ ΑΒΓΔ τῶν ΑΒΓΔ μείζονα ἐστὶν ἢ τριπλάσια. ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τῆς ΑΒΓΔ τὸ ΑΒΓΔ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, ἀπὸ δὲ τῆς ΑΒΓΔ τὸ ΑΒΓΔ μεῖζον ἢ τὸ τρίτον μέρος· καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΒΓΔ τῶν λοιπῶν τῶν ΑΒΓΔ ἐλάττονα ἐστὶν ἢ τριπλάσια. καὶ ἀεὶ τοῦτο δειχθήσεται, ἐπειδὰν ἀπολείπηται ἀριθμός τις τῶν ΑΒΓΔ, ὃς οὐκέτι ἐστὶν ἀριθμὸς τῶν ΑΒΓΔ. ἀπολείπηται ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἀπὸ μὲν τῆς ΑΒΓΔ ἀφῃρήσθω



τῶν δὲ Α ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτῷ ὅσων ἐστὶ δύναται τὸ κλεμ
ἀλλὰ τὸ Δ· τῶν ἄρα β ἑνὸς ὅμοιον καὶ τὸ κεε ἄρα· τῶν β ἑνὸς ὅμοιον ἐστὶ τὸ
οὗ ὁμόλογος ἡ μβ τῇ κλ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἡ δὲ λεε· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ζ· καὶ ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τὸ β
τῷ κεε· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ β τοῦ κεε· μεῖζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μβ τῆς
τῆς κλ· ἡ δὲ ζ τῆς λεε· καὶ διαιρεμένη ἡ κλ τὸν λόγον ὃν ἔχει ἡ ζ τῆς δὲ λεε ἴσον
ἦν δὲ ὁ· καὶ σύνθετον ἐναλλὰξ ἐστὶ τὸ π· ὥστε καὶ ὁλόγραμμον· ἔστιν ἄρα
καὶ ὅμοιον ἐστὶ τὸν π· τῶν κεε· ἀλλὰ τὸ κεε· τῶν β ὅμοιόν ἐστι· καὶ τὸν π
ἄρα· τῶν β ὅμοιον ἐστί· πεῖται γὰρ ἐπὶ τὴν αὐτὴν διαμέτρου ἐστὶ· τὸν π· τῶν
ηβ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ μβ πρὸς ἡν ηβ· καὶ κατὰ διῃρεμένα ἐστὶν ὡς
ἐπὶ ὅλον ἐστὶ τὸν β· τῆς ζ· καὶ ὁ ἀπὸ τῆς μβ ἄρα πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς
ὅλου τοῦ ὀφχυγναμένου· λοιπὸν ἄρα τὸ ζ· ἴσον ἐστὶ τῷ
κοινὸν προσκείσθω· τὸ β· ὅλον ἄρα τὸ ο β· ὅλῳ τῷ ξβ ἴσον ἐστίν·
ἀλλὰ τὸ ξβ· τῷ τε δ ἐστὶν ἴσον· ἐπεὶ καὶ πλευρὰ τῇ βθ ἐστὶν
ἴση· καὶ τὸ τε ἄρα τῷ δ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ξσ· ὅλον
ἄρα τὸ σ· ὅλῳ τῷ φχυγναμένῳ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ φχυγνάμενα μέν ἐστι
ἐν διχθῆναι γ· καὶ τὸ τ· ἄρα τῷ τε ἐστὶν ἴσον· παραβληθὲν ἄρα ἐλλείπει
τῷ αβ· τῷ δὲ θεὶς τῷ δ ὑπερβάλλει εἴδει τῷ τε ἴσον παραλληλόγραμμον
παραβέβληται τὸ τσ· ἐπεὶ οὖν τὰ μὲν παραλληλόγραμμα ἐστὶν ὁ πρὸς ἡμισείᾳ
καὶ τὸ ἀπὸ τὴν δοθεῖσαν δ δὲ θυγατρόμενον τῷ τε ἴσον παραλλη
λόγραμμον παραβληθὲν ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· ὅμοιον
τῷ δοθέντι ἐστὶ· ἐφ' ἡμισείᾳ ἄρα ἐστὶν ἡ δοθεῖσα ἡ αβ· τὸ δὲ δοθὲν παραλλη
λόγραμμον τὸ δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν τὸ τε ὅμοιον δὲ τῷ
τὸ δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν αβ δοθεῖσαν· ὡς τὸ θυγατρόμενον ἴσον παραλ
ληλόγραμμον παραβληθὲν ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· ὅμοιον
τῷ δ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν αβ διχ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τ
θ β· τὸ δ· ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τῷ ἀπὸ τῆς ε· καὶ ἐπεὶ ὑπερβάλλον ἐστὶ τὸ ζ·
καὶ ἐπεὶ ὑπερβάλλον ἐστὶ τὸ ζ· ἴσον· τὸ δὲ δ ὅμοιον· καὶ ὁμοίως
κείμενον τῷ αὐτῷ ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ζ· τῷ τὸν θ· ὁμόλογος δὲ ἡ ζω· τῇ κθ· τὸ
ζλ· ἡ δὲ κη· τῇ ζε· καὶ ἐπεὶ μεῖζον ἐστὶ τὸν θ· τοῦ ζ· μεῖζων ἄρα ἐστὶ
ἡ μβ· τῆς ζλ· ἡ δὲ κη· τῆς ζε· ἐκβεβλήσθω αὐτῇ ζε· ἴση ἡ ζω
ἡ κθ· ἴση ἐστὶ τῇ ζλ· τὴν δὲ κη τῇ ζε· ἴσον ἦν τὸ θ· τῷ ζ· καὶ ἐστὶν ὡς
ἡ μβ πρὸς τὴν κθ· τὴν ζλ· ἡ δὲ κη· τὴν ζε· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ μβ πρὸς τὴν
κθ· ἴσον ἐστὶ τὸ ζ· τῷ ζω· καὶ ἐστὶν ἴσον ἐστὶ τὸ θ· τῷ ζ· καὶ ἐστὶν ἄρα

κθ΄

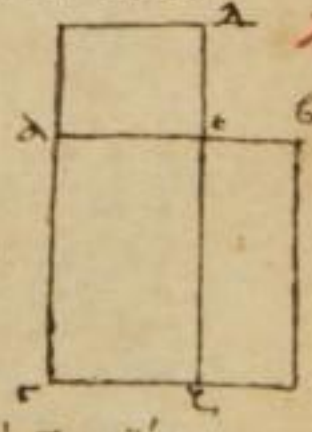


Καὶ κατεσκευάσθω τοῦ σχ̄ε. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ηθ τοῖς ελ̄ε λ̄ζ
τὸ δὲ θ τῷ εῑ ἴσον ἐστί· καὶ τὸ ηε̄ ἄρα τοῖς ελ̄ε· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ηλ πρὸς
ελ̄ οὕτως ἡ ελ̄ πρὸς λ̄ε· καὶ ὡς ἄρα ἡ ηλ πρὸς λ̄ε οὕτως τὸ ηε̄ πρὸς
τὸ ελ̄· καὶ ὡς δὲ ἡ ηλ πρὸς λ̄ε οὕτως τὸ ε̄ πρὸς τὸ ε̄ν· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ηε̄ πρὸς τὸ ελ̄ οὕτως τὸ ε̄ πρὸς τὸ ε̄ν· ἴσον δὲ τὸ ηε̄ τῷ β̄· ἴσον
ἐστὶ καὶ τὸ ε̄ τῷ β̄· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ α̣ν τῷ δ̄· τοῦτ' ἔστι τετρ̄ω· καὶ
περὶ κείσθω τὸ ξ· ὅλον ἄρα τὸ ξ· ἴσον ἐστὶ τῷ φχ̄ ψ̄ τ̄ γνώμονι·
καὶ ὁ φχ̄ ψ̄ γνώμων· τῷ Γ ἴσος ἐστί· τὸ ἄρα ξ· ἄρα τῷ Γ ἴσον ἐστί·
πρὸς τὴν δοθεῖσαν ἄρα δύναμιν, τὴν α̣β· τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ
μείζων ἄρα καὶ ἡ α̣β· ἔστω οὖν ταύτης μείζων ἡ γδ· καὶ ἐπεὶ ἡ γδ
τῆς α̣β μείζων ἐστί· μείζων δὲ καὶ ἡ α̣β τῆς ε̄ζ· καὶ ἡ γδ ἄρα τῆς ε̄ζ
μείζων ἐστί· κείσθω τῇ μὲν γδ ἴση ἡ ηθ· τῇ δὲ ε̄ζ ἴση ἡ ηι· καὶ
κέντρῳ μὲν τῷ η· διαστήματι δὲ τῷ ηθ· κύκλος γεγράφθω ὁ θκλ·
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ηκ· καὶ κείσθω τῷ Δ ἴσον τὸ ε̄ν· καὶ τῷ ε̄ν ἴσον
παραλληλόγραμμον παραβεβλήσθω τῷ ηκ· ἐν τῷ θκλ· κύκλῳ τὸ ηλ·
ἴσον δὲ τὸ ε̄ν τῷ Δ· καὶ τὸ ηλ ἄρα τῷ Δ· ἴσον ἐστί· καὶ ἐπεὶ ἴσον
ἐστὶ τὸ ηε̄ τῷ β̄· τὸ δὲ β̄ τῷ ε̄ν· καὶ τὸ ηε̄ ἄρα τῷ ε̄ν· ἴσον ἐστί·
κοινὸν προσκείσθω τὸ ελ̄· ὅλον ἄρα τὸ ηλ· ἴσον ἐστὶ τοῖς λ̄ε ε̄ν·
ἀλλὰ τὸ ηλ· τῷ Δ· ἐστὶν ἴσον· καὶ τὰ λ̄ε ε̄ν ἄρα τῷ Δ· ἐστὶν ἴσα·
καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ηε̄ τῷ β̄· κοινὸν προσκείσθω τὸ ελ̄· ὅλον ἄρα
τὸ ηλ· ἴσον ἐστὶ τοῖς β̄ ελ̄· ἀλλὰ τὸ ηλ· τῷ Δ· ἐστὶν ἴσον· καὶ τὰ β̄ ελ̄
ἄρα τῷ Δ· ἐστὶν ἴσα· τὸ Δ· ἄρα παραβέβληται τῷ θκλ· κύκλῳ τὰ β̄ ελ̄·
ἐλλείποντα εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ
ηκ· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ηε̄ τῷ β̄· κοινὸν προσκείσθω τὸ ελ̄· ὅλον
ἄρα τὸ ηλ· ἴσον ἐστὶ τοῖς β̄ ελ̄· ἀλλὰ τὸ ηλ· τῷ Δ· ἐστὶν ἴσον· καὶ τὰ
β̄ ελ̄ ἄρα τῷ Δ· ἐστὶν ἴσα· τὸ Δ· ἄρα παραβέβληται τῷ θκλ· κύκλῳ
τὰ β̄ ελ̄· ἐλλείποντα εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως
κειμένῳ τῷ ηκ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

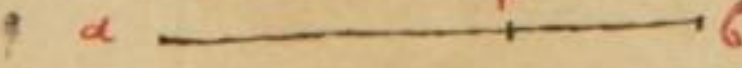
λ΄

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην· ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν·
ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη· ἡ α̣β· δεῖ δὴ τὴν α̣β εὐθεῖαν
ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν· διῃρήσθω εἰς τὸ σημεῖον τὸ γ· καὶ
ἔστω μείζων τμῆμα ἡ α̣γ· καὶ προσαναγεγράφθω ἀπὸ τῆς α̣β τῇ α̣γ
ἴσον τὸ α̣δ· καὶ ἐπεὶ ἡ α̣β τὴν α̣γ οὐκ ἐλάττονα δύναται· τὴν α̣δ
ἄρα οὐκ ἐλάττονα δύναται· καὶ ἐστὶν ἡ α̣δ· ἴση τῇ α̣γ· καὶ ἡ α̣γ ἄρα
τὴν α̣δ οὐκ ἐλάττονα δύναται· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δγ· καὶ ἐπὶ τὴν δγ
τῇ α̣δ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ δε· καὶ κείσθω τῇ δγ ἴση ἡ δε· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ α̣ε· καὶ κείσθω τῇ α̣ε ἴση ἡ εζ· καὶ ἀπὸ τοῦ α̣ κέντρου διὰ μὲν τοῦ
ε̄ διαστήματος δὲ τοῦ α̣ζ· κύκλος γεγράφθω ὁ ζηθ· καὶ ἐκβεβλήσθω
ἡ α̣β· ἐπὶ τὸ θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δθ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ α̣β· τέτμηται
εἰς μὲν τὸ γ· κατὰ τὸν ἄκρον καὶ μέσον λόγον· τὸ δὲ α̣ μεῖζον τμῆμα
ἐστί· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α̣γ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς α̣β· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς α̣β· τὸ ἀπὸ τῆς α̣δ· ἐστὶν ἴσον· ἐπειδήπερ
ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ α̣· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· τὸ ὑπὸ τῶν α̣β δε̄·
ἴσον ἐστὶ· τῷ γὰρ δε̄ ἴση ἐστὶν ἡ α̣δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· μετὰ τοῦ
ἀπὸ τῆς α̣γ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣δ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς α̣δ· τῷ ἀπὸ
τῆς α̣ε· ἐστὶν ἴσον· ἐπειδήπερ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ α̣· τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν α̣β δε̄· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α̣γ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣ε· καὶ ἐπεὶ
εὐθεῖα ἡ α̣β· τέτμηται δίχα κατὰ τὸ ε̄· καὶ προσκεῖται αὐτῇ ἡ δε̄·
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α̣ε· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ε̄δ·
ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α̣γ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣ε·
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α̣ε· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ε̄δ δγ· τετραγώνοις· τὸ ἄρα
ἀπὸ τῆς α̣ε· τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ε̄δ· τῇ δὲ ε̄δ· ἡμιόλιός ἐστιν
ἡ ε̄ζ· ἐπεὶ καὶ ἡ ε̄θ· τῆς ε̄δ· ἐστὶν ἡμιόλιος· καὶ ὅλη ἄρα ἡ α̣θ· τῆς α̣ε·
ἐστὶν ἡμιόλιος· καὶ ἐναλλὰξ ἡ α̣θ· τῆς α̣β· ἐστὶν ἡμιόλιος· καὶ ἐπεὶ
εὐθεῖα ἡ α̣β· τέτμηται εἰς μὲν τὸ γ· κατὰ τὸν ἄκρον καὶ μέσον λόγον·
τὸ δὲ α̣ μεῖζον τμῆμα ἐστί· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς α̣γ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς α̣γ· τῷ ἀπὸ τῆς α̣δ· ἐστὶν ἴσον· τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν α̣β γ̄β· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣δ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν
α̣β γ̄β· τῷ ἀπὸ τῆς α̣δ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς α̣δ· τῷ ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ
τῶν α̣β ε̄δ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν α̣β γε̄· ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ·
ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α̣β γε̄· τῷ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄ζ· ἐστὶν ἴσον· ἐπειδήπερ
ἴση ἐστὶν ἡ ε̄ζ· τῇ α̣ε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ· ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄ζ·
καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ· τῷ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄ζ· τὸ δὲ ὑπὸ
τῶν α̣β ε̄ζ· τῷ ἀπὸ τῆς α̣θ· ἐστὶν ἴσον· ἐπειδήπερ ἴση ἐστὶν ἡ ε̄ζ· τῇ ε̄θ·
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣θ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ·
τῷ ἀπὸ τῆς α̣γ· ἐστὶν ἴσον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α̣θ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣γ·
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ α̣θ· τῇ α̣γ· καὶ ἐστὶν ἡ α̣γ· ἴση τῇ α̣δ· καὶ ἡ α̣δ· ἄρα
τῇ α̣θ· ἐστὶν ἴση· καὶ ἐναλλὰξ ἡ α̣θ· τῇ α̣δ· ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ α̣θ·
τῆς α̣β· ἐστὶν ἡμιόλιος· ἡ δὲ α̣θ· τῇ α̣δ· ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ α̣δ· ἄρα τῆς
α̣β· ἐστὶν ἡμιόλιος· ἡ δὲ α̣δ· ἐστὶν ἡ μείζων τμῆμα τῆς α̣β· τὸ ἄρα
μείζων τμῆμα τῆς α̣β· ἡμιόλιόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λ΄ λῶσο.



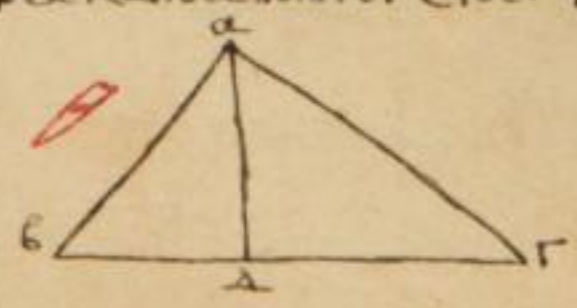
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἡ α̣β· δεῖ δὴ τὴν α̣β δοθεῖσαν
ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν· τετμήσθω δὴ ἡ α̣β· κατὰ τὸ γ· ὥστε τὸ
ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς α̣γ· τετραγώνῳ· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ α̣β· καὶ ἐπὶ τὴν α̣β· τῇ α̣γ· πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ α̣δ· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ γδ· καὶ ἐπὶ τὴν γδ· τῇ α̣δ· πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ δε· καὶ κείσθω τῇ δγ·
ἴση ἡ δε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ α̣ε· καὶ κείσθω τῇ α̣ε· ἴση ἡ εζ· καὶ ἀπὸ τοῦ α̣
κέντρου διὰ μὲν τοῦ ε̄ διαστήματος δὲ τοῦ α̣ζ· κύκλος γεγράφθω ὁ ζηθ·
καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ α̣β· ἐπὶ τὸ θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δθ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα
ἡ α̣β· τέτμηται εἰς μὲν τὸ γ· κατὰ τὸν ἄκρον καὶ μέσον λόγον· τὸ δὲ α̣
μεῖζον τμῆμα ἐστί· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α̣γ· ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣β· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς α̣β· τὸ ἀπὸ τῆς α̣δ· ἐστὶν ἴσον·
ἐπειδήπερ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ α̣· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· τὸ ὑπὸ τῶν α̣β δε̄·
ἴσον ἐστὶ· τῷ γὰρ δε̄ ἴση ἐστὶν ἡ α̣δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· μετὰ τοῦ
ἀπὸ τῆς α̣γ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣δ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς α̣δ· τῷ ἀπὸ
τῆς α̣ε· ἐστὶν ἴσον· ἐπειδήπερ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ α̣· τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν α̣β δε̄· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α̣γ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣ε· καὶ ἐπεὶ
εὐθεῖα ἡ α̣β· τέτμηται δίχα κατὰ τὸ ε̄· καὶ προσκεῖται αὐτῇ ἡ δε̄·
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α̣ε· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ε̄δ·
ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α̣γ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣ε·
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α̣ε· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ε̄δ δγ· τετραγώνοις· τὸ ἄρα
ἀπὸ τῆς α̣ε· τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ε̄δ· τῇ δὲ ε̄δ· ἡμιόλιός ἐστιν
ἡ ε̄ζ· ἐπεὶ καὶ ἡ ε̄θ· τῆς ε̄δ· ἐστὶν ἡμιόλιος· καὶ ὅλη ἄρα ἡ α̣θ· τῆς α̣ε·
ἐστὶν ἡμιόλιος· καὶ ἐναλλὰξ ἡ α̣θ· τῆς α̣β· ἐστὶν ἡμιόλιος· καὶ ἐπεὶ
εὐθεῖα ἡ α̣β· τέτμηται εἰς μὲν τὸ γ· κατὰ τὸν ἄκρον καὶ μέσον λόγον·
τὸ δὲ α̣ μεῖζον τμῆμα ἐστί· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς α̣γ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς α̣γ· τῷ ἀπὸ τῆς α̣δ· ἐστὶν ἴσον· τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν α̣β γ̄β· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣δ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν
α̣β γ̄β· τῷ ἀπὸ τῆς α̣δ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς α̣δ· τῷ ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν α̣β γ̄β· ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α̣β δε̄· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ
τῶν α̣β ε̄δ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν α̣β γε̄· ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ·
ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α̣β γε̄· τῷ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄ζ· ἐστὶν ἴσον· ἐπειδήπερ
ἴση ἐστὶν ἡ ε̄ζ· τῇ α̣ε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ· ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄ζ·
καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ· τῷ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄ζ· τὸ δὲ ὑπὸ
τῶν α̣β ε̄ζ· τῷ ἀπὸ τῆς α̣θ· ἐστὶν ἴσον· ἐπειδήπερ ἴση ἐστὶν ἡ ε̄ζ· τῇ ε̄θ·
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣θ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α̣β ε̄δ·
τῷ ἀπὸ τῆς α̣γ· ἐστὶν ἴσον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α̣θ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς α̣γ·
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ α̣θ· τῇ α̣γ· καὶ ἐστὶν ἡ α̣γ· ἴση τῇ α̣δ· καὶ ἡ α̣δ· ἄρα
τῇ α̣θ· ἐστὶν ἴση· καὶ ἐναλλὰξ ἡ α̣θ· τῇ α̣δ· ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ α̣θ·
τῆς α̣β· ἐστὶν ἡμιόλιος· ἡ δὲ α̣θ· τῇ α̣δ· ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ α̣δ· ἄρα τῆς
α̣β· ἐστὶν ἡμιόλιος· ἡ δὲ α̣δ· ἐστὶν ἡ μείζων τμῆμα τῆς α̣β· τὸ ἄρα
μείζων τμῆμα τῆς α̣β· ἡμιόλιόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

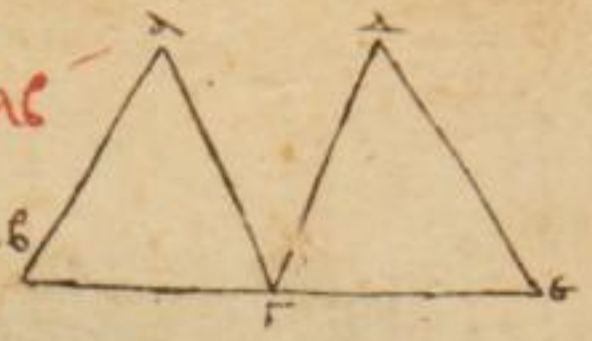


πρὸς τὸν ΑΒ λόγον ἔχει ὃν τὸ ΔΓΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘ τρίγωνον. ὅμοια γάρ ἐστι διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΔΓΕ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΖΗΘ γωνίᾳ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως τὸ ΑΒΚ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΔΓΕ τρίγωνον· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ΑΒΚ παραλληλόγραμμον, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὸ ΔΓΕ τρίγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὸ ΔΓΕ τρίγωνον, οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΗ πρὸς τὸ ΖΗΘ τρίγωνον· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ΑΒΚ παραλληλόγραμμον, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς τὸ ΖΗΘ τρίγωνον. ἀλλὰ τὰ ΑΒΚ, ΖΗΘ παραλληλόγραμμα ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων τῶν ΑΒ, ΖΗ ὄντα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις· καὶ ἐστὶ τὰ ΑΒΚ, ΖΗΘ παραλληλόγραμμα τοῦ μὲν ΔΓΕ τριγώνου διπλάσιον· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΑΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· τοῦ δὲ ΖΗΘ τριγώνου διπλάσιον ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΖΗ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· τὰ δὲ ἴσα τῶν αὐτῶν μέρη ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ τοῖς ἴσοις ἐστὶν ἴσα· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΔΓΕ τρίγωνον τῷ ΖΗΘ τριγώνῳ. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ὡς δὲ καὶ τὰς βάσεις ἀνάλογον ἔσονται, καὶ τὰ τρίγωνα ἴσα ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ὅμολογοι πλευραί εἰσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, τὰ τρίγωνα ὅμοια ἔσται καὶ τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὅμολογοι πλευραί εἰσιν ἴσας ἕξει.





λε

τῶν ὁμοίων τε καὶ ὁμοίως κειμένων ἐπιπέδων ἀριθμῶν ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· καὶ ὧν αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅμοιοί τε καὶ ὁμοίως κείμενοί εἰσιν ἐπίπεδοι ἀριθμοί.

λς

Ἔστωσαν δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, τοῦ δὲ Β πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Ε, Ζ· καὶ ἔστω ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. λέγω, ὅτι ὅμοιός ἐστιν ὁ Α τῷ Β.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ μὲν Α ἐπίπεδός ἐστιν, πλευραὶ δ' αὐτοῦ εἰσὶν οἱ Γ, Δ, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Δ ἐφ' ἑαυτὸν τῷ Γ καὶ Δ. ὁ δὲ Β ἐπίπεδός ἐστιν, πλευραὶ δ' αὐτοῦ εἰσὶν οἱ Ε, Ζ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ζ ἐφ' ἑαυτὸν τῷ Ε καὶ Ζ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ Ε πρὸς τὸν Γ, οὕτως ἐστὶν ὁ Β πρὸς τὸν Α· ὡς δὲ ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ἐστὶν ὁ Β πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Α τῷ Β· ὅμοιος ἄρα ἐστὶν ὁ Α τῷ Β.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ὁ Α τῷ Β ὅμοιος· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β ἀριθμῶν ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

ἐπεὶ γὰρ ὅμοιός ἐστιν ὁ Α τῷ Β, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Α ἐφ' ἑαυτὸν τῷ Β ἐφ' ἑαυτόν. ὁ δὲ Α ἐφ' ἑαυτὸν τετράγωνός ἐστιν· καὶ ὁ Β ἄρα ἐφ' ἑαυτὸν τετράγωνός ἐστιν. πλευραὶ δὲ τοῦ μὲν Α εἰσὶν οἱ Γ, Δ, τοῦ δὲ Β πλευραὶ εἰσὶν οἱ Ε, Ζ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ ἐφ' ἑαυτὸν τῷ Δ ἐφ' ἑαυτόν, καὶ ὁ Ε ἐφ' ἑαυτὸν τῷ Ζ ἐφ' ἑαυτόν. ἐπεὶ οὖν ἴσος ἐστὶν ὁ Α τῷ Β, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Δ. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ἐστὶν ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Δ.

Ἐὰν ἄρα δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ ὅμοιοι καὶ ὁμοίως κείμενοι ἀνάλογον ἔχωσι ταῖς πλευραῖς, ὅμοιοί εἰσιν ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ καὶ ὁμοίως κείμενοι, καὶ ἐὰν δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ ὅμοιοι καὶ ὁμοίως κείμενοι ἀνάλογον ἔχωσι ταῖς πλευραῖς, ὅμοιοί εἰσιν ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ καὶ ὁμοίως κείμενοι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λζ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, ὁ δὲ Α τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Γ τετράγωνός ἐστιν.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, καὶ ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α. εἰ δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν ἀνάπαλιν λαμβανόμενοι, καὶ ἐξ ἴσου ἀνάπαλιν λαμβανόμενοι ἀνάλογόν εἰσιν· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ δὲ Α τετράγωνός ἐστιν, καὶ ὁ Β ἄρα τετράγωνός ἐστιν. ὁ δὲ Β τετράγωνος ἐστὶν· καὶ ὁ Γ ἄρα τετράγωνός ἐστιν.

Ἐὰν ἄρα τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος κύβος ἔσται.

Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α κύβος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Γ κύβος ἐστίν.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. εἰ δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν ἀνάπαλιν λαμβανόμενοι, καὶ ἐξ ἴσου ἀνάπαλιν λαμβανόμενοι ἀνάλογόν εἰσιν· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β. πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β, καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ἐπεὶ οὖν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ ἀνάλογόν εἰσιν ἀνάπαλιν λαμβανόμενοι, ὁ δὲ Α κύβος ἐστίν, καὶ ὁ Γ ἄρα κύβος ἐστίν. ὁ δὲ Γ καὶ ὁ Δ τετράγωνοι

περιφ΄

147

τοῦ ἑνὸς τρεῖς· καὶ ἡ ἴσον ἐστὶ τῷ ἑνὶ καὶ τῷ δυσὶ καὶ τῷ τρισί· καὶ ἡ ἐλάττων τῶν τριῶν ἀριθμῶν περιφέρεια πεπλήρωκε τὴν ὅλην περιφέρειαν τοῦ πρώτου θέσεως· ἡ δὲ λοιπὴ τῶν δύο πρὸς τὸν τρίτον ὅλην περιφέρειαν πρὸς τὴν ἀντιπερίστασιν ἐστίν·

+ ἀλλ' εἰ δοῦ τὸ σχεῖον ζ +

Ἡ μονὰς τοῦ καθ' ἑαυτὸν τῶν ὁπωσοῦν ἐνὸς λόγῳ ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος· μέρος δέ ἐστιν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ὅταν καταμετρήσῃ τὸν μείζονα· μέρη δέ ἐστιν ὅταν μὴ καταμετρήσῃ· πολλαπλάσιος δέ ἐστιν ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος ὅταν ὑπὸ τινος καταμετρῆται τοῦ ἐλάττονος· ἀρτιοπέριττος δέ ἐστιν ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς ὃς ἂν ἀρτιάκις μεριζόμενος περισσάκις μερίζεται· ἀρτιάκις δὲ ἄρτιός ἐστιν ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς ὃς ἂν ἀρτιάκις μεριζόμενος ἀρτιάκις μερίζεται· περισσάκις δὲ ἄρτιός ἐστιν ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς ὃς ἂν περισσάκις μεριζόμενος ἀρτιάκις μερίζεται· περισσάκις δὲ περισσός ἐστιν ὁ περισσὸς ἀριθμὸς ὃς ἂν περισσάκις μεριζόμενος περισσάκις μερίζεται· πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος· πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ· σύνθετος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμὸς ὃς πολλοῖς ἀριθμοῖς μετρεῖται· σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀριθμοὶ τινὶ ἀριθμῷ κοινῷ μέτρῳ μετρούμενοι· ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιεῖν λέγεται τινα· ὁ γὰρ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῶ τινα· ὁ οὖν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τετράγωνος καλεῖται· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ τὸν πολλαπλασιάσαντα ποιήσαντες ἀριθμοί· ὁ τὸν δὲ τρεῖς ποιήσας πολλαπλασιάσας ἢ τὸν τρεῖς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῶ τινα· ὃς καλεῖται κύβος· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ τὸν πολλαπλασιάσαντα ποιήσαντες ἀριθμοί· ἐπίπεδος ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπό τινων δύο ἀριθμῶν περιεχόμενος· πλευραὶ δὲ τοῦ ἐπιπέδου εἰσὶν οἱ τὸ ἐπίπεδον περιέχοντες ἀριθμοί· στερεὸς ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπό τινων τριῶν ἀριθμῶν περιεχόμενος· πλευραὶ δὲ τοῦ στερεοῦ εἰσιν οἱ τὸ στερεὸν περιέχοντες ἀριθμοί· τέλειος ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἰσάκις συμπληρούμενος· ὑπερτέλειος ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἰσάκις συμπληρούμενος καὶ ὑπερβάλλων· ἐλλιπὴς ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἰσάκις συμπληρούμενος καὶ ἐλλείπων· ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμενος· ἄρτιος δὲ ὁ μηδεμίαν μονάδα διαιρούμενος δίχα· ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς ὃς ἂν ἀρτιάκις μεριζόμενος ἀρτιάκις μερίζεται· ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς ὃς ἂν ἀρτιάκις μεριζόμενος περισσ

καὶ σφοῖα ἀεὶ θετοῖς εἰσιν· οἱ ἀναλόγον ἔχοντες τοῖς πλευραῖς.

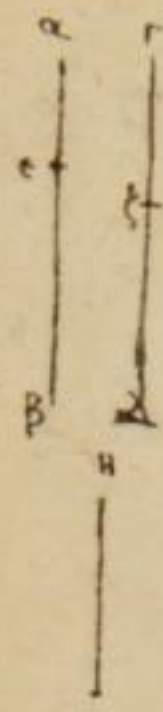
Γ'

ἔλιος δ' ἀριθμός ἐστιν ὁ τρὶς ἑαυτοῦ μέρη δ' ἴσος ἐστίν.

ἐὰν δύο ἀεὶ θετοὶ μὴ ἀντιστρέφοντες καὶ ἀνθυφαιρούμενοι τὸ ἐλάσσονος τὸ πολλαπλάσιον ἀπολείπωσί τινα ἀριθμόν, ὃς μηδέποτε καταμετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. δύο δὲ ἀριθμῶν λείπεται ὁ αβ γδ ἀνθυφαιρούμενος τὸ ἐλάσσονα τὸ πολλαπλάσιον ὃς οὐδέποτε καταμετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. λείπεται γάρ τις ἀριθμὸς ὁ αβ ὃς καταμετρήσει τὸν γδ· ὁ δὲ γδ τὸν ε· ὁ δὲ ε τὸν ζ· ὁ δὲ ζ τὸν β· ὁ δὲ β τὸν α· μονὰς γάρ ἐστιν ὁ α· οἱ ἄρα αβ γδ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Α

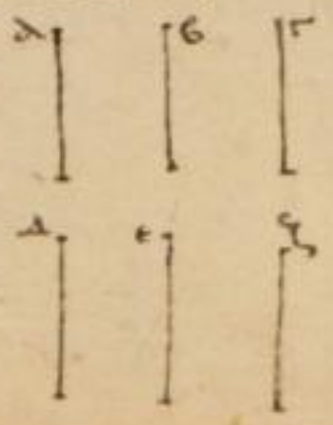
δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. δοθέντες δὴ δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ αβ γδ· καὶ δεῖ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν τῶν αβ γδ· ἤτοι δὴ ὁ γδ τὸν αβ μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω δὴ καὶ ἔστι μετρεῖ ἑαυτὸν κατὰ μονάδα· μονὰς ἄρα ἐστὶν ὁ γδ· καὶ ἔστιν ὁ αὐτὸς τῶν αβ γδ κοινὸς μέτρος· ὁ γὰρ γδ τὸν αβ μετρεῖ· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστος· οὐδεὶς γὰρ τῆς γδ μονάδος μείζων ἐστὶν ὁ γδ τὸν αβ μετρήσει· ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ γδ τὸν αβ· καὶ ἔστιν ἀνθυφαιρούμενος ἀεὶ τὸ ἐλάσσονος τὸ πολλαπλάσιον ὃς λειφθήσεταί τις ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ· καὶ μονὰς μὲν οὐκ ἔσται λειφθεῖσα· εἰ δὲ μή, λειφθήσεται τις ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ· καὶ ἔστω λειφθεὶς ὁ αβ τὸν γδ μετρῶν· ὁ δὲ γδ τὸν βε μετρείτω καὶ ἔστιν ὁ αὐτὸς τῶν αβ γδ κοινὸς μέτρος· ὁ γὰρ γδ τὸν αβ μετρεῖ· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστος· οὐδεὶς γὰρ τῆς γδ μονάδος μείζων ἐστὶν ὁ γδ τὸν αβ μετρήσει· ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ γδ τὸν βε

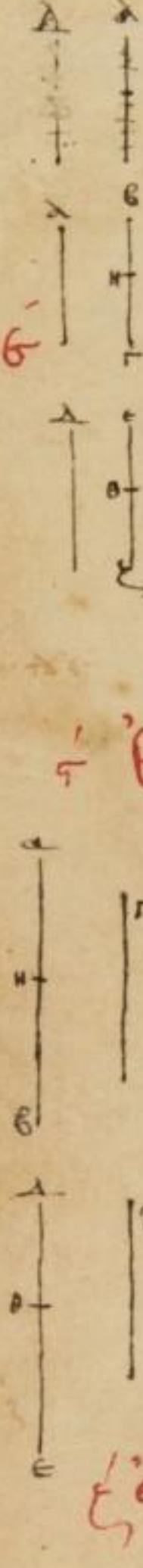


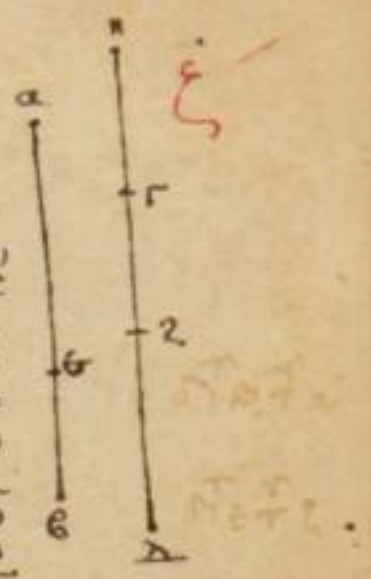
ἐπεὶ οὖν ὁ ΓΖ τὸν Α μέρη ὁ δὲ Α τὸν ΔΖ μέρη· καὶ ὁ ΓΖ
ἄρα τὸν ΔΖ μέρησι μέρη δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλος ἄρα τὸν
ΓΔ μέρησι ὁ δὲ ΓΔ τὸν Β μέρη· καὶ ὁ ΓΖ ἄρα τὸν Β μέρησι
μέρη δὲ καὶ ὅλος τὸν ΒΑ· καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΒΑ μέρησι μέρη δὲ
τὸν Α· καὶ ὁ ΓΖ ἄρα τὸν ΓΔ μέρησι· ὁμώνυμος ἄρα ἐστὶν
ὁ ΓΖ τῷ ΓΔ· καὶ ἔστιν ἄρα τοῦ ΓΔ κοινὸν μέτρον ὁ ΓΖ·
τοῦ δὲ ΓΔ καὶ τοῦ Β κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Ε· ἐπεὶ γὰρ ὁ Ε
τὸν ΓΖ μετρεῖ ὁ δὲ ΓΖ τὸν Α μετρεῖ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ·
μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΒΑ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΑΔ μετρεῖ·
τὸν ΔΓ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓΖ μετρήσει· ὁμώνυμος ἄρα
ἐστὶν ὁ ΓΖ τῷ ΓΔ· καὶ ἔστιν ἄρα τοῦ ΓΔ καὶ τοῦ Β κοινὸν
μέτρον ὁ Ε· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ρπδ. Ε Καὶ τὸ ἐπ' αὐτοῦ φανερὸν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ
καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει.

Γ´ Τ εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ μετρείτω
αὐτοὺς ἀριθμὸς ὁ Γ, καὶ ἔστω τοῦ Α, Β μέγιστος κοινὸν μέτρον
ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ. εἰ γὰρ μὴ, ἔστωσαν πρότερον
οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τοὺς Α, Β μετρεῖ,
μέγιστος ἔστω κοινὸν μέτρον ὁ Δ· ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρῶν τὸν
Δ μετρεῖ· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Β μετρῶν τὸν Δ μετρεῖ· καὶ ὁ Γ ἄρα
τοὺς Α, Β μετρῶν τὸν Δ μετρεῖ, τουτέστιν ὁ Γ τὸν Δ· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.





Καὶ ἐπεὶ δὲ ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ διπλασία. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΔ διπλασία ἡ ΑΕ, τῆς δὲ ΔΓ διπλασία ἡ ΔΖ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΖ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΕ διπλασία ἡ ΑΗ, τῆς δὲ ΕΖ διπλασία ἡ ΕΘ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΖ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΗ τῆς ΗΘ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΗ διπλασία ἡ ΑΚ, τῆς δὲ ΗΘ διπλασία ἡ ΗΛ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΗ τῆς ΗΘ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΚ τῆς ΚΛ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΚ διπλασία ἡ ΑΜ, τῆς δὲ ΚΛ διπλασία ἡ ΚΝ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΚ τῆς ΚΛ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΜ τῆς ΜΝ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΜ διπλασία ἡ ΑΞ, τῆς δὲ ΜΝ διπλασία ἡ ΜΟ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΜ τῆς ΜΝ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΞ τῆς ΞΟ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΞ διπλασία ἡ ΑΠ, τῆς δὲ ΞΟ διπλασία ἡ ΞΡ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΞ τῆς ΞΟ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΠ τῆς ΠΡ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΠ διπλασία ἡ ΑΣ, τῆς δὲ ΠΡ διπλασία ἡ ΠΤ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΠ τῆς ΠΡ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΣ τῆς ΣΤ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΣ διπλασία ἡ ΑΥ, τῆς δὲ ΣΤ διπλασία ἡ ΣΦ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΣ τῆς ΣΤ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΥ τῆς ΥΦ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΥ διπλασία ἡ ΑΧ, τῆς δὲ ΥΦ διπλασία ἡ ΥΨ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΥ τῆς ΥΦ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΧ τῆς ΧΨ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΧ διπλασία ἡ ΑΩ, τῆς δὲ ΧΨ διπλασία ἡ ΧΑα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΧ τῆς ΧΨ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΩ τῆς ΩΑα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΩ διπλασία ἡ ΑΒα, τῆς δὲ ΩΑα διπλασία ἡ ΩΓα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΩ τῆς ΩΑα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΒα τῆς ΒΓα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΒα διπλασία ἡ ΑΔα, τῆς δὲ ΒΓα διπλασία ἡ ΒΕα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΒα τῆς ΒΓα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΔα τῆς ΔΕα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΔα διπλασία ἡ ΑΖα, τῆς δὲ ΔΕα διπλασία ἡ ΔΗα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΔα τῆς ΔΕα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΖα τῆς ΖΗα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΖα διπλασία ἡ ΑΘα, τῆς δὲ ΖΗα διπλασία ἡ ΖΚα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΖα τῆς ΖΗα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΘα τῆς ΘΚα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΘα διπλασία ἡ ΑΛα, τῆς δὲ ΘΚα διπλασία ἡ ΘΜα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΘα τῆς ΘΚα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΛα τῆς ΛΜα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΛα διπλασία ἡ ΑΝα, τῆς δὲ ΛΜα διπλασία ἡ ΛΞα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΛα τῆς ΛΜα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΝα τῆς ΝΞα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΝα διπλασία ἡ ΑΟα, τῆς δὲ ΝΞα διπλασία ἡ ΝΠα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΝα τῆς ΝΞα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΟα τῆς ΟΠα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΟα διπλασία ἡ ΑΡα, τῆς δὲ ΟΠα διπλασία ἡ ΟΡα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΟα τῆς ΟΠα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΡα τῆς ΡΟα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΡα διπλασία ἡ ΑΣα, τῆς δὲ ΡΟα διπλασία ἡ ΡΤα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΡα τῆς ΡΟα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΣα τῆς ΣΤα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΣα διπλασία ἡ ΑΥα, τῆς δὲ ΣΤα διπλασία ἡ ΣΦα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΣα τῆς ΣΤα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΥα τῆς ΥΦα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΥα διπλασία ἡ ΑΧα, τῆς δὲ ΥΦα διπλασία ἡ ΥΨα· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΥα τῆς ΥΦα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΧα τῆς ΧΨα ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΧα διπλασία ἡ ΑΩα, τῆς δὲ ΧΨα διπλασία ἡ ΧΑβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΧα τῆς ΧΨα ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΩα τῆς ΩΑβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΩα διπλασία ἡ ΑΒβ, τῆς δὲ ΩΑβ διπλασία ἡ ΩΓβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΩα τῆς ΩΑβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΒβ τῆς ΒΓβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΒβ διπλασία ἡ ΑΔβ, τῆς δὲ ΒΓβ διπλασία ἡ ΒΕβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΒβ τῆς ΒΓβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΔβ τῆς ΔΕβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΔβ διπλασία ἡ ΑΖβ, τῆς δὲ ΔΕβ διπλασία ἡ ΔΗβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΔβ τῆς ΔΕβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΖβ τῆς ΖΗβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΖβ διπλασία ἡ ΑΘβ, τῆς δὲ ΖΗβ διπλασία ἡ ΖΚβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΖβ τῆς ΖΗβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΘβ τῆς ΘΚβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΘβ διπλασία ἡ ΑΛβ, τῆς δὲ ΘΚβ διπλασία ἡ ΘΜβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΘβ τῆς ΘΚβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΛβ τῆς ΛΜβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΛβ διπλασία ἡ ΑΝβ, τῆς δὲ ΛΜβ διπλασία ἡ ΛΞβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΛβ τῆς ΛΜβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΝβ τῆς ΝΞβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΝβ διπλασία ἡ ΑΟβ, τῆς δὲ ΝΞβ διπλασία ἡ ΝΠβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΝβ τῆς ΝΞβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΟβ τῆς ΟΠβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΟβ διπλασία ἡ ΑΡβ, τῆς δὲ ΟΠβ διπλασία ἡ ΟΡβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΟβ τῆς ΟΠβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΡβ τῆς ΡΟβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΡβ διπλασία ἡ ΑΣβ, τῆς δὲ ΡΟβ διπλασία ἡ ΡΤβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΡβ τῆς ΡΟβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΣβ τῆς ΣΤβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΣβ διπλασία ἡ ΑΥβ, τῆς δὲ ΣΤβ διπλασία ἡ ΣΦβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΣβ τῆς ΣΤβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΥβ τῆς ΥΦβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΥβ διπλασία ἡ ΑΧβ, τῆς δὲ ΥΦβ διπλασία ἡ ΥΨβ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΥβ τῆς ΥΦβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΧβ τῆς ΧΨβ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΧβ διπλασία ἡ ΑΩβ, τῆς δὲ ΧΨβ διπλασία ἡ ΧΑγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΧβ τῆς ΧΨβ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΩβ τῆς ΩΑγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΩβ διπλασία ἡ ΑΒγ, τῆς δὲ ΩΑγ διπλασία ἡ ΩΓγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΩβ τῆς ΩΑγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΒγ τῆς ΒΓγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΒγ διπλασία ἡ ΑΔγ, τῆς δὲ ΒΓγ διπλασία ἡ ΒΕγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΒγ τῆς ΒΓγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΔγ τῆς ΔΕγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΔγ διπλασία ἡ ΑΖγ, τῆς δὲ ΔΕγ διπλασία ἡ ΔΗγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΔγ τῆς ΔΕγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΖγ τῆς ΖΗγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΖγ διπλασία ἡ ΑΘγ, τῆς δὲ ΖΗγ διπλασία ἡ ΖΚγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΖγ τῆς ΖΗγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΘγ τῆς ΘΚγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΘγ διπλασία ἡ ΑΛγ, τῆς δὲ ΘΚγ διπλασία ἡ ΘΜγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΘγ τῆς ΘΚγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΛγ τῆς ΛΜγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΛγ διπλασία ἡ ΑΝγ, τῆς δὲ ΛΜγ διπλασία ἡ ΛΞγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΛγ τῆς ΛΜγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΝγ τῆς ΝΞγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΝγ διπλασία ἡ ΑΟγ, τῆς δὲ ΝΞγ διπλασία ἡ ΝΠγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΝγ τῆς ΝΞγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΟγ τῆς ΟΠγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΟγ διπλασία ἡ ΑΡγ, τῆς δὲ ΟΠγ διπλασία ἡ ΟΡγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΟγ τῆς ΟΠγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΡγ τῆς ΡΟγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΡγ διπλασία ἡ ΑΣγ, τῆς δὲ ΡΟγ διπλασία ἡ ΡΤγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΡγ τῆς ΡΟγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΣγ τῆς ΣΤγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΣγ διπλασία ἡ ΑΥγ, τῆς δὲ ΣΤγ διπλασία ἡ ΣΦγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΣγ τῆς ΣΤγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΥγ τῆς ΥΦγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΥγ διπλασία ἡ ΑΧγ, τῆς δὲ ΥΦγ διπλασία ἡ ΥΨγ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΥγ τῆς ΥΦγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΧγ τῆς ΧΨγ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΧγ διπλασία ἡ ΑΩγ, τῆς δὲ ΧΨγ διπλασία ἡ ΧΑδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΧγ τῆς ΧΨγ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΩγ τῆς ΩΑδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΩγ διπλασία ἡ ΑΒδ, τῆς δὲ ΩΑδ διπλασία ἡ ΩΓδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΩγ τῆς ΩΑδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΒδ τῆς ΒΓδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΒδ διπλασία ἡ ΑΔδ, τῆς δὲ ΒΓδ διπλασία ἡ ΒΕδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΒδ τῆς ΒΓδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΔδ τῆς ΔΕδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΔδ διπλασία ἡ ΑΖδ, τῆς δὲ ΔΕδ διπλασία ἡ ΔΗδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΔδ τῆς ΔΕδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΖδ τῆς ΖΗδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΖδ διπλασία ἡ ΑΘδ, τῆς δὲ ΖΗδ διπλασία ἡ ΖΚδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΖδ τῆς ΖΗδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΘδ τῆς ΘΚδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΘδ διπλασία ἡ ΑΛδ, τῆς δὲ ΘΚδ διπλασία ἡ ΘΜδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΘδ τῆς ΘΚδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΛδ τῆς ΛΜδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΛδ διπλασία ἡ ΑΝδ, τῆς δὲ ΛΜδ διπλασία ἡ ΛΞδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΛδ τῆς ΛΜδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΝδ τῆς ΝΞδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΝδ διπλασία ἡ ΑΟδ, τῆς δὲ ΝΞδ διπλασία ἡ ΝΠδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΝδ τῆς ΝΞδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΟδ τῆς ΟΠδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΟδ διπλασία ἡ ΑΡδ, τῆς δὲ ΟΠδ διπλασία ἡ ΟΡδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΟδ τῆς ΟΠδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΡδ τῆς ΡΟδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΡδ διπλασία ἡ ΑΣδ, τῆς δὲ ΡΟδ διπλασία ἡ ΡΤδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΡδ τῆς ΡΟδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΣδ τῆς ΣΤδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΣδ διπλασία ἡ ΑΥδ, τῆς δὲ ΣΤδ διπλασία ἡ ΣΦδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΣδ τῆς ΣΤδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΥδ τῆς ΥΦδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΥδ διπλασία ἡ ΑΧδ, τῆς δὲ ΥΦδ διπλασία ἡ ΥΨδ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΥδ τῆς ΥΦδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΧδ τῆς ΧΨδ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΧδ διπλασία ἡ ΑΩδ, τῆς δὲ ΧΨδ διπλασία ἡ ΧΑε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΧδ τῆς ΧΨδ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΩδ τῆς ΩΑε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΩδ διπλασία ἡ ΑΒε, τῆς δὲ ΩΑε διπλασία ἡ ΩΓε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΩδ τῆς ΩΑε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΒε τῆς ΒΓε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΒε διπλασία ἡ ΑΔε, τῆς δὲ ΒΓε διπλασία ἡ ΒΕε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΒε τῆς ΒΓε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΔε τῆς ΔΕε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΔε διπλασία ἡ ΑΖε, τῆς δὲ ΔΕε διπλασία ἡ ΔΗε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΔε τῆς ΔΕε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΖε τῆς ΖΗε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΖε διπλασία ἡ ΑΘε, τῆς δὲ ΖΗε διπλασία ἡ ΖΚε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΖε τῆς ΖΗε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΘε τῆς ΘΚε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΘε διπλασία ἡ ΑΛε, τῆς δὲ ΘΚε διπλασία ἡ ΘΜε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΘε τῆς ΘΚε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΛε τῆς ΛΜε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΛε διπλασία ἡ ΑΝε, τῆς δὲ ΛΜε διπλασία ἡ ΛΞε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΛε τῆς ΛΜε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΝε τῆς ΝΞε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΝε διπλασία ἡ ΑΟε, τῆς δὲ ΝΞε διπλασία ἡ ΝΠε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΝε τῆς ΝΞε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΟε τῆς ΟΠε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΟε διπλασία ἡ ΑΡε, τῆς δὲ ΟΠε διπλασία ἡ ΟΡε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΟε τῆς ΟΠε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΡε τῆς ΡΟε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΡε διπλασία ἡ ΑΣε, τῆς δὲ ΡΟε διπλασία ἡ ΡΤε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΡε τῆς ΡΟε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΣε τῆς ΣΤε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΣε διπλασία ἡ ΑΥε, τῆς δὲ ΣΤε διπλασία ἡ ΣΦε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΣε τῆς ΣΤε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΥε τῆς ΥΦε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΥε διπλασία ἡ ΑΧε, τῆς δὲ ΥΦε διπλασία ἡ ΥΨε· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΥε τῆς ΥΦε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΧε τῆς ΧΨε ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΧε διπλασία ἡ ΑΩε, τῆς δὲ ΧΨε διπλασία ἡ ΧΑς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΧε τῆς ΧΨε ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΩε τῆς ΩΑς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΩε διπλασία ἡ ΑΒς, τῆς δὲ ΩΑς διπλασία ἡ ΩΓς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΩε τῆς ΩΑς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΒς τῆς ΒΓς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΒς διπλασία ἡ ΑΔς, τῆς δὲ ΒΓς διπλασία ἡ ΒΕς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΒς τῆς ΒΓς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΔς τῆς ΔΕς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΔς διπλασία ἡ ΑΖς, τῆς δὲ ΔΕς διπλασία ἡ ΔΗς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΔς τῆς ΔΕς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΖς τῆς ΖΗς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΖς διπλασία ἡ ΑΘς, τῆς δὲ ΖΗς διπλασία ἡ ΖΚς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΖς τῆς ΖΗς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΘς τῆς ΘΚς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΘς διπλασία ἡ ΑΛς, τῆς δὲ ΘΚς διπλασία ἡ ΘΜς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΘς τῆς ΘΚς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΛς τῆς ΛΜς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΛς διπλασία ἡ ΑΝς, τῆς δὲ ΛΜς διπλασία ἡ ΛΞς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΛς τῆς ΛΜς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΝς τῆς ΝΞς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΝς διπλασία ἡ ΑΟς, τῆς δὲ ΝΞς διπλασία ἡ ΝΠς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΝς τῆς ΝΞς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΟς τῆς ΟΠς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΟς διπλασία ἡ ΑΡς, τῆς δὲ ΟΠς διπλασία ἡ ΟΡς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΟς τῆς ΟΠς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΡς τῆς ΡΟς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΡς διπλασία ἡ ΑΣς, τῆς δὲ ΡΟς διπλασία ἡ ΡΤς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΡς τῆς ΡΟς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΣς τῆς ΣΤς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΣς διπλασία ἡ ΑΥς, τῆς δὲ ΣΤς διπλασία ἡ ΣΦς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΣς τῆς ΣΤς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΥς τῆς ΥΦς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΥς διπλασία ἡ ΑΧς, τῆς δὲ ΥΦς διπλασία ἡ ΥΨς· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΥς τῆς ΥΦς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΧς τῆς ΧΨς ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΧς διπλασία ἡ ΑΩς, τῆς δὲ ΧΨς διπλασία ἡ ΧΑζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΧς τῆς ΧΨς ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΩς τῆς ΩΑζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΩς διπλασία ἡ ΑΒζ, τῆς δὲ ΩΑζ διπλασία ἡ ΩΓζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΩς τῆς ΩΑζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΒζ τῆς ΒΓζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΒζ διπλασία ἡ ΑΔζ, τῆς δὲ ΒΓζ διπλασία ἡ ΒΕζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΒζ τῆς ΒΓζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΔζ τῆς ΔΕζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΔζ διπλασία ἡ ΑΖζ, τῆς δὲ ΔΕζ διπλασία ἡ ΔΗζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΔζ τῆς ΔΕζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΖζ τῆς ΖΗζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΖζ διπλασία ἡ ΑΘζ, τῆς δὲ ΖΗζ διπλασία ἡ ΖΚζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΖζ τῆς ΖΗζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΘζ τῆς ΘΚζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΘζ διπλασία ἡ ΑΛζ, τῆς δὲ ΘΚζ διπλασία ἡ ΘΜζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΘζ τῆς ΘΚζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΛζ τῆς ΛΜζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΛζ διπλασία ἡ ΑΝζ, τῆς δὲ ΛΜζ διπλασία ἡ ΛΞζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΛζ τῆς ΛΜζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΝζ τῆς ΝΞζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΝζ διπλασία ἡ ΑΟζ, τῆς δὲ ΝΞζ διπλασία ἡ ΝΠζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΝζ τῆς ΝΞζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΟζ τῆς ΟΠζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΟζ διπλασία ἡ ΑΡζ, τῆς δὲ ΟΠζ διπλασία ἡ ΟΡζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΟζ τῆς ΟΠζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΡζ τῆς ΡΟζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΡζ διπλασία ἡ ΑΣζ, τῆς δὲ ΡΟζ διπλασία ἡ ΡΤζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΡζ τῆς ΡΟζ ἐστὶν ἡμιόλιος, ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ΑΣζ τῆς ΣΤζ ἡμιόλιος. ἔστω οὖν τῆς μὲν ΑΣζ διπλασία ἡ ΑΥζ, τῆς δὲ ΣΤζ διπλασία ἡ ΣΦζ· καὶ ἔτι ἐπεὶ ἡ ΑΣζ τῆς

ὁ ὅλος τοῦ ὅλου· ἀεὶ δὲ ἀφαιρεθείσης ἀπὸ μείζονος τοῦ ΑΒ μείζονος τοῦ ΓΔ μέρους ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τοῦ ΓΔ λείπεται ὁ ΕΒ λοιπὸς τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὃ ὁ ΗΒ ὅλος ὅλου τοῦ ΑΔ· ὃ δὲ μέρος ἐστὶν ὁ ΕΒ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΘ τοῦ ΓΔ· καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΕΒ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΘ τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΕΒ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΘ τοῦ ΓΔ· καὶ ὁ ΑΘ τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΘ τοῦ ΓΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒ τοῦ ΑΔ· ὁ ἄρα λοιπὸς ὁ ΑΗ τοῦ λοιποῦ τοῦ ΓΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὃ ὅλος ὁ ΑΒ τοῦ ὅλου τοῦ ΓΔ· ὁ ΑΗ ἄρα τοῦ ΓΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὃ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΓΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΓΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΗΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὃ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'

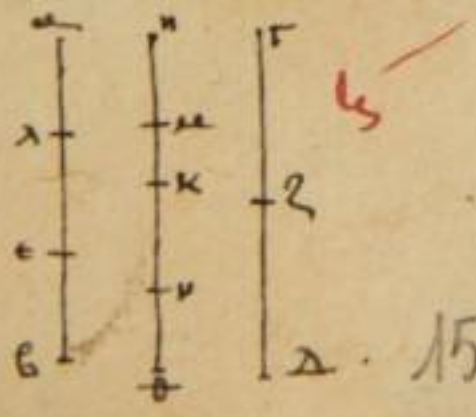
Ἐὰν ἀνάλογον μεγέθη ᾖ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται. ἔστω ἀνάλογον μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ, ὡς δὲ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ οὕτως ἔστω τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ ἀνάπαλιν ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ οὕτως ἔσται καὶ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ. ὁ γὰρ ΕΒ λοιπὸς τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ· ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΕΒ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· καὶ ἀνάπαλιν ἄρα ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· καὶ ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ οὕτως ἔσται καὶ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

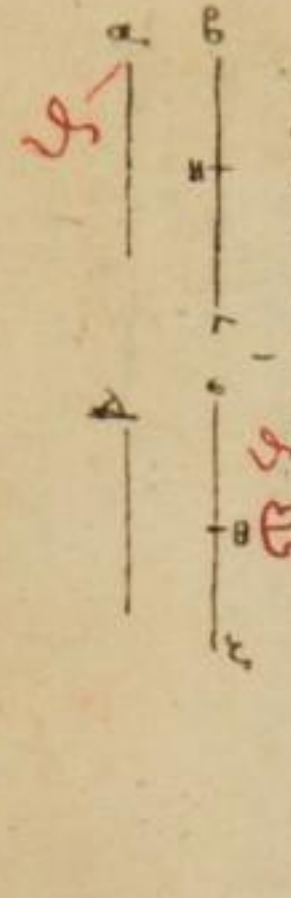
ϛ'

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύγκειται, ἀνὰ δύο καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται. ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, Ε, Ζ σύγκειται δὲ ἀνὰ δύο καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω ὅτι καὶ δι' ἴσου ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ οὕτως ἔσται τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Δ οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Ε. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Ε οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Ε οὕτως τὸ Α πρὸς τὸ Δ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Α πρὸς τὸ Δ οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'

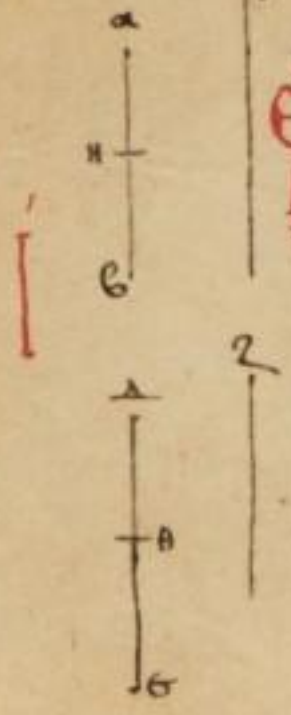
Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύγκειται, ἀνὰ δύο καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν πρώτων ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν δευτέρων, καὶ δι' ἴσου αἱ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν πρώτων ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐκ τῶν ἄκρων τῶν δευτέρων. ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, Ε, Ζ σύγκειται δὲ ἀνὰ δύο καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ἔστω δὲ καὶ ἡ μὲν ἐκ τῶν ἄκρων τῶν πρώτων τὰ Α, Γ ἴση τῇ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν δευτέρων τῶν Δ, Ζ· λέγω ὅτι καὶ αἱ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν λοιπῶν τῶν Β, Ε ἴσαι ἔσονται. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Δ οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Ε. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Ε οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Δ οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Ε· καὶ ὡς ἄρα τὸ Α πρὸς τὸ Δ οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν πρώτων τὰ Α, Γ τῇ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν δευτέρων τῶν Δ, Ζ· καὶ ἡ ἐκ τῶν ἄκρων ἄρα τῶν λοιπῶν τῶν Β, Ε ἴση ἐστὶν ἐκ τῶν ἄκρων τῶν λοιπῶν τῶν Δ, Ζ· ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύγκειται, ἀνὰ δύο καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν πρώτων ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν δευτέρων, καὶ δι' ἴσου αἱ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν πρώτων ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐκ τῶν ἄκρων τῶν δευτέρων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

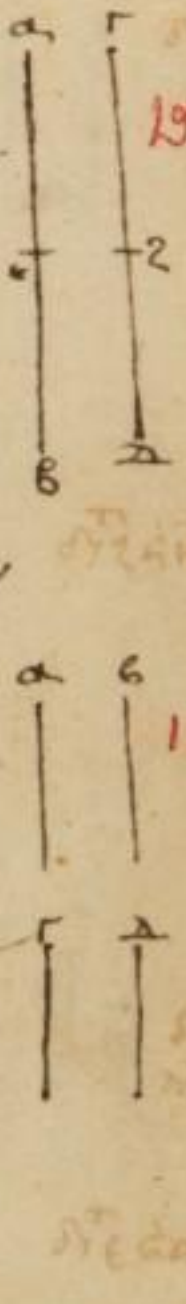


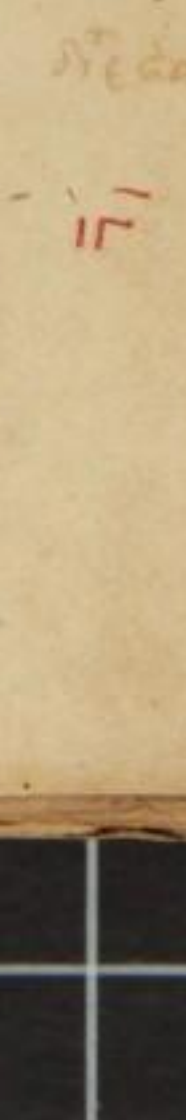


Καὶ ὁ Κν. τοῦ ΓΖ. καὶ λοιπ̄ ἄρα ὁ Θν. λοιπ̄ τοῦ ΖΑ. τὸ
αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὅπερ ὅλος ὁ ΚΒ. ὅλου τοῦ ΓΑ. ἐδείχθη δὲ
ὅλος ὁ ΔΚ. λοιποῦ τοῦ ΖΑ. τὸ αὐτὸ μέρος ὢν. ὅπερ ὅλος ὁ
ΝΚ. ὅλου τοῦ ΑΓ. καὶ ἑνὶ μὲν ἀφῃρῆσθαι ὅμοιά ἐστι τὰ ΚΝ Θν. ΖΓ.
αὐτὰ μέρη ἐστίν. ἀπὸ ὅλου ὅ Θν. ὅλ̄ τοῦ ΑΓ. ἴσος δὲ καὶ ὁ
φ ὁ τοῦ μὲν ὅμοιος ἀφῃρῆσθαι τὰ ΚΝ Θν. ὁ δὲ Θν. τοῦ ΒΓ. καὶ λοιπ̄ ἄρα
ὁ ΦΒ λοιπ̄ τοῦ ΖΑ. τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν. ἀπὸ ὅλου ὅ ΑΒ. ὅλ̄ τοῦ
ΓΑ. ὅμοιος ἀφῃρῆσθαι.

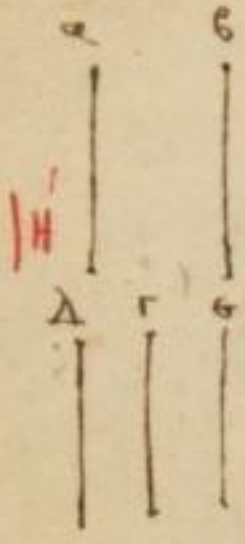
Ἀναλείπεται δὴ ἐπὶ τὸ ἑξῆς καὶ ἑτέρους τινὰς τοιούτους
Καὶ ἐναρμόζει ὅπερ ἡμισυ ὅ τε τοῦ τετ̄, τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτ̄ ἡμίση. καὶ ὁ ΔΑ. τῆς τοῦ τετάρτου. ἥτις
μονὰς ὁ ΑΓ. ἑαυτῆς ἡμίση. καὶ ὁ ΔΓ. τῆς τοῦ τετάρτου. ἥτις
τοῦ ΕΓ τὸ αὐτὸ μέρος. ὅπερ ὁ ΑΓ. τοῦ ΒΓ. λείπεται ἄρα καὶ
ὁ ΔΑ. τοῦ ΑΒ. ἡμίση. τὰ αὐτὰ ἡμίση. καὶ ὁ ΓΔ. τῆς τοῦ
ΕΓ τὸ αὐτὸ μέρος. ὅπερ ὁ ΑΓ. τοῦ ΒΓ. καὶ ὁ ΔΓ. ἄρα τῆς
ΒΓ. τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΓ. τοῦ ΕΓ. ἴσος δὲ ὁ ΕΓ. τῷ ΓΖ.
καὶ ὁ ΔΓ. ἄρα τῆς ΓΖ. τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΓ. τοῦ ΒΓ. ὁ δὲ
ΑΓ. τοῦ ΒΓ. ἐστὶν ἐν ᾧ λόγῳ ὁ ΑΒ. πρὸς τὸν ΒΓ. ὁ ΑΒ. ἄρα πρὸς
τὸν ΒΓ. τὸν αὐτὸν ἐστὶ λόγον καὶ ὁ ΔΓ. πρὸς τὸν ΓΖ. καὶ ὁ ΔΓ. ἄρα
τοῦ ΓΖ. τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΓ. τοῦ ΒΓ. ὁ δὲ ΑΓ. τοῦ ΒΓ. ἐστὶν
ἐν ᾧ λόγῳ ὁ ΑΒ. πρὸς τὸν ΒΓ. ὁ ΑΒ. ἄρα πρὸς τὸν ΒΓ. τὸν αὐτὸν
ἐστὶ λόγον καὶ ὁ ΔΓ. πρὸς τὸν ΓΖ. καὶ ὁ ΔΓ. ἄρα τοῦ ΓΖ. τὰ αὐτὰ
μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΑΓ. τοῦ ΒΓ. ὁ ΔΓ. ἄρα τῆς ΓΖ. τὰ αὐτὰ μέρη
ἐστὶ καὶ ὁ ΑΓ. τοῦ ΒΓ. ὁ ΔΓ. ἄρα τῆς ΓΖ. τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΓ.
τοῦ ΒΓ. ὁ ΔΓ. ἄρα τῆς ΓΖ. τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΓ. τοῦ ΒΓ.




19
2
Γ
Δ
Α
Β


16
Α
Β
Γ
Δ

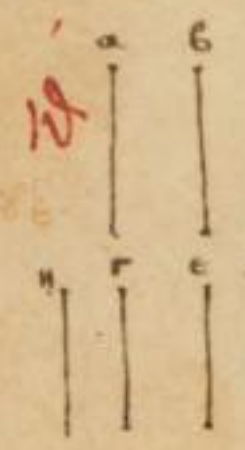
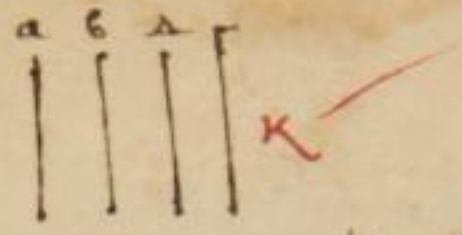
καὶ ἐπεὶ ὅσαι εἰσὶν αἱ ΒΓ μονάδες ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΑΗ, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ΒΓ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος καὶ αἱ ΑΗ ἄρα ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΓ μονάδες τοῖς ΑΗ ἀριθμοῖς. καί ἐστιν ὁ ΑΗ τοῦ ΒΓ πολλαπλάσιος ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β· ἔστιν ἄρα καὶ ὁ ΒΓ τοῦ Β πολλαπλάσιος ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β. ὅσαι δὲ εἰσὶν ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι εἰσὶ καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΔΕ ἀριθμοῖς. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΗ τοῦ ΒΓ πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΗ τῷ ΑΖ· κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ ΑΖ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΖΗ λοιπῷ τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσος· καὶ ἐπεὶ ὁ ΖΗ τοῦ ΔΕ πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β, ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΖΗ μονάδες τοῖς ΔΕ ἀριθμοῖς. ἴσαι δὲ καὶ αἱ ΔΕ μονάδες τοῖς ΑΖ μονάσι· καὶ αἱ ΖΗ ἄρα τοῖς ΑΖ μονάσιν ἴσαι εἰσίν· καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΑΗ τοῦ ΒΓ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν ὅσαι ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΖΗ ἀριθμοῖς. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΖΗ τοῦ ΔΕ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν ὅσαι ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΖΗ ἀριθμοῖς. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΖΗ τοῦ ΔΕ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν ὅσαι ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΖΗ ἀριθμοῖς. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΖΗ τοῦ ΔΕ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν ὅσαι ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΖΗ ἀριθμοῖς. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΖΗ τοῦ ΔΕ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν ὅσαι ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΖΗ ἀριθμοῖς. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΖΗ τοῦ ΔΕ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν ὅσαι ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΖΗ ἀριθμοῖς. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΖΗ τοῦ ΔΕ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν ὅσαι ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΖΗ ἀριθμοῖς. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΖ τοῦ Β πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ αὐτὸς ὃν καὶ ὁ ΖΗ τοῦ ΔΕ, ἴσαι ἄρα εἰσὶν ὅσαι ἐν τῷ ΑΖ μονάδες ἴσαι καὶ ἐπὶ ἄπειρον πλῆθος αἱ ΖΗ ἀριθμοῖς.



οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ· διὰ ταῦτα δὴ καὶ ὡς ἡ ΖΗ πρὸς τὴν
Α ἀσύμμετρον, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Δ,
οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β· ὁ ἄρα Β τοὺς Γ, Δ ἀνάλογόν ἐστι κατὰ
τὰ πρότερον δεδειγμένα.

Καὶ δύο ἄρα ἀσύμμετροί εἰσιν εὐθεῖαι αἱ Α, Β τοιαῦται
τινὲς αἱ οἰκῶσι τὴν ὑπὸ τῶν ἀσυμμέτρων αὐτῇ πολλαπλασίων
μέσων ἀνάλογον ἀριθμῶν διαφόρως τὴν αὐτὴν λόγον ἔχοντα τοῖς
πολλαπλασίοις ἀριθμοῖς καθ' ἕνα τῶν ἐν τῇ δοθείσῃ ἀναλογίᾳ
τῶν πολλαπλασίων ὄντων τοὺς δὲ πλείονας ἢ δύο. λέγω ὅτι καὶ
ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Χ πρὸς τὸν Ε. εἰλήφθω ὁ Α τὸν τῶν πολλα-
πλασίων ποιῶν τὸν Η, ὁ δὲ Β τὸν τῶν πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Θ,
καὶ ὁ μὲν Χ τὸν τῶν πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Κ, ὁ δὲ Ε τὸν τῶν
πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Λ· καὶ ὁ μὲν Η τὸν Θ μετρῶν κατὰ τὸν
Μ, ὁ δὲ Κ τὸν Λ μετρῶν κατὰ τὸν Ν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Θ,
οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Χ πρὸς
τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Χ πρὸς τὸν Ε· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

ιε' Ε

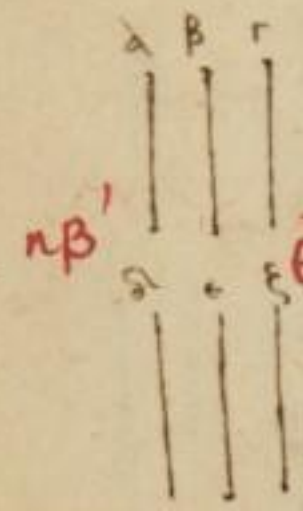
Αἱ τέσσαρες ἄρα εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται καὶ τῷ πρώτῳ τετρα-
γώνῳ εὐθεῖα ἴση ἔσται καὶ τῷ δευτέρῳ καὶ ἔτι τῷ τρίτῳ καὶ
ἔτι τῷ ἀπὸ τῆς ἐκκειμένης ῥητῆς εὐθείας ἴσον ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς
τετάρτης ἀνάλογον εὐθείας. ἴσα ἔσται καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκκειμένων
εὐθειῶν ἀνάλογον. οἷον ἐὰν ᾖ τὸ ἀπὸ τοῦ Α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ Β,
οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Χ· καὶ ὁ μὲν Α τὸν τῶν πολλαπλα-
σίων ποιῶν τὸν Η, ὁ δὲ Β τὸν τῶν πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Θ,
ὁ δὲ Χ τὸν τῶν πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Κ· λέγω ὅτι καὶ ὁ Η πρὸς
τὸν Θ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· εἰλήφθω ὁ Η τὸν τῶν πολλαπλα-
σίων ποιῶν τὸν Μ, ὁ δὲ Θ τὸν τῶν πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Ν,
καὶ ὁ μὲν Κ τὸν τῶν πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Ξ, ὁ δὲ Λ τὸν τῶν
πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Ο· καὶ ὁ μὲν Μ τὸν Ν μετρῶν κατὰ τὸν Π,
ὁ δὲ Ξ τὸν Ο μετρῶν κατὰ τὸν Ρ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Μ πρὸς τὸν Ν,
οὕτως ὁ Ξ πρὸς τὸν Ο· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Κ πρὸς
τὸν Λ· πάλιν ἐπεὶ ὁ Β τὸν τῶν πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Θ,
ὁ δὲ Χ τὸν τῶν πολλαπλασίων ποιῶν τὸν Κ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς
τὸν Κ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Χ· ἀλλ' ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Χ, οὕτως ὁ Α πρὸς
τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· ἀλλ' ὡς
ὁ Θ πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Θ,
οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· ὁ ἄρα Α τοὺς Η, Θ, Κ ἀνάλογόν ἐστι κατὰ
τὰ πρότερον δεδειγμένα.



Γλ. πρὸς τὰ πλασιάζοντα τοὺς πε. πρότερον κεφάλαιον τὸ ᾱ. ὅτι ὁ πρῶτος τοῦ δ. οὐκ ὀλίγαπλάσιόν ἐστι. ἴσος δέ ὁ τε τοῦ δ. καὶ ὁ τοῦ ε. ὁ ἄρα τοῦ ε. οὐκ ὀλίγαπλάσιόν ἐστι. ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ε. ὀλίγαπλάσιόν ἐστι. οὐκ ὀλίγαπλάσιος τοῦ δ. καὶ ὁ τοῦ δ. ἄρα οὐκ ὀλίγαπλάσιόν ἐστι. οὐκ ὀλίγαπλάσιος τοῦ ζ. ὁ δὲ τοῦ ζ. οὐκ ὀλίγαπλάσιόν ἐστι. οὐκ ὀλίγαπλάσιος τοῦ β. καὶ ὁ τοῦ β. ἄρα οὐκ ὀλίγαπλάσιόν ἐστι. οὐκ ὀλίγαπλάσιος τοῦ δ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Γ'

Κ

Ἐὰν δύο μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, ὧν τὸ πρῶτον τοῦ δευτέρου ἐστὶ πολλαπλάσιον, καὶ τὸ τρίτον τοῦ τετάρτου. ἐὰν δὲ τὸ πρῶτον τοῦ δευτέρου ἀκρωνύχιον πολλαπλάσιον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τοῦ τετάρτου. οἱ τρεῖς μεγέθεοι, ὧν ἀνάλογον ἦσαν τὰ πρῶτα. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἀνάλογον οἱ α. β. γ. καὶ ὁ τοῦ β. πολλαπλάσιος ἔστω ὁ δ. καὶ ὁ τοῦ δ. ὁ ε. λέγω ὅτι καὶ ὁ τοῦ α. γ. ἴσος ἐστὶ πολλαπλάσιος τοῦ β. ὁ μὲν γὰρ τοῦ α. γ. ἴσος ἐστὶ πολλαπλάσιος τοῦ β. ὁσάκις ὁ α. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ β. ὁσάκις γὰρ ὁ τοῦ δ. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ β. ὁσάκις καὶ ὁ τοῦ ε. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ γ. ὁσάκις ἄρα ὁ τοῦ δ. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ β. ὁσάκις καὶ ὁ τοῦ ε. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ γ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ τοῦ δ. τοῖς τοῦ ε. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ τοῦ α. τοῦ γ. ἴσος ἐστὶ πολλαπλάσιος τοῦ δ. ὁσάκις γὰρ ὁ τοῦ α. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ β. ὁσάκις καὶ ὁ τοῦ γ. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ ε. ὁσάκις ἄρα ὁ τοῦ α. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ β. ὁσάκις καὶ ὁ τοῦ γ. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ ε. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ τοῦ α. τοῖς τοῦ γ. ὁσάκις δὲ ὁ τοῦ α. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ β. ὁσάκις καὶ ὁ τοῦ γ. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ ε. ὁσάκις ἄρα ὁ τοῦ δ. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ β. ὁσάκις καὶ ὁ τοῦ ε. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ ζ. καὶ ὁ τοῦ δ. ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιος τοῦ β. ὁσάκις καὶ ὁ τοῦ ε. πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ ζ. ἐὰν ἄρα



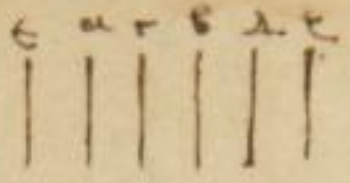
ΚΒ'

ΚΒ

ΚΓ'

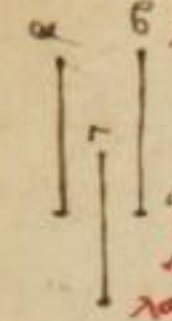
ΚΔ'

λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· οἷα β· λέγω ὅτι οἷα β· πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους εἰσίν· εἰ δὲ μή εἰσιν οἷα β· πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους,
μεδήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός· μεδείτω· καὶ ἔστω ὁ δ· καὶ
ὁσάκις ὁ δ· τὸν α μεδεῖ, τοσαυτάκις καὶ μονὰς δ τὸν ε·
ὁσάκις δὲ ὁ δ· τὸν β μεδεῖ, τοσαυτάκις καὶ μονὰς δ τὸν ζ·
καὶ ἐπεὶ ὁ δ· τὸν α μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας, ὁ αὐτὸς
δὲ τὸν ε πολλαπλασιάσας τὸν α ποιεῖ κε· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ὁ γ τὸν πολλαπλασιάσας τὸν β ποιεῖ κε· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ
μὲν ε τὸν πολλαπλασιάσας τὸν β ποιεῖ κε· ὁ δὲ γ τὸν πολλα-
πλασιάσας τὸν α ποιεῖ κε· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν γ, οὕτως
ὁ α πρὸς τὸν β· οἱ ε γ ἄρα τοῖς α β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· ἐλάττων δὲ ὁ ε τοῦ γ·
ἐλάττων ἄρα καὶ ὁ α τοῦ β· οἱ ε γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅσάκις δὲ ὁ ε
τὸν δ μεδεῖ, τοσαυτάκις καὶ μονὰς ἡ ζ ἴσους αὐτῷ ποιεῖ· καὶ ἔστω ἡ ζ· καὶ ἡ γ ἄρα τὸν
δ μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῇ ζ μονάδας· ὁ δὲ γ τὸν ζ πολλα-
πλασιάσας τὸν δ ποιεῖ κε· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ β τὸν ζ πολλα-
πλασιάσας τὸν δ ποιεῖ κε· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ πρὸς τὸν β, οὕτως
ὁ δ πρὸς τὸν ζ· οἱ δ ζ ἄρα τοῖς γ β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· ὁσάκις δὲ ὁ ζ
τὸν δ μεδεῖ, τοσαυτάκις καὶ μονὰς ἡ ε ἴσους αὐτῷ ποιεῖ· ἔστω ἡ ε· καὶ ἡ α ἄρα τὸν
δ μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῇ ε μονάδας· ὁ δὲ α τὸν ε πολλα-
πλασιάσας τὸν δ ποιεῖ κ· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ β τὸν ε πολλα-
πλασιάσας τὸν δ ποιεῖ κ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε· οἱ δ ε
ἄρα τοῖς α β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· ὁσάκις δὲ ὁ δ τὸν ε μεδεῖ, τοσαυτάκις καὶ μονὰς
ἡ ζ ἴσους αὐτῷ ποιεῖ· καὶ ἔστω ἡ ζ· καὶ ἡ γ ἄρα τὸν δ μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῇ ζ μονάδας· ὁ δὲ γ
τὸν ζ πολλαπλασιάσας τὸν δ ποιεῖ κε· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ β τὸν ζ πολλαπλασιάσας τὸν δ ποιεῖ κε·
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ζ· οἱ δ ζ ἄρα τοῖς γ β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν·
ἐλάχιστος δὲ ὁ δ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ἐλάχιστος ἄρα ἐστὶν ὁ δ τῶν τὸν
αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· οἱ δ ζ ἄρα τοῖς γ β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· ἀλλὰ μὴν καὶ οἱ ε γ
τοῖς α β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν β·
καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν γ μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ζ μονάδας, ὁ δὲ γ τὸν β μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας,
καὶ ὁ ε ἄρα τὸν β μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· ὁ δὲ ε τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν α ποιεῖ κ·
καὶ ὁ β ἄρα τὸν α μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· ὁ δὲ β τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιεῖ κ·
καὶ ὁ α ἄρα τὸν γ μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· ὁ δὲ α τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν ε ποιεῖ κ·
καὶ ὁ γ ἄρα τὸν ε μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· ὁ δὲ γ τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν ζ ποιεῖ κ·
καὶ ὁ β ἄρα τὸν ζ μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· ὁ δὲ β τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν ε ποιεῖ κ·
καὶ ὁ α ἄρα τὸν ε μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· ὁ δὲ α τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν ζ ποιεῖ κ·
καὶ ὁ γ ἄρα τὸν ζ μεδεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· ὁ δὲ γ τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν β ποιεῖ κ·



οἱ τοίνυν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται· ὡς ὁ πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ· οἱ δὲ α, β πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τοσαυταπλασίονα λόγον ἔχουσιν ἑκάτερος ἑκατέρου, ὃν καὶ ἐξ ἀνάγκης ἔχουσι τοσοῦτοι μείζονες πρὸς ἴσους μείζονας καὶ ἐλάττονες πρὸς ἐλάττονας, ὅσοι εἰσὶν ἐν τῷ μετρεῖν τὸν μὲν ὑπὸ τοῦ ἑτέρου, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ ἑτέρου· ὅτι ἄρα ὁ μὲν α τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ὁ δὲ β τὸν γ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, δῆλον ὡς καὶ ὁ α τὸν γ κατὰ τὰς ἐν τῷ β μονάδας μετρεῖ· ὥστε ὁ α τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν β ἐποίησεν. καὶ ὁ β ἄρα τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν α ἐποίησεν· ὁ α ἄρα τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ τὸν αὐτὸν ἐποίησε τῷ τὸν β τὸν γ πολλαπλασιάσαντι τὸν α· ὁ ἄρα τὸν β τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν α τὸν αὐτὸν ἐποίησε τῷ τὸν α τὸν γ πολλαπλασιάσαντι τὸν β· ὁ δὲ α τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν β τὸν ε ἐποίησεν· καὶ ὁ β ἄρα τὸν ε

δύο δίθετοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ ΑΒ. καὶ ὁσάκις ἑαυτὸν ὁ Α πολλαπλασιάζων τὸν Γ ποιεῖ τὸν Δ, πολλαπλασιάζων τὸν Δ ποιείτω τὸν Ε· ὁ δὲ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάζων τὸν Ζ ποιείτω· λέγω ὅτι οἱ Γ. ε. καὶ οἱ Δ. Ζ. πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάζων τὸν Γ πεποίηκε τὸν Δ, τὸν Γ ἄρα μετρεῖ ὁ ἐκ τῶν Α μονάδων. καὶ ἔστιν ἡ μονὰς τὸν Α μετροῦσα κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἡ ἄρα μονὰς τὸν Α μετροῦσα τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας μετρεῖ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Α. πάλιν ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάζων τὸν Δ πεποίηκε τὸν Ε, τὸν Δ ἄρα μετρεῖ ὁ ἐκ τῶν Α μονάδων. καὶ ἔστιν ἡ μονὰς τὸν Α μετροῦσα κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἡ ἄρα μονὰς τὸν Α μετροῦσα τὸν Δ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας μετρεῖ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. πάλιν ἐπεὶ ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάζων τὸν Ζ πεποίηκε τὸν Η, τὸν Ζ ἄρα μετρεῖ ὁ ἐκ τῶν Β μονάδων. καὶ ἔστιν ἡ μονὰς τὸν Β μετροῦσα κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἡ ἄρα μονὰς τὸν Β μετροῦσα τὸν Ζ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας μετρεῖ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Β



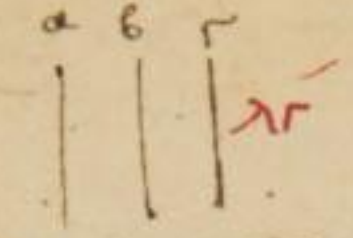
κα'

Δύο ἀριθμοὶ τοὺς α β γ ἀριθμοὺς, ἀριθμὸς τις ὁ δ μετρεῖ οἱ α β
ἀρα. πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἐισίν· ὁ πρὶν δεικτέον.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ δ τοὺς α β ἀριθμοὺς, ἀριθμὸς τις ὁ δ μετρεῖ οἱ α β
τὴν γ· πρῶτος ἐστὶν ἑαυτῷ πρῶτος ὢν ὁ α· καὶ οὐ μετρεῖ τὴν β· καὶ
λέγω ὅτι οἱ β α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἐισίν· εἰ γὰρ μὴ ἐισὶν οἱ β α
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμὸς· μετρείτω ὁ
ε· καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν β μετρεῖ· ὁδὲ α τὸν β οὐ μετρεῖ· οὐδὲ ὁ ε ἄρα τὸν
α οὐ μετρήσει· ὁδὲ ε τὸν β μετρεῖ· καὶ τὴν γ ἄρα μετρήσει· ἀλλὰ
πρῶτος ὁ α· ἑαυτῷ πρῶτος ὢν· οὐδὲ ὁ ε ἄρα τὸν α μετρήσει· ὁδὲ ε
τὸν β μετρεῖ· καὶ τὴν γ ἄρα μετρήσει· ὁ πρὶν δεικτέον.

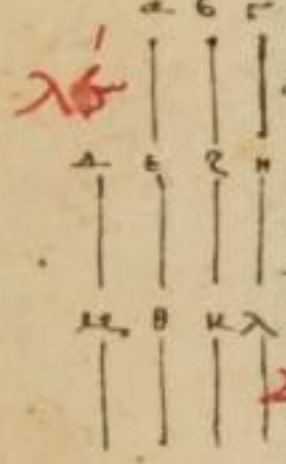
κβ'

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα·
γινόμενον ἑκάτερος· μήτηρ τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἑνὶ
ἑκάτερος μήτηρ δύο πρῶτοι ἀριθμοὶ· οἱ α β πολλαπλασιάσαντες
ἀλλήλους τὸν γ ποιείτωσαν· τὸν δὲ γ μήτηρ τις πρῶτος ἀριθμὸς
μετρείτω, ὁ δ· λέγω ὅτι ὁ δ οὐκ ἔστι τὸν ἑνὶ μετρῆσαι τῷ τῶν
τριῶν· ἑνὶ γὰρ πρῶτος ὁ δ· οἱ α ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
ἐισί· καὶ ὁ ζ ἀριθμὸς ὁ δ τὸν μὲν μετρῆσει τὸν ε μονὰς δὲ ἐστὶν
αὐτὸς ἑαυτὸν μετρεῖ· ὁ δ ἄρα τὸν ε μετρεῖ· καὶ ὁ ε τὸν γ μετρεῖ·
ὁ δ ἄρα τὸν γ μετρεῖ· ἀλλὰ καὶ τὸν β μετρεῖ· καὶ ὁ δ ἄρα τὸν
δι' ἑνὸς τῶν α β μετρεῖ· οἱ α β

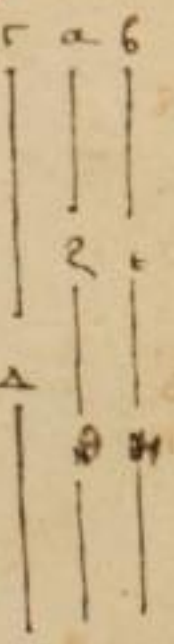


Α πας ἀριθμὸς ἀριθμοῦ, ὑπὸ πόσων ἐν ἀριθμῶν μετρεῖται, τοσαυτάκις καὶ ὁ ἐν αὐτὸν μετρούμενος μέρος ἐστὶ τὸν ἐν αὐτὸν μετρούμενον. λέγω δὴ ὅτι ὁ ὑπὸ τῶν γ ἐν ἀριθμῶν μετρούμενος ὁ α τὸν δ ἀριθμὸν μετρεῖται κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας καὶ ὁ ὑπὸ τῶν ε ἐν ἀριθμῶν μετρούμενος ὁ β τὸν ζ ἀριθμὸν μετρεῖται κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ γὰρ α τὸν γ μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ γ ὑπὸ τοῦ α μετρούμενοι· μονὰς γάρ ἐστιν ὁ α. ὁ δὲ β τὸν ε μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ ε ὑπὸ τοῦ β μετρούμενοι· μονὰς γάρ ἐστιν καὶ ὁ β. ὁ δὲ γ τὸν δ μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ δ ὑπὸ τοῦ γ μετρούμενοι· μονὰς γάρ ἐστιν καὶ ὁ γ. ὁ δὲ ε τὸν ζ μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ ζ ὑπὸ τοῦ ε μετρούμενοι· μονὰς γάρ ἐστιν καὶ ὁ ε. ὁ δὲ γ τὸν δ μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ δ ὑπὸ τοῦ γ μετρούμενοι· ὁ γὰρ α τὸν γ μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ γ ὑπὸ τοῦ α μετρούμενοι· ὁ δὲ β τὸν ε μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ ε ὑπὸ τοῦ β μετρούμενοι· ὁ δὲ γ τὸν δ μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ δ ὑπὸ τοῦ γ μετρούμενοι· ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν γ ἐν ἀριθμῶν μετρούμενος ὁ α τὸν δ ἀριθμὸν μετρεῖται κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας καὶ ὁ ὑπὸ τῶν ε ἐν ἀριθμῶν μετρούμενος ὁ β τὸν ζ ἀριθμὸν μετρεῖται κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. λα

Α ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ ὁποιονοῦν, καὶ ὁ τὸν ἕτερον μετρῶν τὸν ἕτερον ὡσαύτως μέρος ἔσται ὁποιονοῦν τοῦτο τοῦ μετρουμένου, τουτέστιν ὁποιονοῦν μέρος ἐστὶν ἢ ὁποιονοῦν μέρη, τοσαυτάκις καὶ ὁ τὸν ἕτερον μετρῶν τὸν ἕτερον ὡσαύτως μέρος ἔσται ὁποιονοῦν τοῦτο τοῦ μετρουμένου, τουτέστιν ὁποιονοῦν μέρος ἐστὶν ἢ ὁποιονοῦν μέρη. ὁ γὰρ α τὸν β μετρῶν τὸν αὐτὸν μέρος ἐστὶ καὶ ὁ τὸν γ μετρῶν τὸν δ, τουτέστιν ὁποιονοῦν μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ β ἢ ὁποιονοῦν μέρη, τοσαυτάκις καὶ ὁ γ τοῦ δ ἢ ὁποιονοῦν μέρος ἐστὶν ἢ ὁποιονοῦν μέρη. ὁ γὰρ α τὸν β μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ β ὑπὸ τοῦ α μετρούμενοι· ὁ δὲ γ τὸν δ μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ δ ὑπὸ τοῦ γ μετρούμενοι· ὁ α ἄρα τὸν β μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ β ὑπὸ τοῦ α μετρούμενοι· ὁ δὲ γ τὸν δ μετρῶν τοσαύτας ἔχει μονάδας ὅσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν τῷ δ ὑπὸ τοῦ γ μετρούμενοι· ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν α γ ἐν ἀριθμῶν μετρούμενος τὸν ὑπὸ τῶν β δ ἐν ἀριθμῶν μετρούμενον κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ· ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν α γ τὸν ὑπὸ τῶν β δ μετρῶν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ· ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν α γ τὸν ὑπὸ τῶν β δ μετρῶν κατὰ τὰς ἐν τῷ ὑπὸ τῶν β δ μονάδας μετρεῖ· ὁ δὲ ὑπὸ τῶν α γ τὸν ὑπὸ τῶν β δ μετρῶν κατὰ τὰς ἐν τῷ ὑπὸ τῶν β δ

λδ'

λε'

λε'

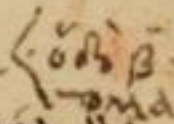


μείζων δὲ ὁ Β τοῦ Γ· μείζων ἄρα καὶ ὁ Γ τοῦ Δ τοσούτῳ
τοῦ ἐλάσσονα ὃ πρὸς ἑαυτὸν δύναται ἀριθμὸν τὸν Α· οἱ δὲ Β Γ Δ
τινὰ ἀριθμοί εἰσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ· ὅταν οἱ Α Β πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους ὦσιν· ὅταν δὲ οἱ Α Β ἐλάχιστοι ὦσιν τῶν τὸν αὐτὸν
λόγον ἔχοντας τοῖς Α Β· καὶ ἐὰν ἀφαιρῶν ἀεὶ τὸν ἐλάσσονα
ἡμᾶς λείπωσί τινες ἀριθμοὶ τὴν μονάδα λείποντες· καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς
ἄρα οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον
αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α Β·
δεῖ δὴ τοῦ Α Β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.



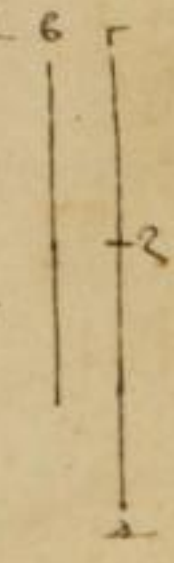
Εἰ μὲν οὖν ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν, ὁ Α ἄρα τῶν Α Β
κοινὸν μέτρον ἐστίν· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον, ὁ γὰρ τοῦ Α μείζων
οὐ μετρεῖ αὐτόν.

Εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, τῶν Α Β τὸ ἐλάσσονα ἀφαιροῦμενος ἀεὶ
λειφθήσεταί τις ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, διὰ τὸ καὶ τὴν
μονάδα λείπεσθαι· οἱ ἐξ ἀρχῆς ἄρα οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'

Τρεῖς ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον
αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α Β Γ·
δεῖ δὴ τῶν Α Β Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.



Εἰλήφθω γὰρ τῶν Α Β μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Δ· ὁ δὴ Δ ἢ μετρεῖ τὸν Γ
ἢ οὐ μετρεῖ.

Μετρείτω πρότερον, μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς Α Β· ὁ Δ ἄρα τῶν Α Β Γ κοινὸν
μέτρον ἐστίν· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον, ὁ γὰρ τῶν Α Β μείζων οὐ
μετρεῖ αὐτούς.

Μὴ μετρείτω δὴ ὁ Δ τὸν Γ· λέγω πρῶτον ὅτι οἱ Γ Δ οὐκ εἰσὶ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Α Β Γ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τῶν Α Β Γ ἄρα
μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ἢ μονὰς ἢ ἀριθμός τις· ἔστω ὁ Ε· ὁ δὴ Ε
τοὺς Α Β μετρῶν μετρεῖ καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν τὸν Δ· ὁ δὲ Δ τὸν Γ μετρεῖ·
καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Γ μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ· ὁ Ε ἄρα τῶν Γ Δ κοινὸν
μέτρον ἐστίν· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον, ὁ γὰρ τοῦ Δ μείζων οὐ
μετρεῖ αὐτόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον
αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α Β·
δεῖ δὴ τῶν Α Β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Εἰ μὲν οὖν ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν, ὁ Α ἄρα τῶν Α Β
κοινὸν μέτρον ἐστίν· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον, ὁ γὰρ τοῦ Α μείζων
οὐ μετρεῖ αὐτόν.

Εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, τῶν Α Β τὸ ἐλάσσονα ἀφαιροῦμενος ἀεὶ
λειφθήσεταί τις ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, διὰ τὸ καὶ τὴν
μονάδα λείπεσθαι· οἱ ἐξ ἀρχῆς ἄρα οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινας,
γενόμενοι δὲ ἐξ αὐτῶν τινες γένωνται, ὁ μὲν ἐκ τῶν δύο γενόμενος
πρῶτος πρὸς ἕκαστον τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούμενος, ὁ δὲ ἐκ τῶν δύο
γενόμενος ἑτέρου τινὸς μετρηθήσεται τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀριθμῶν.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιείτωσάν τινας
τὸν Γ Δ, γενόμενος δὲ ἐκ τῶν Α Β ἔστω ὁ Ε· λέγω ὅτι ὁ Ε ἑκατέρου τῶν
Γ Δ μετρούμενος κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας ἑτέρου τινὸς τῶν ἐξ ἀρχῆς
μετρηθήσεται.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Β
τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας, ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ε
ἀριθμούς· ὁ δὲ Α τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ ἄρα τοὺς Α Ζ ἑκάτερος
ἑκατέρου τοὺς Γ Ε κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ· ἑκάτερος ἄρα τῶν
Α Ζ τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Γ μετρεῖ· ὁ Α ἄρα τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Γ
μετρεῖ· ὁ δὲ Α τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς
ἐν τῷ Ζ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ· ὁ Ζ ἄρα τὸν Γ
μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ε· ὁ δὲ Β τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Δ μετρεῖ· ὁ Ζ ἄρα
τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Δ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Δ μετρεῖ·
ὁ Δ ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ε μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Δ
μετρούμενος ἑτέρου τινὸς τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρηθήσεται· ὁμοίως δὴ δείξομεν
ὅτι καὶ τὸν Δ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Γ μετρούμενος ἑτέρου τινὸς τῶν ἐξ ἀρχῆς
μετρηθήσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ'

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινας,
γενόμενοι δὲ ἐξ αὐτῶν τινες γένωνται, ὁ μὲν ἐκ τῶν δύο γενόμενος
πρῶτος πρὸς ἕκαστον τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούμενος, ὁ δὲ ἐκ τῶν δύο
γενόμενος ἑτέρου τινὸς μετρηθήσεται τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀριθμῶν.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιείτωσάν τινας
τὸν Γ Δ, γενόμενος δὲ ἐκ τῶν Α Β ἔστω ὁ Ε· λέγω ὅτι ὁ Ε ἑκατέρου τῶν
Γ Δ μετρούμενος κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας ἑτέρου τινὸς τῶν ἐξ ἀρχῆς
μετρηθήσεται.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Β
τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας, ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ε
ἀριθμούς· ὁ δὲ Α τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ ἄρα τοὺς Α Ζ ἑκάτερος
ἑκατέρου τοὺς Γ Ε κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ· ἑκάτερος ἄρα τῶν
Α Ζ τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Γ μετρεῖ· ὁ Α ἄρα τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Γ
μετρεῖ· ὁ δὲ Α τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς
ἐν τῷ Ζ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ· ὁ Ζ ἄρα τὸν Γ
μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ε· ὁ δὲ Β τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Δ μετρεῖ· ὁ Ζ ἄρα
τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Δ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Δ μετρεῖ·
ὁ Δ ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ε μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Δ
μετρούμενος ἑτέρου τινὸς τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρηθήσεται· ὁμοίως δὴ δείξομεν
ὅτι καὶ τὸν Δ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Γ μετρούμενος ἑτέρου τινὸς τῶν ἐξ ἀρχῆς
μετρηθήσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε'

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινας, γενόμενοι
δὲ ἐξ αὐτῶν τινες γένωνται, ὁ ἐκ τῶν δύο γενόμενος τὸν ἐκ τῶν
δύο γενόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τοῖς ἐξ ἀρχῆς.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Β Γ πολλαπλασιάσας ποιείτω τοὺς Δ Ε·
γενόμενος δὲ ἐκ τοῦ Β τὸν Δ ἔστω ὁ Ζ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ,
οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Δ
μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Α· μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Α·
ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ Β
πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε· ὁ δὲ Β τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ·
καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ μετρεῖ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ,
οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς'

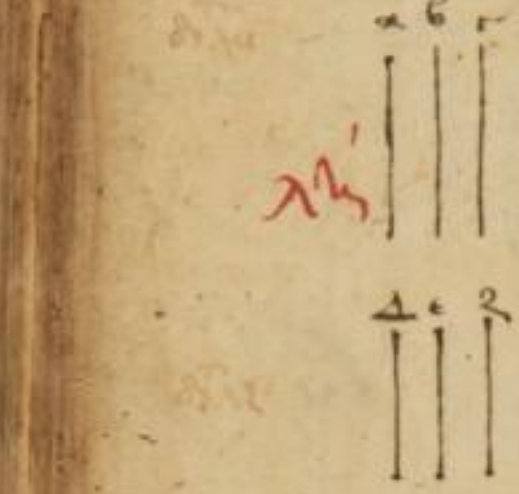
Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινας, γενόμενοι
δὲ ἐξ αὐτῶν τινες γένωνται, ὁ ἐκ τῶν δύο γενόμενος τὸν ἐκ τῶν
δύο γενόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τοῖς ἐξ ἀρχῆς.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Β Γ πολλαπλασιάσας ποιείτω τοὺς Δ Ε·
γενόμενος δὲ ἐκ τοῦ Β τὸν Δ ἔστω ὁ Ζ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ,
οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Δ
μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Α· μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Α·
ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ Β
πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε· ὁ δὲ Β τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ·
καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ε κατὰ τοὺς ἐν τῷ Ζ μετρεῖ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ,
οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη'

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἑαυτοὺς ποιῶσί τινας,
γενόμενοι δὲ ἐξ αὐτῶν τινες γένωνται, ὁ μὲν ἐκ τῶν τριῶν
γενόμενος τὸν ἐκ τῶν δύο γενόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ ἐξ
ἀρχῆς, ὁ δὲ ἐκ τῶν δύο γενόμενος τὸν ἐκ τῶν τριῶν γενόμενον τὸν
αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ ἐξ ἀρχῆς.

λη′

ἐλάχιστον μέρος οἷον εἰληφθω τῆς τῶν δύο τῶν
α β ἐλάχιστος μέρους ὢν ὁ α τ· ὁ αὐτ τὸν δ· ἡ τοι μέρη λ
οὐκ ἔστι μέρος πως πρότερον μετέχουσα δ καὶ οἱ α β τ δ·
οἱ ἄρα α β γ τὸν δ μέρους λέγω ὅτι καὶ ἐλάχιστον· εἰ γὰρ μή,
μέρη ἔσονται αὐτὸν ἀριθμοὶ οἱ α β γ· ἐλάσσονα ὄντα τοῦ δ·
μετρήσει ἄρα τις αὐτὸν ἐν πλείοσιν ἢ β γ· τὸν μέρος καὶ οἱ α β
ἄρα τὸν μέρος καὶ ἐλάχιστος ἄρα ἐστὶν ὁ α β μετρῶν
τὸν μέρος· ἔστι δὲ καὶ τὸν δ μέρος· καὶ ὁ α β ἄρα τὸν δ
μετρήσει ἐλάχιστος δὲ ὢν τὸν δ μέρος· ἔστιν ὁ δ· ὅπερ
ἄτοπον· οὐκ ἄρα οἱ α β γ τὸν δ μέρος· μέρη δὲ ἐστὶ τὸν δ·
οἱ α β γ ἄρα τὸν δ μέρος· καὶ ἐλάχιστος τὸν ζ· ἐν πλείοσι δὲ β
γ· τὸν ζ μετρεῖ· καὶ οἱ α β ἄρα τὸν ζ μετροῦσι· καὶ ὁ ἐλάχιστος

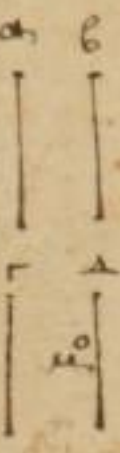
ἄρα αὐτῶν α β μετρούμενός ἐστιν· ὁ δ· ὃς οὐκ ἄρα τὸν ζ μετρεῖ
μέρη δὲ καὶ ὁ γ τὸν ζ οἱ α β γ ἄρα τὸν ζ μέρος εἰσίν· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι·

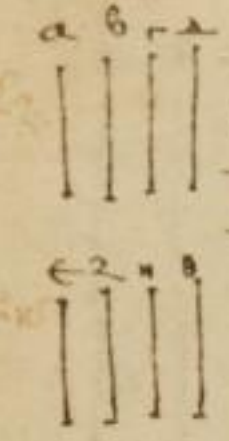
λθ′

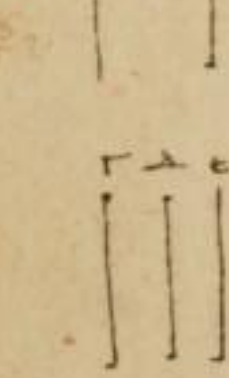
Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ συναμφότερος
πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος πρὸς ἀλλήλους ἔσται· καὶ ἐὰν
ὁ συναμφότερος πρός τινα πρῶτος ᾖ, καὶ ἑκάτερος τῶν
ἐξ ἀρχῆς πρῶτος πρὸς ἐκεῖνον ἔσται· ὁ γὰρ δύο τοὺς γ δ
πρώτους λέγω ὅτι καὶ ὁ γ δ πρῶτος ἐστὶ πρὸς ἑκάτερον τῶν
γ δ· εἰ γὰρ μή, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός· μετρείτω εἰ δυνατὸν
ὁ ε· καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν γ δ μετρεῖ, καὶ τὸν ἑαυτοῦ τὸν β γ μετρήσει·
ἀλλὰ καὶ τὸν α β· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν α μετρήσει ὁ ε· ἀλλὰ τὸν
γ· καὶ ἐστὶν ἄρα τις ἀριθμὸς ὁ ε τοὺς γ α μετρῶν· ὁ δὲ γ α
πρῶτος· ὁ γὰρ δύο τὸν α πρῶτος ἐστὶ πρὸς ἑκάτερον τῶν γ δ·
ὁ ε ἄρα τὸν γ α μετρῶν μονὰς οὐκ ἔστιν· ἔστω οὖν μονὰς ὁ ζ·
καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν γ δ μετρεῖ, καὶ τὸν ἑαυτοῦ τὸν β γ μετρήσει·
ἀλλὰ καὶ τὸν α β· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν α μετρήσει ὁ ε· ἀλλὰ τὸν
γ· καὶ ἐστὶν ἄρα τις ἀριθμὸς ὁ ε τοὺς γ α μετρῶν· ὁ δὲ γ α
πρῶτος· ὁ γὰρ δύο τὸν α πρῶτος ἐστὶ πρὸς ἑκάτερον τῶν γ δ·
ὁ ε ἄρα τὸν γ α μετρῶν μονὰς οὐκ ἔστιν· ἔστω οὖν μονὰς ὁ ζ·
καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν γ δ μετρεῖ, καὶ τὸν ἑαυτοῦ τὸν β γ μετρήσει·
ἀλλὰ καὶ τὸν α β· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν α μετρήσει ὁ ε· ἀλλὰ τὸν
γ· καὶ ἐστὶν ἄρα τις ἀριθμὸς ὁ ε τοὺς γ α μετρῶν· ὁ δὲ γ α
πρῶτος· ὁ γὰρ δύο τὸν α πρῶτος ἐστὶ πρὸς ἑκάτερον τῶν γ δ·
ὁ ε ἄρα τὸν γ α μετρῶν μονὰς οὐκ ἔστιν· ἔστω οὖν μονὰς ὁ ζ·
καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν γ δ μετρεῖ, καὶ τὸν ἑαυτοῦ τὸν β γ μετρήσει·
ἀλλὰ καὶ τὸν α β· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν α μετρήσει ὁ ε· ἀλλὰ τὸν
γ· καὶ ἐστὶν ἄρα τις ἀριθμὸς ὁ ε τοὺς γ α μετρῶν· ὁ δὲ γ α
πρῶτος· ὁ γὰρ δύο τὸν α πρῶτος ἐστὶ πρὸς ἑκάτερον τῶν γ δ·
ὁ ε ἄρα τὸν γ α μετρῶν μονὰς οὐκ ἔστιν· ἔστω οὖν μονὰς ὁ ζ·
καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν γ δ μετρεῖ, καὶ τὸν ἑαυτοῦ τὸν β γ μετρήσει·
ἀλλὰ καὶ τὸν α β· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν α μετρήσει ὁ ε· ἀλλὰ τὸν
γ· καὶ ἐστὶν ἄρα τις ἀριθμὸς ὁ ε τοὺς γ α μετρῶν· ὁ δὲ γ α
πρῶτος· ὁ γὰρ δύο τὸν α πρῶτος ἐστὶ πρὸς ἑκάτερον τῶν γ δ·
ὁ ε ἄρα τὸν γ α μετρῶν μονὰς οὐκ ἔστιν· ἔστω οὖν μονὰς ὁ ζ·

με΄

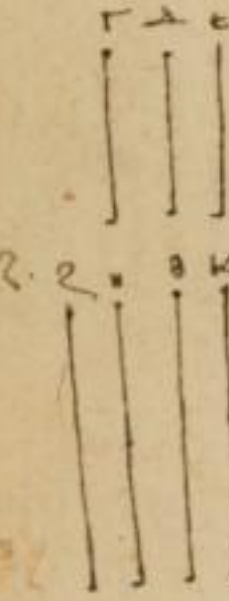
Ε΄ Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ μέρος ὃ μέρος, καὶ ὁ πολλαπλάσιος τοῦ μέρους τὸ πολλαπλάσιον τοῦ μέρους ἔσται μέρος τὸ αὐτὸ μέρος καὶ ὁ ἀριθμὸς τοῦ ἀριθμοῦ.



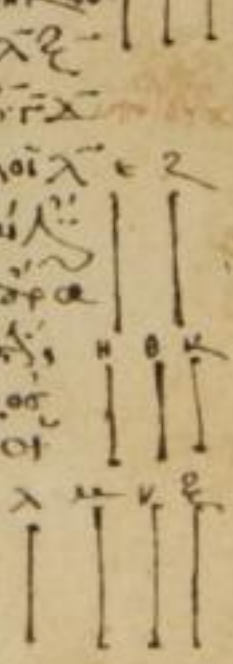
Ἔστω ἀριθμὸς ὁ Α μέρος ἀριθμοῦ τοῦ Β μέρος ὃ μέρος, καὶ ὁ πολλαπλάσιος τοῦ μέρους τὸ πολλαπλάσιον τοῦ μέρους ἔσται μέρος τὸ αὐτὸ μέρος καὶ ὁ ἀριθμὸς τοῦ ἀριθμοῦ· ὃ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ Α μονὰς τοῦ Β ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ ἀριθμὸς μονὰς τοῦ Δ ἀριθμοῦ, τουτέστιν ὃ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ Α ἀριθμὸς τοῦ Β ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ· ὃ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ Α μονὰς τοῦ Β ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ ἀριθμὸς τοῦ Δ· ὁ ἄρα Α τοῦ Β ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὃ μέρος ὁ Γ τοῦ Δ· καὶ ὁ Α ἄρα τοῦ Β ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὃ μέρος ὁ Γ

δύο τῶν Α. οἱ ΖΗΘ ἄρα τοῖς ΓΔΕ ἴσοι εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ ΓΔΕ τοῖς ΖΗΘ ἴσοι εἰσίν, καὶ πλῆθος αὐτῶν τὸ αὐτό ἐστιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΔ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ ΖΗ πρὸς τὸν Η, καὶ ἔτι ὡς ὁ ΔΕ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ ΗΘ πρὸς τὸν Η. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΓΔ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ ΖΗ πρὸς τὸν Η. καὶ ὡς ἄρα ὁ ΔΕ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ ΗΘ πρὸς τὸν Η. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ ΓΔ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ ΖΗ πρὸς τὸν Η, καὶ ὁ ΔΕ πρὸς τὸν Δ, οἱ ΖΗΘ ἄρα τοῖς ΓΔΕ ἀνάλογόν εἰσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



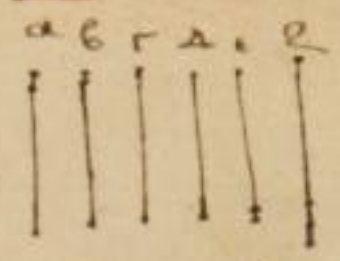
Δεῖξαι δὴ καὶ ἐν ἴσῳ πλήθει ἀριθμῶν ἐὰν ᾖ τινες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἑξῆς, ὁ μέγιστος αὐτῶν ὁ πρὸς τὸν ἐλάχιστον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ μέγιστος τῶν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ αὐτοῖς ἑξῆς ἀριθμῶν ὁ πρὸς τὸν ἐλάχιστον. ἔστωσαν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἑξῆς οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α τοῦ Δ μείζων ἔστω· λέγω ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Β πρὸς τὸν Γ.



ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β, Γ, Δ ἀνάλογόν εἰσιν, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. καὶ ἐπεὶ τρεῖς εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ καὶ ἄλλοι τρεῖς οἱ Ε, Ζ, Η, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τοῖς Α, Β, Γ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Κ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ ἄρα πρὸς τὸν Η, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Η πρὸς τὸν Κ. καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Η πρὸς τὸν Κ. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Κ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Η πρὸς τὸν Κ. πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. καὶ


α β γ δ
η θ κ
λ μ ν ξ

α'λ



οὗ πρὸς τὸν ξ· ὡς δὲ ὁ θ πρὸς τὸν ν, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β· καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ ξ πρὸς τὸν ν· πάλιν ἐπεὶ ὡς ὁ ε πρὸς τὸν ιε, οὕτως ὁ ϛ πρὸς τὸν λ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ε πρὸς τὸν ιε, οὕτως ὁ ϛ πρὸς τὸν λ· οἱ ε, ιε, ϛ, λ ἄρα ἀνάλογόν εἰσιν· ἐνὶ οἷς ἐστὶ καὶ ὡς ὁ β πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν γ· καὶ τοῦτ' ἐστὶ πρὸς τὸν ε λόγοις· λείπεται ἄρα καὶ ὡς ὁ ξ πρὸς τὸν ο, οὕτως ὁ ν πρὸς τὸν π· καὶ τοῦτ' ἐστὶ πρὸς τὸν ϛ λόγοις· ἐὰν ἄρα ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος οἱ συντεθέντες ἑνὶ λόγῳ ὦσιν, καὶ ἐξ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν τινὰ μὴ μετρῇ, καὶ ὁ μετρούμενος πρὸς τὸν λοιπὸν τὸν ὑπ' αὐτοῦ μετρούμενον μὴ μετρῇ, καὶ ὁ ἐξ ἀρχῆς ἄρα πρὸς τὸν λοιπὸν τὸν ὑπ' αὐτοῦ μετρούμενον μὴ μετρήσει.

Μὴ γὰρ μετρείτω ὁ α τὸν β, καὶ ὁ β τὸν γ μετρούμενος μὴ μετρείτω τὸν α· λέγω, ὅτι καὶ ὁ α τὸν γ οὐ μετρήσει.

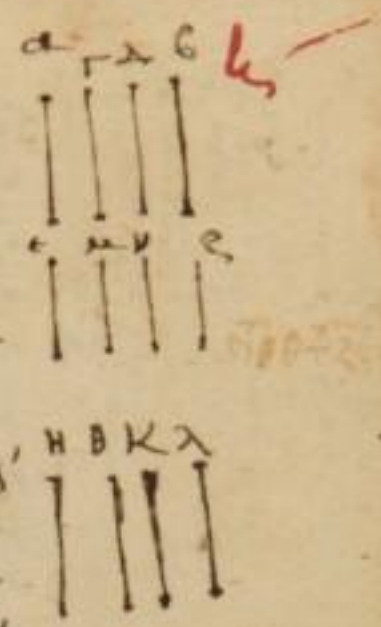
Εἰ γὰρ μετρεῖ, καὶ ὁ β τὸν γ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν· ὁ β ἄρα τοὺς β, γ μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ἡ μονὰς πρὸς τὸν α· ἡ μονὰς ἄρα τοὺς β, α μετρεῖ· καὶ ἔστιν ἡ μονὰς τὸν α μετροῦσα· ὁ α ἄρα τὸν β μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ· καὶ ὁ α ἄρα τὸν γ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν β· ὁ α ἄρα τοὺς β, γ μετρεῖ· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ μὴ μετρεῖν· οὐκ ἄρα ὁ α τὸν γ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν τινὰ μὴ μετρῇ, καὶ ὁ μετρούμενος πρὸς τὸν λοιπὸν τὸν ὑπ' αὐτοῦ μετρούμενον μὴ μετρῇ, καὶ ὁ ἐξ ἀρχῆς ἄρα πρὸς τὸν λοιπὸν τὸν ὑπ' αὐτοῦ μετρούμενον μὴ μετρήσει.

Μὴ γὰρ μετρείτω ὁ α τὸν β, καὶ ὁ β τὸν γ μετρούμενος μὴ μετρείτω τὸν α· λέγω, ὅτι καὶ ὁ α τὸν γ οὐ μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ, καὶ ὁ β τὸν γ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν· ὁ β ἄρα τοὺς β, γ μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ἡ μονὰς πρὸς τὸν α· ἡ μονὰς ἄρα τοὺς β, α μετρεῖ· καὶ ἔστιν ἡ μονὰς τὸν α μετροῦσα· ὁ α ἄρα τὸν β μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ· καὶ ὁ α ἄρα τὸν γ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν β· ὁ α ἄρα τοὺς β, γ μετρεῖ· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ μὴ μετρεῖν· οὐκ ἄρα ὁ α τὸν γ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

πλάτεσιν· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΒΚ οὕτως ὁ ΑΓ πρὸς τὸν ΓΚ· ὁ ΑΓ γὰρ τοῦ ΓΚ πολλαπλασίων ἔστω τὸν αὐτὸν πολλαπλασίων ὁ ΑΔ τοῦ ΓΚ· ὁ ΑΔ ἄρα τοῦ ΓΚ πολλαπλασίων ἐστὶν

ε' κ'

Ἐὰν δύο ῥητοὶ δυνάμει μόνον συμμετροῦντες μετ' ἀλλήλων
ποιῶσιν ἄλογον ἑκατέρα τῶν ἀλόγων καλείσθω. ὅταν μὲν οὖν
ἑκατέρα τῶν ἀλόγων ᾖ μέση ἀναλογόν, ὅταν δὲ ἡ μὲν μείζων
τὸν ἀπ' αὐτῆς μείζονα δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει,
ἡ δὲ ἐλάσσων τὸν ἀπ' αὐτῆς ἐλάσσονα τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ
μήκει. ἔστω δύο ῥητοὶ δυνάμει μόνον συμμετροῦντες οἱ Α Β, καὶ
ποιείτω ὁ μὲν Α τὸν ΑΓ, ὁ δὲ Β τὸν ΒΓ ἄλογον. λέγω ὅτι
ἑκατέρα τῶν ΑΓ ΒΓ ἄλογός ἐστιν ἡ μὲν ΑΓ μέση ἀναλογόν, ἡ δὲ
ΒΓ τὸν ἀπ' αὐτῆς ἐλάσσονα τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.
ἐπεὶ γὰρ ῥητὸς ὁ Α, ῥητὸν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β περιεχόμενον
ὀρθογώνιον· ἴσον γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ἡ ΑΓ
ἄρα ῥητή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ Β τῷ Α μήκει ἀσύμμετρός ἐστιν,
ἀλλὰ καὶ ὁ Α τῷ Β μήκει ἐστὶ σύμμετρος· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ὁ Α τῷ Β. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Β
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β
τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Β ῥητόν ἐστιν· ῥητὸν
γὰρ ἐστὶ τὸ ἴσον αὐτῷ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ
ἄλογόν ἐστιν· ἄλογον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἴσον αὐτῷ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ Δ παραλληλόγραμμον ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ Δ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ ΒΓ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ· ἄλογον δέ ἐστιν
ἡ ΑΓ· ἡ ΑΓ ἄρα ἄλογόν ἐστιν· ἡ μέση ἀναλογόν. ὅτι δὲ καὶ ἡ ΒΓ
τὸν ἀπ' αὐτῆς ἐλάσσονα τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει δύναται,
προδεδειγμένων ἡμῶν ὅτι ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη ἀνάλογον, ὡς τὸ πρῶτον
πρὸς τὸ δεύτερον οὕτως τὸ δεύτερον πρὸς τὸ τρίτον, τὸ δὲ πρῶτον
τοῦ δευτέρου μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῷ μήκει,
καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τρίτου μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου
ἑαυτῷ μήκει· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν
Α Β πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
Α Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ· ὁ δὲ Α τῷ ὑπὸ τῶν Α Β
σύμμετρός ἐστιν· σύμμετρος γὰρ ἐστὶν ὁ Α τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· καὶ ὁ Β
ἄρα τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ σύμμετρός ἐστιν· ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ Δ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ σύμμετρόν ἐστιν· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ Δ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἐστιν· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ὑπὸ τῶν
ΑΓ ΒΓ σύμμετρόν ἐστιν· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ὑπὸ τῶν Α Β
ἐστὶ σύμμετρον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β ἄρα τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ
σύμμετρόν ἐστιν· ἐὰν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ τὸ πρῶτον
τῷ τρίτῳ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῷ μήκει· ἐπεὶ οὖν
ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Β πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ ΒΓ, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Β τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἐστὶ σύμμετρον,
τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐστὶ σύμμετρον, καὶ τὸ ἀπὸ
τῆς ΑΓ ἄρα τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ σύμμετρόν ἐστιν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ἡ Α τῷ Β μήκει· ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου
ἑαυτῇ μήκει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

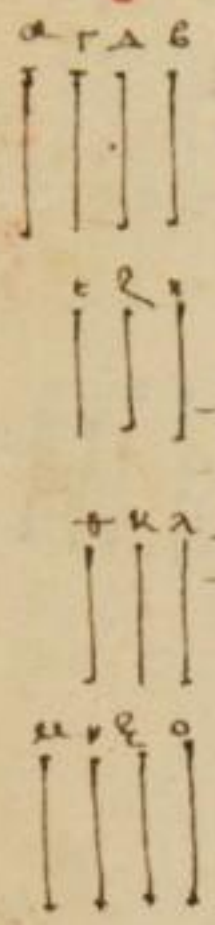
ϛ' κ'

Ἐὰν δύο ῥητοὶ δυνάμει μόνον συμμετροῦντες πρὸς ἄλληλους
καὶ τῇ ὅλῃ συμμετρον ποιῶσιν ἄλογον ἑκατέρα τῶν ἀλόγων
καλείσθω. ὅταν μὲν οὖν ἑκατέρα τῶν ἀλόγων ᾖ μέση ἀναλογόν,
ὅταν δὲ ἡ μὲν μείζων τὸν ἀπ' αὐτῆς μείζονα δύνηται τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, ἡ δὲ ἐλάσσων τὸν ἀπ' αὐτῆς ἐλάσσονα
τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη τὸν ἀπ' αὐτῆς τὸν
ἀπὸ ῥητῆς παραβαλλόμενον ὀρθογώνιον πλάτος ποιοῦσαν ῥητὴν
μήκει ἀσύμμετρον τῇ πρώτῃ τῇ ἀπὸ ὅλης. ἔστω δύο ῥητοὶ δυνάμει
μόνον συμμετροῦντες οἱ Α Β, καὶ ποιείτω ὁ μὲν Α τὸν ΑΓ, ὁ δὲ Β
τὸν ΒΓ ἄλογον. λέγω ὅτι ἑκατέρα τῶν ΑΓ ΒΓ ἄλογός ἐστιν ἡ μὲν
ΑΓ μέση ἀναλογόν, ἡ δὲ ΒΓ τὸν ἀπ' αὐτῆς ἐλάσσονα τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει δύναται. ἐπεὶ γὰρ ἀσύμμετρός ἐστιν ὁ Α
τῷ Β μήκει, ἀλλὰ καὶ ὁ Α τῷ Β μήκει ἐστὶ σύμμετρος· ἀσύμμετρος
ἄρα ἐστὶν ὁ Α τῷ Β. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν
Α Β πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β
τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Β ῥητόν ἐστιν· ῥητὸν
γὰρ ἐστὶ τὸ ἴσον αὐτῷ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ
ἄλογόν ἐστιν· ἄλογον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἴσον αὐτῷ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ Δ παραλληλόγραμμον ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ Δ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ ΒΓ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ· ἄλογον δέ ἐστιν
ἡ ΑΓ· ἡ ΑΓ ἄρα ἄλογόν ἐστιν· ἡ μέση ἀναλογόν. ὅτι δὲ καὶ ἡ ΒΓ
τὸν ἀπ' αὐτῆς ἐλάσσονα τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει δύναται,
προδεδειγμένων ἡμῶν ὅτι ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη ἀνάλογον, ὡς τὸ πρῶτον
πρὸς τὸ δεύτερον οὕτως τὸ δεύτερον πρὸς τὸ τρίτον, τὸ δὲ πρῶτον
τοῦ δευτέρου μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῷ μήκει,
καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τρίτου μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου
ἑαυτῷ μήκει· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν
Α Β πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
Α Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ· ὁ δὲ Α τῷ ὑπὸ τῶν Α Β
σύμμετρός ἐστιν· σύμμετρος γὰρ ἐστὶν ὁ Α τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· καὶ ὁ Β
ἄρα τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ σύμμετρός ἐστιν· ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ Δ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ σύμμετρόν ἐστιν· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ Δ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἐστιν· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ὑπὸ τῶν
ΑΓ ΒΓ σύμμετρόν ἐστιν· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ὑπὸ τῶν Α Β
ἐστὶ σύμμετρον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β ἄρα τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ
σύμμετρόν ἐστιν· ἐὰν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ τὸ πρῶτον
τῷ τρίτῳ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῷ μήκει· ἐπεὶ οὖν
ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Β πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ ΒΓ, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Β τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἐστὶ σύμμετρον,
τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐστὶ σύμμετρον, καὶ τὸ ἀπὸ
τῆς ΑΓ ἄρα τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ σύμμετρόν ἐστιν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ἡ Α τῷ Β μήκει· ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου
ἑαυτῇ μήκει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ' κ'

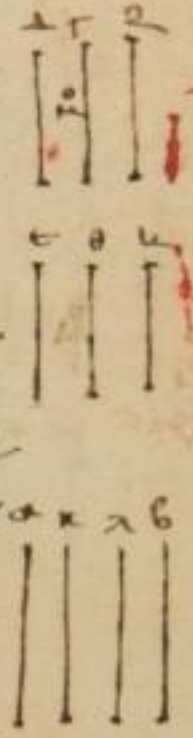
Ἐὰν δύο ῥητοὶ δυνάμει μόνον συμμετροῦντες πρὸς ἄλληλους
καὶ τῇ ὅλῃ συμμετρον ποιῶσιν ἄλογον ἑκατέρα τῶν ἀλόγων
καλείσθω. καὶ ἡ μὲν ὅλη τὸν ἀπ' αὐτῆς τὸν ἀπὸ ῥητῆς παραβαλλόμενον
ὀρθογώνιον πλάτος ποιοῦσαν ἐκτὸς μήκει ἀσύμμετρον τῇ πρώτῃ
οὖσα ῥητὸν ἔστω. ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΓ μήκει ἀσύμμετρος ἔστω. ἐπεὶ οὖν
δύο ῥητοὶ δυνάμει μόνον συμμετροῦντες οἱ Α Β, καὶ ποιείτω ὁ μὲν Α
τὸν ΑΓ, ὁ δὲ Β τὸν ΒΓ ἄλογον. λέγω ὅτι ἑκατέρα τῶν ΑΓ ΒΓ
ἄλογός ἐστιν ἡ μὲν ΑΓ μέση ἀναλογόν, ἡ δὲ ΒΓ τὸν ἀπ' αὐτῆς
ἐλάσσονα τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει δύναται. ἐπεὶ γὰρ
ἀσύμμετρός ἐστιν ὁ Α τῷ Β μήκει, ἀλλὰ καὶ ὁ Α τῷ Β μήκει ἐστὶ
σύμμετρος· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ὁ Α τῷ Β. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ Α πρὸς
τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Β πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ· ἀσύμμετρον
ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν
Α Β ῥητόν ἐστιν· ῥητὸν γὰρ ἐστὶ τὸ ἴσον αὐτῷ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὸ
ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ ἄλογόν ἐστιν· ἄλογον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἴσον
αὐτῷ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ Δ παραλληλόγραμμον ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΓ Δ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΓ·
ἄλογον δέ ἐστιν ἡ ΑΓ· ἡ ΑΓ ἄρα ἄλογόν ἐστιν· ἡ μέση ἀναλογόν.
ὅτι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τὸν ἀπ' αὐτῆς ἐλάσσονα τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου
ἑαυτῇ μήκει δύναται, προδεδειγμένων ἡμῶν ὅτι ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη
ἀνάλογον, ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον οὕτως τὸ δεύτερον πρὸς
τὸ τρίτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ δευτέρου μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ

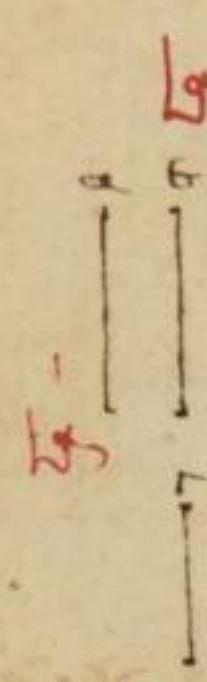
ιγ'



Κασίν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἐκ τοῦ ἑνὸς ἔσονται· ὁ καὶ ἐπὶ ἕνα ἕνα
μετὰ ξύνεσιν ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἀναλόγου ἐκβαινόντων ἁλήθωσαν
πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους οἱ ἐντὸς τῶν α· γ· δ· β· λόγῳ ὄντες·
οἱ ζ· η· τρὶς δεύτεροι οἱ β· κ· λ· καὶ ἀεὶ δύο εἷς πλείους ἐφεξῆς ἀνὰ μίαν
ποιοῦνται τὸ πλῆθος ἑαυτῶν, τουτέστιν α· γ· δ· β· ἁλήθωσαν·
καὶ ἔστω αὐτῶν οἱ μ· ν· ξ· ὁ φανερόν διότι ὁ μὲν ζ ἑαυτὸν πολλαπλα-
σιάσας τὸν η ἐποίησε τὸν δ· πολλαπλασιάσας τὸν λ ἐποίησε τὸν λβ·
πολλαπλασιάσας τὸν ο ἐποίησε τὸν μ· καὶ ἐπεὶ οἱ μ· ν· ξ· ὁ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν
τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς η· ζ· καί ἐστιν ἑνὸς τὸ πλῆθος τὰ μ· ν· ξ·
ὁ πλῆθος ἄρα ἐστὶ τῶν α· γ· δ· β· ἕκαστος ἄρα τῶν α· γ· δ· β· ἴσος ἐστὶν
ἑνὶ ὁ· καὶ ἐπεὶ οἱ μ· ν· ξ· ὁ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων
τοῖς η· ζ· καί ἐστιν ἑνὸς τὸ πλῆθος τῶν μ· ν· ξ· ὁ ἕκαστος ἄρα τῶν
α· γ· δ· β· ἴσος ἐστὶν ἑνὶ ὁ· καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
τὸν η ἐποίησε τὸν δ· ὁ δὲ ὁ τὸν β· ὁ δὲ ζ τὸν δ· ὁ δὲ ὁ τὸν λβ· ὁ δὲ ζ τὸν λβ·
πολλαπλασιάσας τὸν ο ἐποίησε τὸν μ· καὶ ὁ μὲν ζ τὸν δ· ὁ δὲ ὁ τὸν λβ·
ἐποίησε τὸν ο· ὁ δὲ ζ τὸν ο· ἐποίησε τὸν μ· καὶ ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον
οἱ α· δ· λβ· ο· μ· καὶ ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον οἱ α· γ· δ· β·
ἄρα τοὺς α· γ· δ· β· μετὰ ξύνεσιν ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἀνάλογον ἐκβαίνοντας
ἁλήθωσαν· καὶ ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον οἱ α· δ· λβ· ο· μ·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ιδ'

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μετὰ ξύνεσιν ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἀνάλογον
ὦσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἐντός εἰσι τῆς μονάδος καὶ τοῦ ἐσχάτου ἀριθμοῦ,
τοσοῦτοι καὶ ἐκ τοῦ ἑνὸς μετὰ ξύνεσιν ἀνάλογον ἐκβαίνοντες
ἁλήθωσαν ἀπὸ τοῦ ἐσχάτου ἀριθμοῦ ἐκβαίνοντος ἐπὶ τὸν πρὸ μονάδος
ἀριθμὸν καὶ ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον οἱ ἀριθμοί, ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

α γ β
ε θ ι
α κ λ β

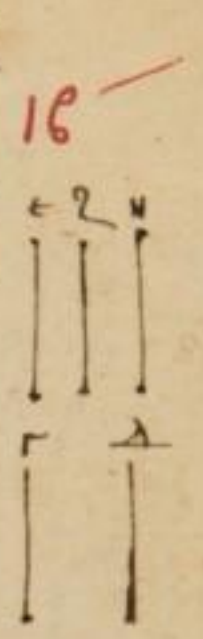


ιγ΄

Τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, ἡ συμμέτρου μήκει ἐστὶν ἑκάστη ἑαυτῇ καὶ ῥητή, καὶ ἡ τῶν δοθεισῶν ἑκάστου πρὸς τὸν τῶν δοθεισῶν ἑκάστου πολλαπλασίονα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· ἐστω δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ α, καὶ τοῦ μὲν β πολλαπλασίων ἔστω ὁ γ, τοῦ δὲ γ ὁ δ· λέγω ὅτι καὶ ἡ α τοῦ β πολλαπλασίονα λόγον ἔχει ὃν ὁ γ πρὸς τὸν δ. ἐπεὶ γὰρ ὁ γ τοῦ β πολλαπλάσιός ἐστιν, ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ γ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ β, τοσοῦτοι καὶ ἐν τῷ α ἴσοι τῷ γ εἰσίν· διῃρήσθω ἡ μὲν α εἰς τοὺς ἐν αὐτῇ ἴσους τῷ γ, ἡ ε δὲ εἰς τοὺς ἐν αὐτῇ ἴσους τῷ β· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν ἐν τῇ α τῷ πλήθει τῶν ἐν τῇ ε καὶ τῷ πλήθει τῶν ἐν τῷ γ. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ἐν τῇ α πλῆθος τῷ ἐν τῇ ε καὶ τῷ ἐν τῷ γ, ἡ α ἄρα τῆς ε καὶ τοῦ γ μέρος ἐστὶ τὸ αὐτό. ἀλλὰ τὸ μὲν γ τοῦ β πολλαπλάσιόν ἐστιν, ὅσοι ἐν τῷ γ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ β· ἡ ε ἄρα τοῦ β τὸ αὐτό ἐστι πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ γ τοῦ β· ἡ ε ἄρα τοῦ γ τὸ αὐτό ἐστι πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ δ τοῦ γ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ε καὶ γ τοῦ γ τὸ αὐτό ἐστι πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ δ τοῦ γ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ε τῷ δ· ἀλλὰ τοῦ μὲν ε πολλαπλάσιόν ἐστιν ἡ α τοῦ β πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ γ τοῦ β· τοῦ δὲ δ πολλαπλάσιόν ἐστιν ἡ α τοῦ γ πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ δ τοῦ γ· ἡ α ἄρα τοῦ β τὸ αὐτό ἐστι πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ δ τοῦ γ· ἡ α ἄρα τοῦ β τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ὃν ὁ δ πρὸς τὸν γ· ἀλλὰ τοῦ μὲν δ πρὸς τὸν γ ἐστὶν ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· καὶ τοῦ α ἄρα πρὸς τὸ β ἐστὶν ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· ἐστω δὲ καὶ ἡ α τῆς β μήκει σύμμετρος· λέγω ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν α, β ῥητή ἐστιν ἑκατέρα ἄρα τῶν α, β ἑαυτῇ ἐστὶ καὶ ῥητὴ καὶ ἡ τῶν α, β ἑκατέρα πρὸς τὸν τῶν α, β ἑκατέρου πολλαπλασίονα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· ἐπεὶ γὰρ ἡ α τῆς β μήκει ἐστὶ σύμμετρος, ἔστιν ἄρα τις μήκει μετρήσουσα τὰς α, β· μετρείτω καὶ ἔστω ἡ ε· καὶ ὅσοι μὲν ἐν τῇ α ἀριθμοὶ ἴσοι εἰσὶ τῇ ε, τοσοῦτοι καὶ ἐν τῷ γ ἴσοι τῇ ε εἰσίν· διῃρήσθω ἡ μὲν α εἰς τοὺς ἐν αὐτῇ ἴσους τῇ ε, ἡ ζ δὲ εἰς τοὺς ἐν αὐτῇ ἴσους τῇ ε· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν ἐν τῇ α τῷ πλήθει τῶν ἐν τῇ ζ καὶ τῷ πλήθει τῶν ἐν τῷ γ. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ἐν τῇ α πλῆθος τῷ ἐν τῇ ζ καὶ τῷ ἐν τῷ γ, ἡ α ἄρα τῆς ζ καὶ τοῦ γ μέρος ἐστὶ τὸ αὐτό. ἀλλὰ τὸ μὲν γ τοῦ β πολλαπλάσιόν ἐστιν, ὅσοι ἐν τῷ γ ἀριθμοὶ ἴσοι τῇ ε· ἡ ζ ἄρα τοῦ β τὸ αὐτό ἐστι πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ γ τοῦ β· ἡ ζ ἄρα τοῦ γ τὸ αὐτό ἐστι πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ δ τοῦ γ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ζ καὶ γ τοῦ γ τὸ αὐτό ἐστι πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ δ τοῦ γ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ζ τῷ δ· ἀλλὰ τοῦ μὲν ζ πολλαπλάσιόν ἐστιν ἡ α τοῦ β πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ γ τοῦ β· τοῦ δὲ δ πολλαπλάσιόν ἐστιν ἡ α τοῦ γ πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ δ τοῦ γ· ἡ α ἄρα τοῦ β τὸ αὐτό ἐστι πολλαπλάσιον ὅπερ τὸ δ τοῦ γ· ἡ α ἄρα τοῦ β τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ὃν ὁ δ πρὸς τὸν γ· ἀλλὰ τοῦ μὲν δ πρὸς τὸν γ ἐστὶν ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· καὶ τοῦ α ἄρα πρὸς τὸ β ἐστὶν ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· ἡ α ἄρα τῆς β μήκει σύμμετρος ἐστὶ πλατεῖ δὲ ἐστὶν ἡ α· πλατεῖαι ἄρα εἰσὶν ἀμφότεραι αἱ α, β· ὅλως ἄρα τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, ἡ συμμέτρου μήκει ἐστὶν ἑκάστη ἑαυτῇ καὶ ῥητή, καὶ ἡ τῶν δοθεισῶν ἑκάστου πρὸς τὸν τῶν δοθεισῶν ἑκάστου πολλαπλασίονα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ΄ Α

Τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, ἡ συμμέτρου μήκει ἐστὶν ἑκάστη ἑαυτῇ καὶ ῥητή, καὶ ἡ τῶν δοθεισῶν ἑκάστου πρὸς τὸν τῶν δοθεισῶν ἑκάστου πολλαπλασίονα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν·



16

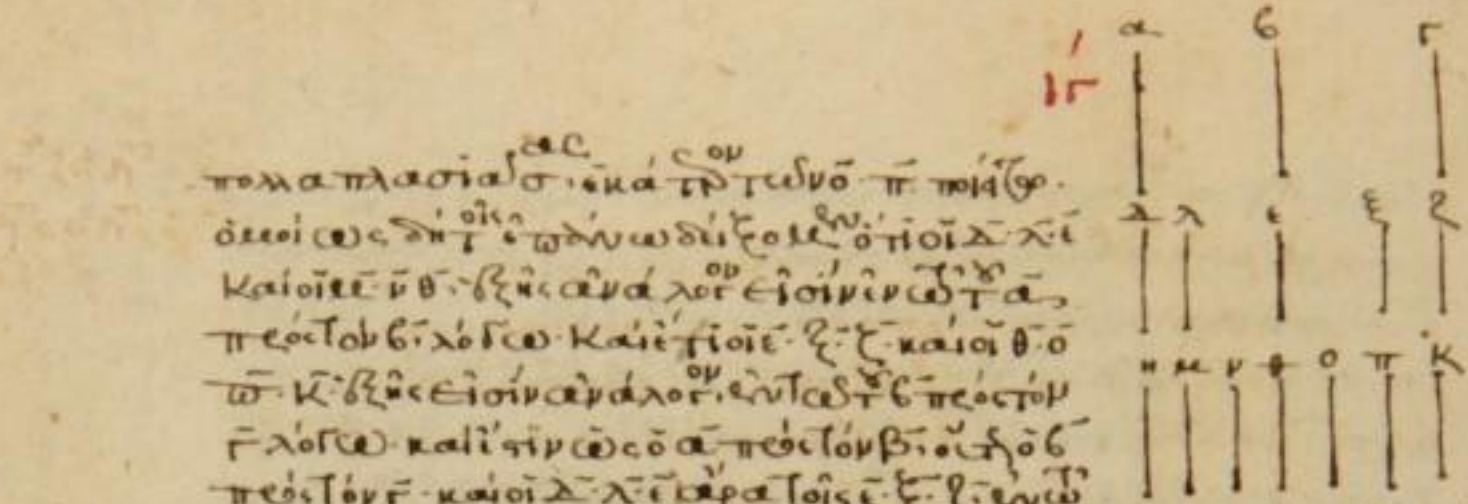
Καὶ ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ πολλαπλάσιος τοῦ πρώτου πρὸς τὸν πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου, οὕτως ὁ πολλαπλάσιος τοῦ τρίτου πρὸς τὸν πολλαπλάσιον τοῦ τετάρτου, οὕτως ἐκάτερος τῶν τε τρίτου καὶ τετάρτου πρὸς ἐκάτερον τῶν πρώτου καὶ δευτέρου, ἐκ τοῦ ἐν τῷ πέμπτῳ ὁρισμοῦ δείκνυται οὕτως.

Ἔστω πρῶτος μὲν ὁ Α, δεύτερος δὲ ὁ Β, τρίτος δὲ ὁ Γ, τέταρτος δὲ ὁ Δ, καὶ τοῦ μὲν Α πολλαπλάσιος ἔστω ὁ Ε, τοῦ δὲ Β ἄλλος ἐπιτυχὼν πολλαπλάσιος ὁ Ζ, τοῦ δὲ Γ πολλαπλάσιος ὁ Η, τοῦ δὲ Δ ἄλλος ἐπιτυχὼν πολλαπλάσιος ὁ Θ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ.

Εἰλήφθω γὰρ τοῦ μὲν Ε καὶ Η ἰσάκις πολλαπλάσιος ὁ Κ καὶ Λ, τοῦ δὲ Ζ καὶ Θ ἄλλος ἐπιτυχὼν πολλαπλάσιος ὁ Μ καὶ Ν. καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν Κ τοῦ Ε ἐστὶν ὡς ὁ Λ τοῦ Η, ἰσάκις γὰρ ἐστὶ πολλαπλάσιος, ὁ δὲ Ε τοῦ Α ἐστὶν ὡς ὁ Η τοῦ Γ, ἰσάκις γὰρ ἐστὶ πολλαπλάσιος, ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Γ. πάλιν ἐπεὶ ὁ μὲν Ζ τοῦ Β ἐστὶν ὡς ὁ Θ τοῦ Δ, ἰσάκις γὰρ ἐστὶ πολλαπλάσιος, ὁ δὲ Β τοῦ Α ἐστὶν ὡς ὁ Δ τοῦ Γ, ἰσάκις γὰρ ἐστὶ πολλαπλάσιος, ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Γ. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ Α, Γ, Ζ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος ὁ Κ, Λ, Μ, Ν, καὶ ἐστὶν ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Γ, ὡς δὲ ὁ Μ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Γ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Θ. καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν Κ τοῦ Ε ἐστὶν ὡς ὁ Λ τοῦ Η, ὁ δὲ Ε τοῦ Ζ ἐστὶν ὡς ὁ Η τοῦ Θ, ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Θ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Λ πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ. πάλιν ἐπεὶ ὁ μὲν Λ τοῦ Η ἐστὶν ὡς ὁ Κ τοῦ Ε, ὁ δὲ Η τοῦ Θ ἐστὶν ὡς ὁ Λ τοῦ Κ, ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ὁ Λ πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Ε. ἀλλὰ ὡς ὁ Λ πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Κ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Κ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Θ.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν μεγέθη ἐξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλάσια αὐτῶν ἰσάκις λαμβανόμενα ἐξῆς ἀνάλογον ἔσται, καὶ ἐὰν ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος λαμβάνηται ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐξῆς ἀνάλογον, ἐν τῷ ἐν ἀρχῇ ἑνὶ ἐκείνων ἴσα ὄντα τὸ πλῆθος ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐξῆς ἀνάλογον ἔσται. ἐὰν ὦσιν ὁποσαοῦν μεγέθη ἐξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλάσια αὐτῶν ἰσάκις λαμβανόμενα ἐξῆς ἀνάλογον ἔσται. ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη ἐξῆς ἀνάλογον τὰ Α, Β, Γ, καὶ τοῦ μὲν Α πολλαπλάσιος ἔστω ὁ Δ, τοῦ δὲ Β ἄλλος ἐπιτυχὼν πολλαπλάσιος ὁ Ε, τοῦ δὲ Γ πολλαπλάσιος ὁ Ζ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ.

11



ιε'

τομα πλασιάσαι ἕως ἐπὶ πρῶτων ν̄ πολύγω-
νον ὅμοιον ὡς δὲ ἡ ἀπὸ ω̄ διάμετρος πρὸς τὴν
καὶ οἷς ε̄ νθ̄ βξῆς ἀνάλογον εἰσὶν ἀριθμοὶ τε-
τράκις· καὶ ἐστὶν ὡς ὁ ω̄ πρὸς τὸν β̄ λόγος
τετ

τὸν Δ λόγῳ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Δ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ἀλλὰ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α β
Γ Δ

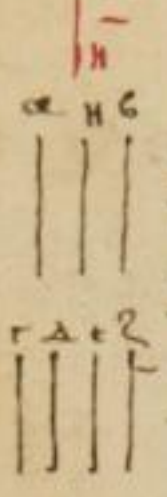
ιε'

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει· ἴσων τετραγώνων οἱ ἀριθμοί, οἱ τὰς πλευρὰς ἔχοντες ἴσους· καὶ ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τὸν τετράγωνον μὴ μετρῇ, οὐδὲ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει· ἀνίσων τετραγώνων οἱ ἀριθμοί, οἱ τὰς πλευρὰς ἔχοντες ἴσους· καὶ ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τὸν τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

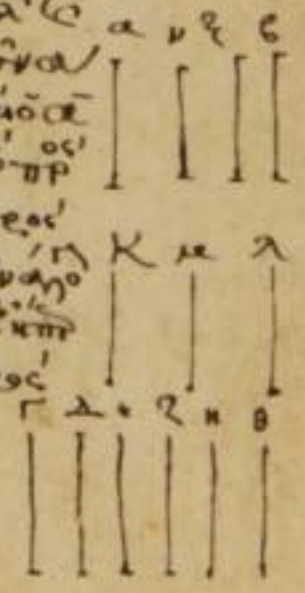
α β
Γ Δ

ις'

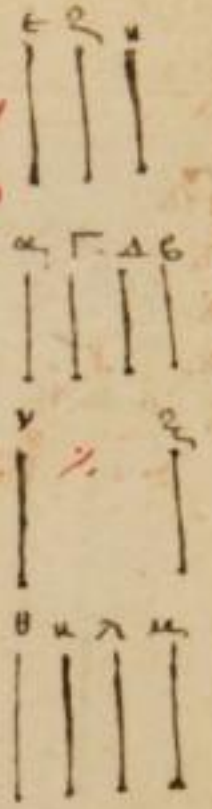
Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει· κύβος ἀριθμὸς ἀριθμὸν κύβον ἀριθμὸν τὸν Β μετρείτω· καὶ τοὺς μεταξὺ τῶν Γ Δ πλευρᾶς ἀνάλογον ἐμβαλλέτω· τοὺς Ε Ζ· λέγω ὅτι καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει κατὰ τοὺς ἐμβληθέντας· ὅσοι ἄρα εἰσὶν οἱ Ε Ζ, τοσοῦτοι καὶ οἱ Α Β γενέσθωσαν· καὶ ἐπεὶ κύβος ἐστὶν ὁ Α, καὶ ὁ Α ἄρα τὸν ἑαυτοῦ πλευρὰν μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρήσει· ὁ δὲ Α τὸν Β μετρείτω κατὰ τὸν Ε· ὁ Α ἄρα τὸν Ε μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Ε μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Ε



ιδ΄ Α

τὸν ιε̄ ποιοῦσιν. εἰσὶν δὲ ὧν ὁ̄ ὡς πρὸς τὸν ζ̄ οὕτως ὁ̄ πρὸς τὸν
ιε̄. ἀλλ' ὡς ὁ̄ πρὸς τὸν ιε̄, οὕτως ὁ̄ πρὸς τὸν λ̄. οἷς δὲ ὁ̄ πρὸς τὸν
ιε̄ οὐκ ἔστι παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ
εἰσὶν ὧν ὁ̄ πρὸς τὸν λ̄, οὕτως ὁ̄ πρὸς τὸν η̄, ἀλλὰ παράβλητος
ἐστὶν ὧν ὁ̄ πρὸς τὸν ζ̄, οὕτως ὁ̄ πρὸς τὸν η̄. πάλιν εἰσὶν ὧν ὁ̄ πρὸς τὸν
οὕτως ὁ̄ πρὸς τὸν θ̄. ἀλλὰ παράβλητος ἐστὶν ὧν ὁ̄ πρὸς τὸν η̄, οὗ
οὐδὲ πρὸς τὸν ζ̄. οἷς δὲ παράβλητος ἐστὶν εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς
τὸν ζ̄ καὶ ἔστι λ̄ πρὸς τὸν η̄. καὶ ἔστι τοῦτο πρὸς τὸν ἐλάσσω. καὶ
λάτων ἐστὶν β̄ τὸν ιε̄ ποιοῦσα πλευράν. καὶ ἔστω αὐτῇ ἴση ἡ ε̄ ζ̄.
καὶ ἐπεὶ πρὸς ἐστὶν ὁ̄ ᾱ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ η̄, οἷς δὲ ὁ̄ ᾱ πρὸς
τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ.
ὁ̄ ἄρα πρὸς τὸν η̄ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ ε̄ ζ̄, οἷς δὲ ὁ̄ πρὸς τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι
παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ
ὁ̄ πρὸς τὸν η̄ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ ε̄ ζ̄, ὁ̄ δὲ πρὸς τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι
παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ
ὁ̄ πρὸς τὸν η̄ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ ε̄ ζ̄, ὁ̄ δὲ πρὸς τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι
παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ
ὁ̄ πρὸς τὸν η̄ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ ε̄ ζ̄, ὁ̄ δὲ πρὸς τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι
παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ
ὁ̄ πρὸς τὸν η̄ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ ε̄ ζ̄, ὁ̄ δὲ πρὸς τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι
παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ
ὁ̄ πρὸς τὸν η̄ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ ε̄ ζ̄, ὁ̄ δὲ πρὸς τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι
παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ
ὁ̄ πρὸς τὸν η̄ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ ε̄ ζ̄, ὁ̄ δὲ πρὸς τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι
παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ
ὁ̄ πρὸς τὸν η̄ πλευρὰ δὲ αὐτῇ ἡ ε̄ ζ̄, ὁ̄ δὲ πρὸς τὸν ιε̄ οὐκ ἔστι
παράβλητος εὐθεῖα σύμμετρος τοῖς πρὸς τὸν ζ̄ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ

τοῦ ζ· καὶ ὁ Α τοῦ η· καὶ ὁ Γ τοῦ ε· καὶ ὁ Ε τοῦ β· καὶ ὁ Δ ἄρα τοῦ
τοῦ β τετραπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ διπλάσιος πλευρὰ τοῦ
ὁμοίου πλευρᾶς· τουτέστιν ἡ τοῦ ἀπὸ διαμέτρου τοῦ τετραγώνου
τοῦ ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ ε· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΚΕ

Ἐὰν δύο σχήματα εἰς ἀναλογίαν ᾖ τῶν ἀπὸ διαμέτρων, ὅμοιοι
καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα εὐθύγραμμα ἔσται καὶ τὰ εὐθύγραμμα·
καὶ ἐὰν τὰ εὐθύγραμμα εἰς ἀναλογίαν ᾖ τῶν ἀπὸ διαμέτρων, καὶ
τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα εὐθύγραμμα εἰς ἀναλογίαν ἔσται·
καὶ ἐὰν τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα εὐθύγραμμα εἰς ἀναλογίαν
ᾖ, καὶ αὐτὰ τὰ σχήματα εἰς ἀναλογίαν ἔσται· καὶ ὁμοίως τὰ ἀπὸ
τῶν ὁμολόγων ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ὁμολόγων ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως
κειμένοις· ἔστω δύο σχήματα τὰ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΕΖ πρὸς
τὴν ΗΘ οὕτως τὸ ΑΒ σχῆμα πρὸς τὸ ΓΔ· λέγω ὅτι ἐὰν τὸ ΑΒ ὅμοιον
ᾖ τῷ ΓΔ, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον, ἔσται ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ
οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ· καὶ ἐὰν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ
ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ τὸ ΑΒ σχῆμα ὅμοιον ᾖ τῷ ΓΔ, καὶ ὁμοίως
ἀναγεγραμμένον· καὶ ἐὰν τὸ ΑΒ ὅμοιον ᾖ τῷ ΓΔ, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον,
καὶ ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ· ἔστω τῷ μὲν
ΑΒ ἴσον τὸ Ξ, τῷ δὲ ΓΔ ἴσον τὸ Ο· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν
ΗΘ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΒ τῷ Ξ ἐστιν ἴσον, τὸ δὲ
ΓΔ τῷ Ο ἴσον, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως τὸ Ξ πρὸς τὸ Ο·
καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒ τῷ ΓΔ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ
οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως τὸ Ξ
πρὸς τὸ Ο· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ·
ὡς δὲ τὸ Ξ πρὸς τὸ Ο οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΛ πρὸς
τὴν ΜΝ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· πάλιν δὴ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΚΛ πρὸς
τὴν ΜΝ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΒ τῷ Ξ ἐστιν ἴσον,
τὸ δὲ ΓΔ τῷ Ο ἴσον, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ οὕτως τὸ Ξ πρὸς
τὸ Ο· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ οὕτως ἐστὶν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ·
ὡς δὲ τὸ Ξ πρὸς τὸ Ο οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς
τὴν ΗΘ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ
οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· λέγω ὅτι ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒ τῷ ΓΔ· ἐπεὶ γὰρ
πάλιν ἐστὶν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ, ἀλλ' ὡς
μὲν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· ὡς δὲ ἡ ΚΛ πρὸς τὴν
ΜΝ οὕτως τὸ Ξ πρὸς τὸ Ο· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ οὕτως τὸ Ξ
πρὸς τὸ Ο· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Ξ οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ Ο·
ἴσον δὲ τὸ μὲν ΑΒ τῷ Ξ, τὸ δὲ ΓΔ τῷ Ο· καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒ τῷ ΓΔ·
ἐὰν ἄρα δύο σχήματα εἰς ἀναλογίαν ᾖ τῶν ἀπὸ διαμέτρων, καὶ ὁμοίως
ἀναγεγραμμένα εὐθύγραμμα ἔσται καὶ τὰ εὐθύγραμμα· καὶ ἐὰν τὰ εὐθύγραμμα
εἰς ἀναλογίαν ᾖ τῶν ἀπὸ διαμέτρων, καὶ τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα
εὐθύγραμμα εἰς ἀναλογίαν ἔσται· καὶ ἐὰν τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα
εὐθύγραμμα εἰς ἀναλογίαν ᾖ, καὶ αὐτὰ τὰ σχήματα εἰς ἀναλογίαν ἔσται·
καὶ ὁμοίως τὰ ἀπὸ τῶν ὁμολόγων ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ὁμολόγων ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως
κειμένοις· ἔστω δύο σχήματα τὰ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΕΖ πρὸς
τὴν ΗΘ οὕτως τὸ ΑΒ σχῆμα πρὸς τὸ ΓΔ· λέγω ὅτι ἐὰν τὸ ΑΒ ὅμοιον
ᾖ τῷ ΓΔ, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον, ἔσται ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ
οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ· καὶ ἐὰν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ
ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ τὸ ΑΒ σχῆμα ὅμοιον ᾖ τῷ ΓΔ, καὶ ὁμοίως
ἀναγεγραμμένον· καὶ ἐὰν τὸ ΑΒ ὅμοιον ᾖ τῷ ΓΔ, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον,
καὶ ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ· ἔστω τῷ μὲν
ΑΒ ἴσον τὸ Ξ, τῷ δὲ ΓΔ ἴσον τὸ Ο· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν
ΗΘ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΒ τῷ Ξ ἐστιν ἴσον, τὸ δὲ
ΓΔ τῷ Ο ἴσον, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως τὸ Ξ πρὸς τὸ Ο·
καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒ τῷ ΓΔ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ
οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως τὸ Ξ
πρὸς τὸ Ο· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ·
ὡς δὲ τὸ Ξ πρὸς τὸ Ο οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΛ πρὸς
τὴν ΜΝ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· πάλιν δὴ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΚΛ πρὸς
τὴν ΜΝ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΒ τῷ Ξ ἐστιν ἴσον,
τὸ δὲ ΓΔ τῷ Ο ἴσον, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ οὕτως τὸ Ξ πρὸς
τὸ Ο· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ οὕτως ἐστὶν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ·
ὡς δὲ τὸ Ξ πρὸς τὸ Ο οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς
τὴν ΗΘ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ
οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· λέγω ὅτι ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒ τῷ ΓΔ· ἐπεὶ γὰρ
πάλιν ἐστὶν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ, ἀλλ' ὡς
μὲν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ· ὡς δὲ ἡ ΚΛ πρὸς τὴν
ΜΝ οὕτως τὸ Ξ πρὸς τὸ Ο· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ οὕτως τὸ Ξ
πρὸς τὸ Ο· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Ξ οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ Ο·
ἴσον δὲ τὸ μὲν ΑΒ τῷ Ξ, τὸ δὲ ΓΔ τῷ Ο· καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒ τῷ ΓΔ·

ε. ζ. ιη. βλαχίαι εἰσὶ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσαν τοῖς α. γ. δ.
διὸ σου ἄρα εἰσὶν ὡς οἱ πρὸς τῷ μη. οἱ δὲ πρὸς τῷ ξ. οἱ δὲ
ε. η. πρὸς τοῖς λ. καὶ βλαχίαι. καὶ βλαχίαι. ἐπεὶ
τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς α. γ. δ. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ α. πρὸς τὸν ξ.
καὶ ὁ ξ. πρὸς τὸν ν. οὕτως ὁ α. πρὸς τὸν ξ. τουτέστιν ὁ πε-
ντεκαιεικοστὸς πρῶτος πρὸς τὸν ἑβδομηκοστὸν πρῶτον.
καὶ ὁ ν. πρὸς τὸν ξ. ὁ αὐτὸς ἄρα ἐστὶ τοῦ ν. μέρος καὶ ὁ α.
τοῦ ξ. καὶ ὁ ξ. τοῦ ν. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ ξ. πρὸς τὸν ν. οὕτως ὁ ν.
πρὸς τὸν ξ. ἐὰν ἄρα τὸν ν. πολλαπλασιάσαντες τὸν ξ. ποιῶμεν
τινα, ἐὰν δὲ τὸν ξ. πολλαπλασιάσαντες τὸν ν. ποιῶμεν τινα,
ἴσα ἔσται τὰ γενόμενα. ἐὰν ἄρα τὸν ν. πολλαπλασιάσαντες τὸν
ξ. ποιῶμεν τινα, ἐὰν δὲ τὸν ξ. πολλαπλασιάσαντες τὸν ν. ποιῶμεν
τινα, ἴσα ἔσται τὰ γενόμενα. ἐὰν ἄρα τὸν ν. πολλαπλασιάσαντες
τὸν

κύβος δ β ὁ Α· κύβος δὲ πλευρὰ ὁ Α· ὅτι δεῖ δεῖξαι.

κα' ε' Ἐπεὶ γὰρ δύο εὐθεῖαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχουσιν, ὃν τρίγωνος ἀριθμὸς πρὸς τρίγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τριγώνων ἐστὶν ὁ α, ὁ δὲ δεύτερος τριγώνων ὁ γ, καὶ ὁ πρῶτος ἄρα εὐθεῖα τὴν δευτέραν μετρεῖ κατὰ μονάδα τὸν ἐν αὐτῇ ἀριθμόν· ἡ Α ἄρα τὴν Β μετρεῖ κατὰ μονάδα τὸν ἐν αὐτῇ ἀριθμόν· μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν γ ἀριθμὸν τὸν ἐν τῷ Γ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας· ἡ μονὰς ἄρα τρίγωνος ἐστὶν ἀριθμός· καὶ ἔστιν αὐτοῦ πλευρὰ ὁ Α· ὅτε δὲ τρίγωνος ἐστὶν ὁ γ ἀριθμός, καὶ ὁ δ τρίγωνος ἐστίν· καὶ ἔστιν αὐτοῦ πλευρὰ ὁ Β· ὅτι δεῖ δεῖξαι.

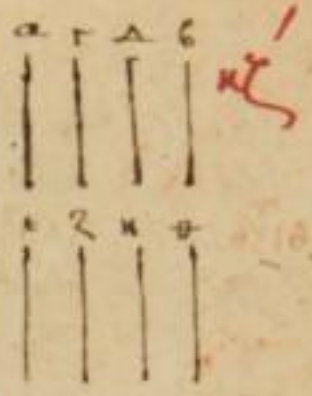
κβ' ε' Ἐὰν δύο εὐθεῖαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ἐστὶ καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἐστίν· καὶ αἱ εὐθεῖαι ἄρα πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχουσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν· ὅτι δὲ κύβος ἐστὶν ὁ δ ἀριθμός, δῆλον· τρὶς γὰρ τὰ δ ποιοῦσι τὰ ιβ, καὶ τρὶς τὰ ιβ τὰ μθ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β, ἴσος δὲ ὁ μὲν α τῷ γ, ὁ δὲ β τῷ δ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν θ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν θ· ἔστιν ἄρα καὶ ὁ γ τῶν δ μέρος ἢ μέρη ἃ καὶ ἡ μονὰς τῶν δ· ἔστιν ἄρα καὶ ὁ δ τῶν θ μέρος ἢ μέρη ἃ καὶ ἡ μονὰς τῶν δ· ὁ δ ἄρα τὸν θ κύβον μετρεῖ κατὰ μονάδα τὸν ἐν τῷ Δ· ὁ δ ἄρα κύβος ἐστὶ καὶ ἔστιν αὐτοῦ πλευρὰ ὁ Β· ὅτι δεῖ δεῖξαι.

κγ' ε' Ὅσοι οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἴσων δὲ ὄντων τῶν ἐπιπέδων ἀριθμῶν καὶ οἱ τετράγωνοι ἴσοι ἔσονται ἀριθμοί· καὶ ἐὰν οἱ τετράγωνοι ἴσοι ὦσιν ἀριθμοί, καὶ οἱ ἐπίπεδοι ἴσοι ἔσονται ἀριθμοί· ὅμοιοι δὲ ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν οἱ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντες· τετράγωνος δὲ ἀριθμὸς ὁ ἰσάκις ἴσος ἢ ὁ ἐξ ἴσων· τὰ δὲ μεταξὺ τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν μέσον ἀνάλογον ἀριθμὸν λαμβάνει κατὰ τὸ πλῆθος, ὃν ἔχει πλευρὰν ὁ πρὸς τὸν ἕτερον τῶν τετραγώνων· ὁ δὲ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς πλευράν· ὅτι δεῖ δεῖξαι.

κδ' ε' Ὅσοι οἱ στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κυβικὸς ἀριθμὸς πρὸς κυβικὸν ἀριθμόν· ἴσων δὲ ὄντων τῶν στερεῶν ἀριθμῶν καὶ οἱ κυβικοὶ ἴσοι ἔσονται ἀριθμοί· καὶ ἐὰν οἱ κυβικοὶ ἴσοι ὦσιν ἀριθμοί, καὶ οἱ στερεοὶ ἴσοι ἔσονται ἀριθμοί· ὅμοιοι δὲ στερεοί εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντες· κυβικὸς δὲ ἀριθμὸς ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις ἢ ὁ ἐξ ἴσων ἰσάκις ἴσων· τὰ δὲ μεταξὺ τῶν κυβικῶν ἀριθμῶν δύο μέσους ἀνάλογον ἀριθμοὺς λαμβάνει κατὰ τὸ πλῆθος, ὃν ἔχει πλευρὰν ὁ πρὸς τὸν ἕτερον τῶν κυβικῶν· ὁ δὲ κυβικὸς πρὸς τὸν κυβικὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς πλευράν· ὅτι δεῖ δεῖξαι.

κε' θ Ὅσοι οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, καὶ ὁμοίως ἐπίπεδοι ἔσονται· καὶ ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ὁμοίως ἐπίπεδοι ὦσιν, ἀνάλογον ἔσται ὡς ἐν τοῖς τετραγώνοις ἀριθμοῖς ὁ εἷς πρὸς τὸν ἕτερον, οὕτως ὁ ἕτερος πρὸς τὸν ἄλλον· καὶ ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ὁ πρῶτος τετράγωνος ἔσται· καὶ ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ὁ πρῶτος τετράγωνος ἔσται· καὶ ἐὰν ὁ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται· καὶ ἐὰν ὁ πρῶτος καὶ ὁ τρίτος τετράγωνοι ὦσιν, καὶ ὁ τέταρτος τετράγωνος ἔσται· ὅτι δεῖ δεῖξαι.

κς' θ Ὅσοι οἱ στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κυβικὸς ἀριθμὸς πρὸς κυβικὸν ἀριθμόν· ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν κυβικὸς ἀριθμὸς πρὸς κυβικὸν ἀριθμόν, καὶ ὁμοίως στερεοὶ ἔσονται· καὶ ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ὁμοίως στερεοὶ ὦσιν, δύο μέσους ἀνάλογον ἀριθμοὺς ἕξει ὁ εἷς πρὸς τὸν ἕτερον, καὶ ὡς ὁ εἷς πρὸς τὸν ἕτερον, οὕτως ὁ ἕτερος πρὸς τὸν ἄλλον· καὶ ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ὁ πρῶτος κυβικὸς ἔσται· καὶ ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ὁ πρῶτος κυβικὸς ἔσται· καὶ ἐὰν ὁ πρῶτος κυβικὸς ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κυβικὸς ἔσται· ὅτι δεῖ δεῖξαι.

κζ' θ Ὁσοιοιοσδηποτοῦν ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν

κύβος, ἐστὶν, οὗ, πεντάγωνον, ἴσην, ἀπέχουσιν, οἱ
ἐξ, εἰθεῖαι, οἱ, ΑΓ· λέγω ὅτι ὁ ΑΓ πρὸς τὸν Γ λόγον ἔχει
ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν· ἐπεὶ γὰρ οἱ ΑΒ
ὅμοιοι καὶ ὁμοίως κείμενοι τῶν ΑΓ· καὶ ἄρα κύβος ἐστὶν ὁ ΑΒ
ἐστὶ πλευρὰ δὲ αὐτοῦ οἱ ΑΓ· καὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ
κύβος ἐστὶ πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ἡ ΓΔ· καὶ φανερὸν ἐκ τῶν
ἐπάνω δεδειγμένων τὸν ΑΓ λόγον ἔχουσι τὸν ΓΔ· τριπλάσιον
ἴσον ἑαυτοῖς τὸ πλῆθος, οἱ ΖΗΘ, οἱ ἄρα ἐξ εἰθεῖαι οἱ ΖΔ
κύβοι εἰσὶ· καὶ ἐπεὶ τριπλάσιός ἐστιν ὁ ΑΓ τοῦ ΓΔ, ὁ δὲ ΓΔ τοῦ ΔΒ·
καὶ ὁ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸν ΓΔ λόγον ἔχει ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς Γ
κύβον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

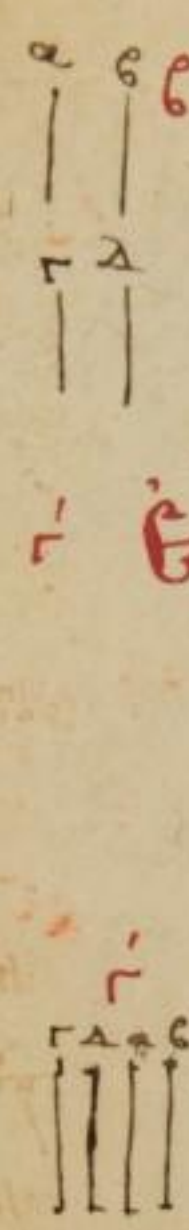
α

Δ΄

Ἀπλῆ, στοιχείου, σύνθεσις ::

β

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα,
ὁ γενόμενος ἐξ αὐτῶν τετράγωνος ἔσται· τὰ δὲ ἐξ αὐτῶν γενόμενα
δύο ὁμοιοπλευρὰ ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ΑΒ· ἔστω δὲ τῶν μὲν ΑΒ
ἑκάτερος πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω τοὺς ΔΕ· ὁ δὲ ΑΒ
ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω τὸν Ζ· ὁ δὲ ΔΕ τὸν Γ
πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω τὸν Θ· λέγω ὅτι ὁ μὲν Ζ τετράγωνός
ἐστιν, ὁ δὲ Θ ἐπίπεδος, καὶ ὁμοιοπλευρὰ δὲ αὐτῶν ἐστὶν ἡ ΑΒ
τῷ Η. ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκε,
τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω τὸν Κ· ἐπεὶ οὖν ὁ ΑΒ
τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκε, τὸν Δ δὲ τὸν Γ ποιῶν
τὸν Η πεποίηκε, ὁ ἄρα ἐκ τῶν ΑΒ, ΔΓ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας
τὸν Κ πεποίηκε· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ



ιδ΄

Καὶ ὅτι, οἱ Α Γ Δ εὐθεῖαι ὅμοιοι εἰσὶ πολύγωνοι εἰσὶ· τὰ Α Γ Δ
εἰσὶ δὲ ἀνάλογον ἐπὶ τῆς ἐκθέσεως εὐθεῖαι· καὶ ἐστιν ὡς ἡ
Α πρὸς τὴν Γ, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Γ· καὶ τῶν ἀπὸ τῶν Α
πολύγωνον πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Γ πολύγωνον ὅμοιον καὶ ὁμοίως
ἀναγραφόμενον· ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς
ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πολύγωνον
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρης ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε΄

Τὸν δοθέντα κύβον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ὀρθογώνιον
ὄντα ἀναγράψαι κύβον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ὀρθογώνιον
ὄντα ὃν ἐπιθυμεῖ τις· ἐὰν δὲ ὁ δοθεὶς κύβος στερεὸν παραλληλεπίπεδον
ὀρθογώνιον ὄντα ὃν ἐπιθυμεῖ τις· ἐὰν δὲ ὁ δοθεὶς κύβος
μὴ ὃν ἐπιθυμεῖ τις, οὐ δυνατὸν ἀναγράψαι.

ιε΄

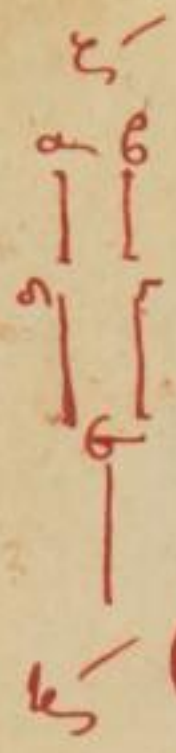
Γ Δ Ε Ζ

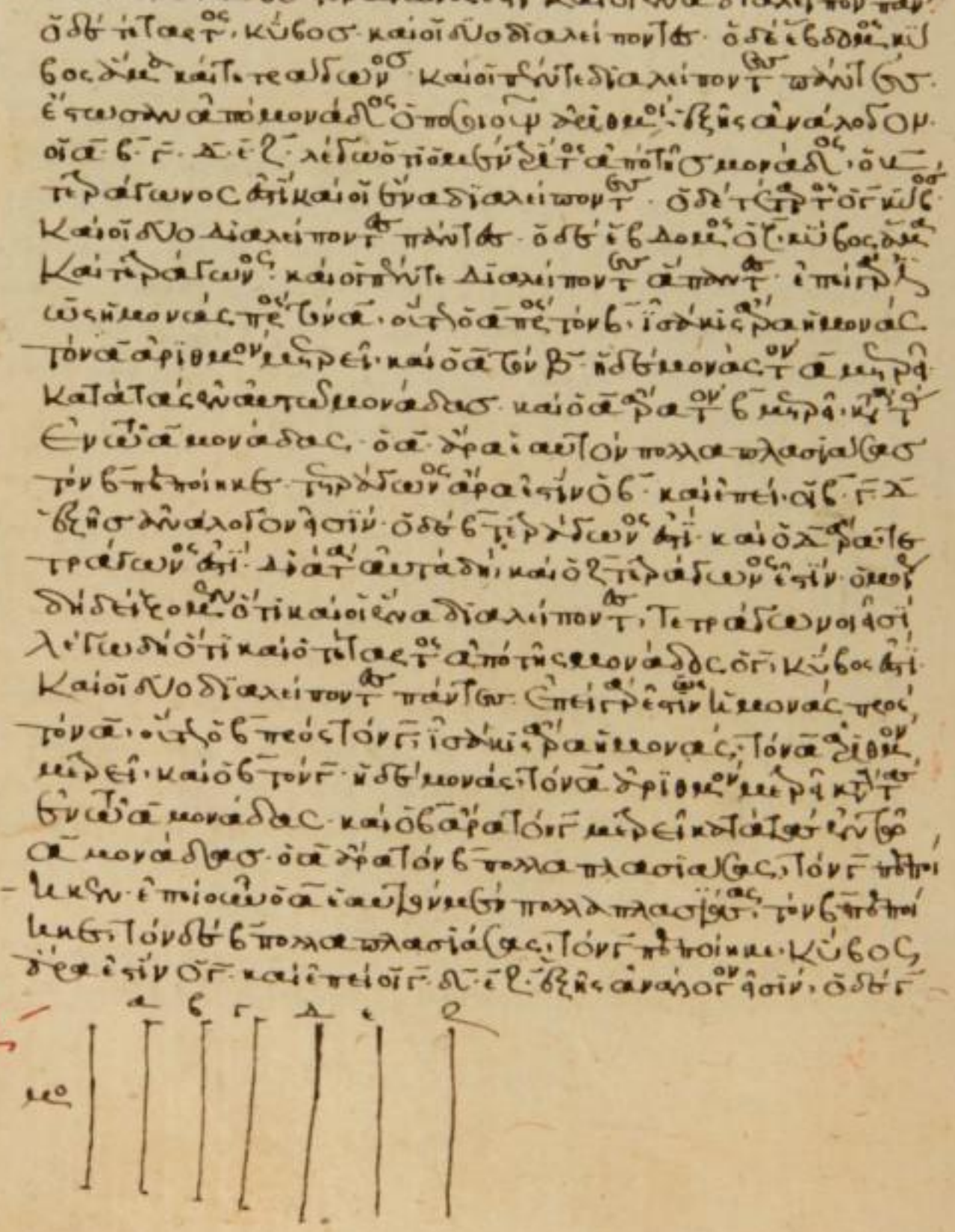
Ἔστω ὁ δοθεὶς κύβος στερεὸν παραλληλεπίπεδον ὀρθογώνιον
ὄντα ὃν ἐπιθυμεῖ τις· ἐὰν δὲ ὁ δοθεὶς κύβος μὴ ὃν ἐπιθυμεῖ τις,
οὐ δυνατὸν ἀναγράψαι κύβον

ὁ α κύβου δείξω τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιήσω.
λέγω ὅτι ὁ γ κύβος ἐστίν. ὁ α γὰρ τὸν β πολλαπλασιάσας, τὸν δ ποιείτω. ὁ δ ἄρα κύβος ἐστί. καὶ ἐπεὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν δ ἐποίησε, τὸν δὲ β πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιήσει, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν γ. καὶ ἐπεὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν δ ἐποίησε, τὸν δὲ δ πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιήσει, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν γ. ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ. καὶ ὡς ἄρα ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν γ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ δ τῷ β. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ α τῷ β ἐστὶν ἴσος. ὁ α ἄρα τὸν δ οὐκ ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸν γ. ἀλλὰ τὸν δ οὐκ ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸν γ. ὁ δ ἄρα τὸν γ οὐκ ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸν γ. ὁ γ ἄρα κύβος ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ δ. ὁ δ ἄρα κύβος ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ α. ὁ α ἄρα κύβος ὁ δοθεὶς τὸν γ κύβον πεποίηκεν.

Ἐὰν ἄρα κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τινὰ ποιῇ κύβον, καὶ ὃν ποιεῖ κύβος ἔσται. κύβος δὲ ὁ α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν β ποιείτω. λέγω ὅτι ὁ β κύβος ἐστίν. ὁ α γὰρ τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιείτω. ὁ γ ἄρα κύβος ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ α. καὶ ἐπεὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ ἐποίησε, τὸν δὲ α πολλαπλασιάσας τὸν β ποιήσει, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ. καὶ ἐπεὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ ἐποίησε, τὸν δὲ β πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιήσει, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ. ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ. καὶ ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ. καὶ ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. ἔτι ὡς ὁ α πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν β. καὶ ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ. ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν β. καὶ ὡς ἄρα ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. καὶ ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν β. ἔτι ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ. καὶ ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. καὶ ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν β. ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. καὶ ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν β. ὁ δ ἄρα κύβος ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ β. ὁ β ἄρα κύβος ἐστὶ καὶ ὁ δ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τινὰ ποιῇ κύβον, καὶ ὃν ποιεῖ κύβος ἔσται.





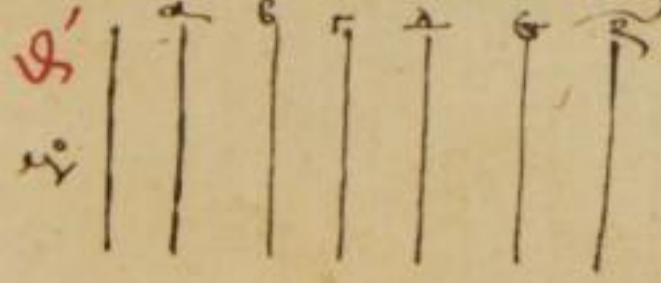
κύβος. καὶ ὁ ἄρα κύβος ἐστὶν ὁ ΑΕ. ἐλήφθη δὲ καὶ τετράγωνος
ὁ ΑΓ· καὶ βούλομαι ἀπὸ τῆς μονάδος ὁποσοιοῦν κύβοι εἶεν καὶ τετράγωνοι
ὁποίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ πάντες διαλείποντες κύβοι εἶεν
καὶ τετράγωνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ ὦσιν ὁπόσοι ἂν ὦσιν, ὁ μετὰ
τὴν μονάδα τετράγωνος ἐστὶν, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται·
καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ἐστὶν, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι
ἔσονται· ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ· ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ ΑΒ
τετράγωνος ἔστω· λέγω ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν· ὅτι μὲν οὖν ὁ ΑΕ
τετράγωνός ἐστιν ἐκ τοῦ φανεροῦ ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ τετράγωνός ἐστιν, καὶ
εἰσὶν ὡς οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ, καὶ εἰσὶν οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ τετράγωνοι,
καὶ ὁ ΑΓ ἄρα τετράγωνός ἐστιν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν·
ὅτι δὲ καὶ ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ἐστὶν ὁ ΑΔ, λέγω ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν·
ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ τετράγωνός ἐστιν, ἔστιν ἄρα καὶ ὁ ΑΓ τετράγωνος· ἔστιν ἄρα καὶ ὁ ΑΔ κύβος·
καὶ ὁ ΑΕ ἄρα κύβος ἐστίν· καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΒ τετράγωνός ἐστιν, ἔστιν ἄρα καὶ ὁ ΑΓ τετράγωνος·
καὶ ὁ ΑΔ ἄρα κύβος ἐστίν· καὶ εἰσὶν ὡς οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ, καὶ εἰσὶν οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ κύβοι,
καὶ ὁ ΑΕ ἄρα κύβος ἐστίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

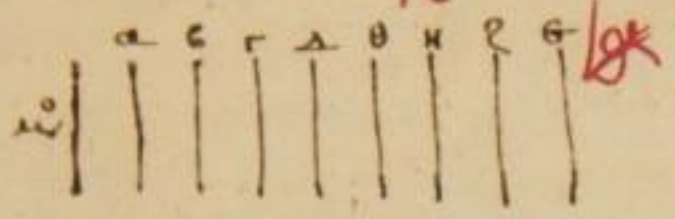
ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ ὦσιν συνεχεῖς, ὁ μὲν δεύτερος
ὁ ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνος ἔστω, οἱ δὲ λοιποὶ πάντες ἀνισάκις τετράγωνοι ἔσονται·
καὶ ἐὰν ὁ δεύτερος κύβος ἐστὶν, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται· ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ·
ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ ΑΒ τετράγωνος ἔστω· οὗτος ἄρα τετραγώνους ποιεῖ τοὺς ἐφεξῆς· καὶ ἐπεὶ
ὁ ΑΒ τετράγωνός ἐστιν, καὶ ὁ ΑΓ ἄρα τετράγωνός ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΒ τετράγωνός ἐστιν,
ὁ ΑΔ ἄρα κύβος ἐστίν· οὗτος ἄρα κύβους ποιεῖ τοὺς ἐφεξῆς· καὶ ὁ ΑΕ ἄρα κύβος ἐστίν·
καὶ ὁ ΑΖ ἄρα κύβος ἐστίν· καὶ εἰσὶν ὡς οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ, καὶ εἰσὶν οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ κύβοι,
καὶ ὁ ΑΖ ἄρα κύβος ἐστίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ ὦσιν, ὁ μὲν μετὰ τὴν μονάδα
τετράγωνος ὢν οὐδὲ εἷς οὐδενὸς τετραγώνου ἐστὶ πολλαπλάσιος χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μονάδος·
καὶ τῶν ἄλλων ὁ διαλείπων πάντων πάντας· καὶ ἐὰν δύο διαλείποντες πάντων πάντες ὦσιν·
ὁποσοιοῦν ἀπὸ μονάδος ἀριθμοὶ ἐν ἀναλόγῳ δείκνυνται, οἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ·

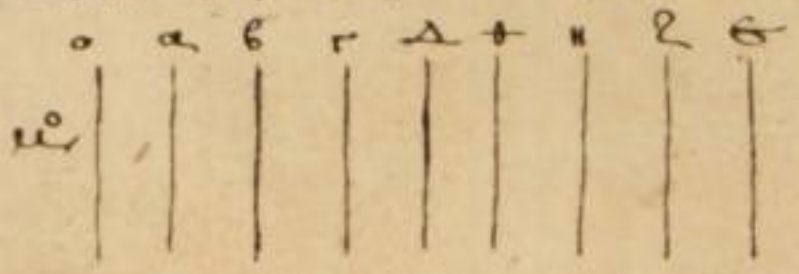
ιθ'



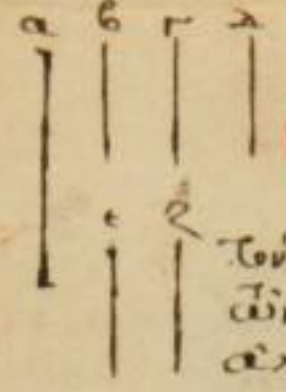
ὁτιμετὰτὴνμονάδα·μετ᾽ἴσωντετράγωνοςἀεὶλείπωνὁμοίωςτῇ
ὑπὸδύοτοσούτοιςτετράγωνοις ἴσοις· πλήνγουντετούτωνἀεὶ
μονάδος· καίτωνὑπὸαὐτῶνμονάδωνἀεὶ ἐνὸς ἐλαττόνων ἢ
ὅτετράγωνος· ἐστὶδὲκαὶὁβ τετράγωνοςοὗβ· γ· ἄραπρὸς
τὴνμετὰτὴνμονάδαοὐκἔχειλόγονὃνὁτετράγωνοςἀεὶθεὶς πρὸς
τὸνμετὰτὸνβ· ὡσαὐτὸνβ· ὁμοίωςτῷπρὸτοῦ· ὅτε γ· πρὸς
δ· οὐκἔχειλόγονὃνὁτετράγωνοςἀεὶθεὶς πρὸς τὸνμετὰτὸν
γ· καίἐστινὡσαὐτὸνγ· ὁμοίωςτῷπρὸτοῦ· ὅτε δ· πρὸς
ε· οὐκἄραὁτετράγωνοςἀεὶθεὶς πρὸς τὸνμετὰτὸνδ· ἐστὶν
ὁμοίωςδὴκαὶτὸνἑξῆς δεικτέον· ὅτιοὐδὲνὁτετράγωνος
ἀεὶθεὶς πρὸς τὸνμετὰτὸνἀπὸτῆςμονάδος· καίτωνὑπὸαὐτῶν
μονάδωνἀεὶ ἐνὸς ἐλαττόνων ἢ ὅτε κύβος· λείπωνὑπὸτῶν
κύβωνἀεὶ ἐνὸς ἐλαττόνων ἢ ὅτε κύβος· καίτωνὑπὸαὐτῶν
μονάδωνἀεὶ ἐνὸς ἐλαττόνων ἢ ὅτε κύβος· ἐστὶδὲκαὶὁβ κύβος
τετράγωνοςἀπὸτῆςμονάδος· καίἐστινὡσαὐτὸνὡς τὸνβ· ὁ
β πρὸς τὸνγ· καὶὁβ ἄραπρὸς τὸνγ· λόγονἔχειὃνκύβος πρὸς
κύβον· καίἐστινὁβ κύβος ὁ δὲβ ἄραεαυτὸνπολλαπλασιάσας
ἐποίησεν· καίἐστιτὸνβ· ἀπὸμονάδοςτὸνἀεὶμετὰτὸν
κατὰτὰςἐναὐτῷμονάδας· καίὡσἄραὁβ ἐφ᾽ἑαυτὸνπολλαπλασιάσας
ἐποίησεν κύβον τὸνβ· πρῶτονκύβον· οὕτωκαὶὁγ ἐφ᾽ἑαυτὸν
πολλαπλασιάσας κύβον τὸνγ· ἐποίησεν· καίἐστιτὸνγ· ἀπὸ
μονάδοςτὸνἀεὶμετὰτὸνκατὰτὰςἐναὐτῷμονάδας· καίὡς
ἄραὁγ ἐφ᾽ἑαυτὸνπολλαπλασιάσας κύβον τὸνγ· ἐποίησεν· οὕτω
καὶὁβ ἐφ᾽ἑαυτὸνπολλαπλασιάσας κύβον τὸνβ· ἐποίησεν· καὶ
ἐστὶτὸνβ· ἀπὸμονάδοςτὸνἀεὶμετὰτὸνκατὰτὰςἐναὐτῷμονάδας·
ὁβ ἄρα



ὁ β· τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος· καὶ ἀφαιρῶν τὸν ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ ἐν ἑαυτῷ ὑπάρχοντος ἐν τοῖς καθ' ἑαυτὸν ἀεὶ λόγοις τῶν ἀριθμῶν· ὃ πρὸ ἐμοῦ δείκνυσι·
καὶ ἐὰν ὁ πρῶτος ἀριθμὸς ὃν πρὸς ἕκαστον τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ προτεθέντων ἀριθμῶν πρώτων ἀριθμῶν μὴ μετρῆται τὸν αὐτῶν, καὶ ὁ πρὸς τὸν μονάδα λεγόμενος ἔσονται ἀπὸ μονάδος ὅσοι δή ποτε ὦσιν ἀριθμοὶ ἐξῆς κατὰ λόγον οἱ ἀπὸ τοῦ β· δὲ λέγω δὲ τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ προτεθέντων ἀριθμῶν πρώτων ἀριθμῶν πρὸς τὸν αὐτῶν· καὶ ὁ β· τὸν α· καὶ τὸν γ· καὶ ὁ δ· τὸν α· καὶ τὸν ε· καὶ ὁ ζ· τὸν α· καὶ τὸν η· καὶ ὁ θ· τὸν α· καὶ τὸν ι· καὶ ὁ κ· τὸν α· καὶ τὸν λ· καὶ ὁ μ· τὸν α· καὶ τὸν ν· καὶ ὁ ξ· τὸν α· καὶ τὸν ο· καὶ ὁ π· τὸν α· καὶ τὸν ρ· καὶ ὁ σ· τὸν α· καὶ τὸν τ· καὶ ὁ υ· τὸν α· καὶ τὸν φ· καὶ ὁ χ· τὸν α· καὶ τὸν ψ· καὶ ὁ ω· τὸν α· καὶ τὸν ω· καὶ ὁ ϡ· τὸν α· καὶ τὸν ϡ· καὶ ὁ ϡα· τὸν α· καὶ τὸν ϡα· καὶ ὁ ϡβ· τὸν α· καὶ τὸν ϡβ· καὶ ὁ ϡγ· τὸν α· καὶ τὸν ϡγ· καὶ ὁ ϡδ· τὸν α· καὶ τὸν ϡδ· καὶ ὁ ϡε· τὸν α· καὶ τὸν ϡε· καὶ ὁ ϡζ· τὸν α· καὶ τὸν ϡζ· καὶ ὁ ϡη· τὸν α· καὶ τὸν ϡη· καὶ ὁ ϡθ· τὸν α· καὶ τὸν ϡθ· καὶ ὁ ω· τὸν α· καὶ τὸν ω· καὶ ὁ ωα· τὸν α· καὶ τὸν ωα· καὶ ὁ ωβ· τὸν α· καὶ τὸν ωβ· καὶ ὁ ωγ· τὸν α· καὶ τὸν ωγ· καὶ ὁ ωδ· τὸν α· καὶ τὸν ωδ· καὶ ὁ ωε· τὸν α· καὶ τὸν ωε· καὶ ὁ ωζ· τὸν α· καὶ τὸν ωζ· καὶ ὁ ωη· τὸν α· καὶ τὸν ωη· καὶ ὁ ωθ· τὸν α· καὶ τὸν ωθ· καὶ ὁ ϡ· τὸν α· καὶ τὸν ϡ· καὶ ὁ ϡα· τὸν α· καὶ τὸν ϡα· καὶ ὁ ϡβ· τὸν α· καὶ τὸν ϡβ· καὶ ὁ ϡγ· τὸν α· καὶ τὸν ϡγ· καὶ ὁ ϡδ· τὸν α· καὶ τὸν ϡδ· καὶ ὁ ϡε· τὸν α· καὶ τὸν ϡε· καὶ ὁ ϡζ· τὸν α· καὶ τὸν ϡζ· καὶ ὁ ϡη· τὸν α· καὶ τὸν ϡη· καὶ ὁ ϡθ· τὸν α· καὶ τὸν ϡθ· καὶ ὁ ω· τὸν α· καὶ τὸν ω· καὶ ὁ ωα· τὸν α· καὶ τὸν ωα· καὶ ὁ ωβ· τὸν α· καὶ τὸν ωβ· καὶ ὁ ωγ· τὸν α· καὶ τὸν ωγ· καὶ ὁ ωδ· τὸν α· καὶ τὸν ωδ· καὶ ὁ ωε· τὸν α· καὶ τὸν ωε· καὶ ὁ ωζ· τὸν α· καὶ τὸν ωζ· καὶ ὁ ωη· τὸν α· καὶ τὸν ωη· καὶ ὁ ωθ· τὸν α· καὶ τὸν ωθ·



μεῖζον ἐστι πρῶτον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ· μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΒΓ· ἀδύνατον· ὁ ΒΓ ἄρα πρῶτός ἐστιν ὁ ΖΗ πρὸς τὸν ΗΘ· ἔστιν ἄρα τις ἀριθμὸς ὁ ΚΖ ὃς μετρήσει τὸν ΖΗ κατὰ τὸν ΚΖ· ἔστω ἄρα τὸν ΖΗ μετρῶν ὁ ΚΖ τὸν ΔΖ μετρεῖ· καὶ εἷς ὁ ΚΖ τὸν ΔΖ μετρήσει· ὁ ΚΖ ἄρα τὸν ΖΗ μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν ΑΖ μετρήσει πρῶτον ὄντα πρὸς τὸν ΒΓ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὁ ΑΖ ἄρα τὸν ΖΗ οὐ μετρεῖ· καὶ ἐπεὶ τὸν ΔΖ μετρεῖ ὁ ΚΖ τὸν ΖΗ οὐ μετρεῖ, οὐδὲ τὸν ΔΖ ἄρα μετρήσει ὁ ΚΖ· ἀλλὰ τὸν ΑΔ μετρεῖ· καὶ ὁ ΚΖ ἄρα τὸν ΑΖ οὐ μετρήσει· ἀνάλογον ἄρα ὢν ὁ ΚΖ πρὸς τὸν ΖΗ οὐ μετρήσει τὸν ΖΗ· μετρήσει δὲ τὸν ΗΘ· ὁ ΚΖ ἄρα τὸν ΖΗ μετρῶν τὸν ΗΘ οὐ μετρήσει· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ τὸν ΘΗ μετρήσει ὁ ΖΗ· καὶ ἐπεὶ τὸν ΖΗ μετρεῖ ὁ ΚΖ τὸν ΗΘ οὐ μετρεῖ· καὶ ἐπεὶ τὸν ΗΘ μετρεῖ τὸν ΘΗ οὐ μετρεῖ· καὶ ὁ ΚΖ ἄρα τὸν ΘΗ



τοῦ α πρὸς τὴν κε· καὶ ἐπεὶ ὅτε ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην οὕτως ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν οὕτως ἡ τρίτη πρὸς τὴν τετάρτην· καὶ ἡ μὲν πρώτη τῆς τρίτης ἐστὶ πολλαπλασία ἢ αὐτὴ μέρος ἢ τὸ αὐτὸ μέρη ἐστὶν ἡ δευτέρα τῆς τετάρτης

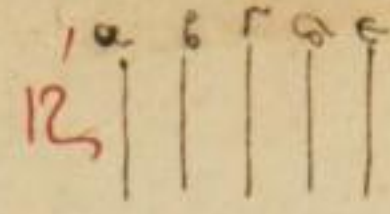
α β γ

ιε

ιε

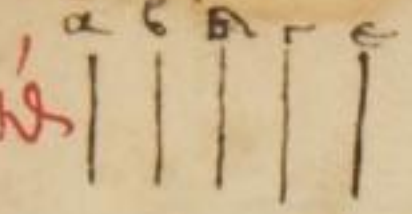
ιβ

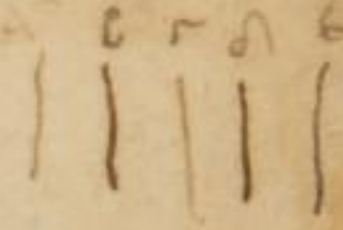
172



αὐτοῖς ἴσα εἰσὶ τὸν Γ τοῖς δὲ Γ καὶ Δ τὸν Γ· καὶ ἐπεὶ πάλιν
τὸν Β πλείω ἐστὶν ἢ τὸν Γ καὶ Δ τὸν Β· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α
πρὸς τὸν Β οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Α ἄρα τοῦ Γ πλείω ἐστὶ
καὶ ὁ Γ τοῦ Δ πλείω· καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ οὕτως
ὁ Β πρὸς τὸν Ε· πλείω δὲ ὁ Β τοῦ Ε· πλείω ἄρα καὶ ὁ Α τοῦ Ζ
ὑπερέξει τὸν Ε· πλείω· ὥστε καὶ ὁ Α τοῦ Ζ πλείω ἐστὶ μείζων
καὶ ὁ Γ ἄρα τοῦ Δ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β οὕτως
ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ οὕτως
ὁ Β πρὸς τὸν Δ· ἐπεὶ δὲ ὁ Α τοῦ Γ πλείω ἐστὶ καὶ ὁ Β ἄρα τοῦ Δ
πλείω· καὶ ὁ Β τοῦ Ε πλείω· ἐστὶν ἄρα καὶ ὁ Α τοῦ Ζ πλείω·
ὁ ἄρα Α τοῦ Β πλείω ἐστὶ μείζων ἢ τὸν Ε· ἔστιν ἄρα ὃ προσ-
τεθὲν τῷ Β τοῦτο προστεθὲν τῷ Ε ποιεῖ τὸν Α· τοῖς δὲ Γ καὶ Δ
ἴσα ἐστὶ τὸν Γ· ἐὰν ἄρα τοῖς Γ καὶ Δ προσθῶμεν ἴσα τοῖς
Β καὶ Ε τὸν Α ποιεῖ· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ οὕτως
ὁ Β πρὸς τὸν Ε· καὶ ὁ Γ ἄρα τοῦ Δ πλείω ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Ε
πλείω· καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τοῦ Δ πλείω ἐστὶ καὶ ὁ Α ἄρα τοῦ Ζ πλείω·
καὶ ὁ Β ἄρα τοῦ Ε πλείω· ὥστε καὶ ὁ Α τοῦ Β πλείω ἐστὶ μείζων
ἢ τὸν Ε· ἔστιν ἄρα ὃ προστεθὲν τῷ Β τοῦτο προστεθὲν τῷ Ε
ποιεῖ τὸν Α· τοῖς δὲ Γ καὶ Δ ἴσα ἐστὶ τὸν Γ· ἐὰν ἄρα τοῖς Γ καὶ Δ
προσθῶμεν ἴσα τοῖς Β καὶ Ε τὸν Α ποιεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

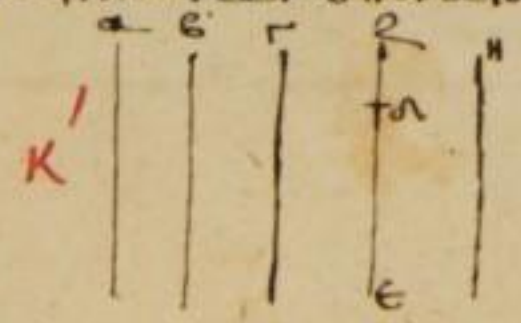
Ἐὰν εἰθείας γραμμῆς δοθείσης τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα
ἔστιν αὐτοῖς τὸ τῶν ἀνίσων ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς ἐλάσσονος
περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν
τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ· ἔστω
γὰρ εἰθεῖα γραμμὴ ἡ Α Β καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ
εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α Δ Β περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Γ Δ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς Γ Β τετραγώνῳ· ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς Γ Β τετράγωνον
τὸ Γ Ε Ζ Β καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Β Ε· καὶ διήχθω ἡ Ε Δ· καὶ διὰ τοῦ
Α ὁποτέρᾳ τῶν Γ Ε Β Ζ παράλληλος ἤχθω ἡ Α Η· καὶ διὰ τοῦ Η
πάλιν ὁποτέρᾳ τῶν Α Β Γ Δ παράλληλος ἤχθω ἡ Κ Η Θ· καὶ διὰ
τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν Γ Κ Β Θ παράλληλος ἤχθω ἡ Α Κ· καὶ διὰ τοῦ
Θ ὁποτέρᾳ τῶν Γ Δ Β Ε παράλληλος ἤχθω ἡ Θ Μ Ν Ξ· καὶ ἐπεὶ
ἴσον ἐστὶ τὸ Γ Η τῷ Η Β παραπληρώματα γὰρ τοῦ Γ Θ Β Κ
παραλληλογράμμου τοῦ περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ τὸ Γ Η τῷ Η Β





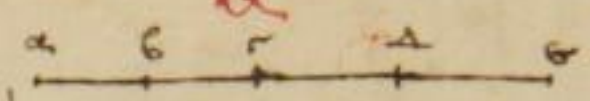
δοθεν τε ι ε δε ι οι οια βγ. και δι ονι σεωτ ιον (βγα)
ει δυνατον ονι τιν αυτοις τετρτον ανα λογον προσθειν. οι
λια β γ. η τοι δυο ι α σιν ανα λογον. και οι α κε αυτ οι α γ
πρωτ προς α μ ηθ ε ι σιν. ηου. δι ηρ ημενου οι α β γ δυο ις
ει σιν ανα λογον κε α μ ε οι αυτ οι α γ πρωτ προς α μ ηθ
ε σι. διο τι ουκ ε στιν ουτοις τεταρτον ανα λογον
προσθειν δει ξαι μεν. ει λαβ ον. οδ τον γ πολλαπλασιαζ(ομενος τ ον
α ποιει τω. ο δε α τον δ. η τοι τε δε η. η ουν ε δη. μεδει τω
πρωτον. καθ ο τον. οια δρα τον γ πολλαπλασιαζ(ομενος τ ον δ
ποιηκεν. δηλα δη ν και ο β τον γ πολλαπλασιαζ(ομενος τ ον β
δ ποιηκεν. οαρα ι ν τ α ε. ι α ε ι σι. τω ι ν τ β γ. α νάλο
αρα ε σ ι ν. ως δε α προς τον β. ο γ προς τον ι. τω ν α β γ α ρ
τεταρτον ανα λογον προσλη ται. ο ε. δηλα δη μεν ηρ ατω.
ο α τον δ. λε γω δη τι δυνατ ον ε σι. τοις α β γ. τε τα ρτον ανα
λογον προσαρ μοσαι ε ι θει ων. ει ε ρ δω σαν τον. προσλη φθω ο
ε. ο αρα ι α τω ν α ε ι σι. τω ι ν τ β γ. δηλο ι ν τ β γ λ'
ο δ. και ο ι ν τ α ε ι σι. τω ν δ. ο α δρα τ ον ε πολλα
πλασιαζ(ομενος τον δ ποιηκεν. ο α δρα τ ον δι ηρημενος τ ον
ε. ως τε μη δε ν α ο υ μερ ες α δυνατ ον ε σι τοις α β γ. τε τα ρτον α νάλο
γον προσθειν ο περ εδει δει ξαι.

Ι πρωτ αι ει θει πλειθυ ει σι πλη τ ων τ ων προτε θεν τ ων πλη θ. Κ
πρω τον δε ι ξω (μεν οι προτε θεν τ ων δευτ ερ αι ει θει
οια β γ. λε γω δη τι τ α β γ. πλειους ει σι πρωτ αι ει θει
ει λη φθω σαν δε ο υ σ ι δυο α β γ ελαχ ιστ ους μεθ ολης. και δε ω
ο δ ε. προσαν α δε ω σθω σαν δε ι σου α ι ει ς η ν α ξ. ο α ρι θ. η τοι α
ε σ ι ν η ου. ε ι σω προτ ερ ον πρωτ ος δε κεν ε θ ι νοι δρα τ α ι
δε ι θει οι. οια β γ. ε ξ. πλειους τ α β γ. δηλα δη μεν ηρ
ο ι ξ πρωτ ος. υ πο πρωτ ου αρα λει ν α ει θει ων μετ ρει ται. δε
τε λε ι α δε ω υ πο πρωτ του δη. λε γω δη τι. ου δε νι τα ν α β γ
γ ε σ ι ν ο αυτ ος. ει περ ο ν η ω ι τ α β γ ε σ ι ν ο αυ τος. οι δε
α β γ. τον α. ε λε ι πουσ ι. και ο ν η α ρα τ ον α τον λ ε ι μμ ε τρ ε ι
λε πτρ ει δε. και τ ο ν ε ζ. και οι πλευ ρ αι την λ ε γομ ε ν ην δυ ν α μ ι ν
ο ν η. α ρι θμ ους εσ ον. ο πο δα τ ο πον. ο κα ρα ο ν η α ν ι τ α β γ



173

κθ'



Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἄρτιοι ἀριθμοὶ κατὰ τὴν ὑπεροχὴν τῆς μονάδος, εἶναι δὲ καὶ ὅσοι τὸ πλῆθος τῶν ἐν τῇ ὑποκειμένῃ ἀναλογίᾳ ὅρων, οἱ δὲ ὑπερέχοντες ἀλλήλων ἐν τῇ ὑποκειμένῃ ἀναλογίᾳ ὅροι ὦσιν, ὁ μὲν ἐλάσσων τῶν ἄκρων ἄρτιος ἔσται, ὁ δὲ μείζων περισσός.

κθ' ζ'

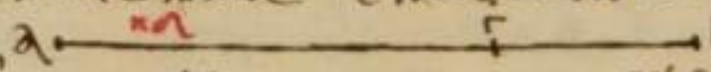
Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἄρτιοι ἀριθμοὶ οἱ Α Β Γ Δ ἐν τῇ ὑποκειμένῃ ἀναλογίᾳ, ὁ δὲ ἐλάσσων τῶν ἄκρων ὁ Α ἄρτιος ἔστω· λέγω ὅτι ὁ Δ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Β πρὸς τὸν Γ καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ δὲ Α τὸν Β μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Δ.

Ἀλλὰ δὴ ὁ Α περισσὸς ἔστω· λέγω ὅτι καὶ ὁ Δ περισσός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Β πρὸς τὸν Γ καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ δὲ Α τὸν Β κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ, καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ. περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ Δ.

λ'



Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἄρτιοι ἀριθμοὶ κατὰ τὴν ὑπεροχὴν τῆς μονάδος, εἶναι δὲ καὶ ὅσοι τὸ πλῆθος τῶν ἐν τῇ ὑποκειμένῃ ἀναλογίᾳ ὅρων, οἱ δὲ ὑπερέχοντες ἀλλήλων ἐν τῇ ὑποκειμένῃ ἀναλογίᾳ ὅροι ὦσιν, ὁ μὲν ἐλάσσων τῶν ἄκρων ἄρτιος ἔσται, ὁ δὲ μείζων περισσός.

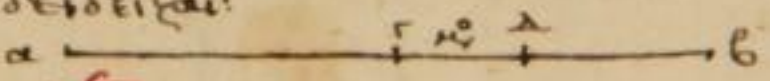
λ' κ'

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἄρτιοι ἀριθμοὶ οἱ Α Β Γ Δ ἐν τῇ ὑποκειμένῃ ἀναλογίᾳ, ὁ δὲ ἐλάσσων τῶν ἄκρων ὁ Α ἄρτιος ἔστω· λέγω ὅτι ὁ Δ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Β πρὸς τὸν Γ καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ δὲ Α τὸν Β μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Δ.

Ἀλλὰ δὴ ὁ Α περισσὸς ἔστω· λέγω ὅτι καὶ ὁ Δ περισσός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Β πρὸς τὸν Γ καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ δὲ Α τὸν Β κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ, καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Γ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας μετρεῖ. περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ Δ.



λα'

λα'

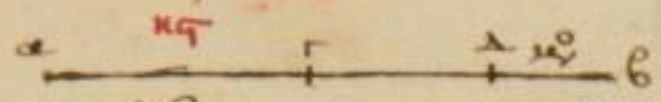
Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ἐν ὁποίῳ ἀπὸ τῆς μονάδος ἄρτιος ἀπέχῃ ὅρῳ, ἄρτιος ἔσται καὶ ὁ ἀπὸ τῆς μονάδος τρίτος ἀπ' αὐτοῦ· καὶ ἐφεξῆς ἀεὶ ὁ τρίτος ἀπὸ τοῦ ἀρτίου ἄρτιος ἔσται· καὶ ὁ ἀπὸ τῆς μονάδος δεύτερος ἀπ' αὐτοῦ ἄρτιος ἔσται· καὶ ἐφεξῆς ἀεὶ ὁ δεύτερος ἀπὸ τοῦ ἀρτίου ἄρτιος ἔσται· καὶ ὁ ἀπὸ τῆς μονάδος τρίτος ἀπ' αὐτοῦ ὑπερέχει ἀριθμῷ ὃν ἀπὸ τῆς μονάδος δεύτερος ἀπ' αὐτοῦ ὑπερέχει ἀριθμῷ ὃν ἀπὸ τῆς μονάδος πρῶτος ἀπ' αὐτοῦ ὑπερέχει ἀριθμῷ ὃν ἀπὸ τῆς μονάδος ἄρτιος ἀπέχει ὅρῳ.

λα' κ'

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ, ἀπὸ δὲ τῆς μονάδος ἄρτιος ἔστω ὁ Β· λέγω ὅτι καὶ ὁ ἀπὸ τῆς μονάδος τρίτος ἀπ' αὐτοῦ ὁ Γ ἄρτιός ἐστιν, καὶ ἐφεξῆς ἀεὶ ὁ τρίτος ἀπὸ τοῦ ἀρτίου ἄρτιος ἔσται· καὶ ὁ ἀπὸ τῆς μονάδος δεύτερος ἀπ' αὐτοῦ ὁ Δ περισσός ἐστιν, καὶ ἐφεξῆς ἀεὶ ὁ δεύτερος ἀπὸ τοῦ ἀρτίου περισσός ἔσται· καὶ ὁ ἀπὸ τῆς μονάδος τρίτος ἀπ' αὐτοῦ ὁ Γ ὑπερέχει ἀριθμῷ ὃν ἀπὸ τῆς μονάδος δεύτερος ἀπ' αὐτοῦ ὁ Δ ὑπερέχει ἀριθμῷ ὃν ἀπὸ τῆς μονάδος πρῶτος ἀπ' αὐτοῦ ὁ Α ὑπερέχει ἀριθμῷ ὃν ἀπὸ τῆς μονάδος ἄρτιος ἀπέχει ὅρῳ.

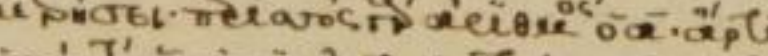
λβ'

λβ'



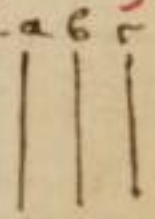
κζ

Ἐὰν ἀπὸ πρείου ἀριθμοῦ πρεῖον ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς πρείου ἐστίν. ἀπὸ γὰρ πρείου τοῦ β πρεῖον ἀφῃρήσθω ὁ βγ· λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ γα πρείου ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ ὁ β πρεῖός ἐστιν, ἔστωσαν αὐτοῦ μονάδες αἱ βδ· λοιπαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ δα, αἱ γα ἄρα τῶν δα ἐστὶ διπλασίων. ἔστιν ἄρα καὶ ὁ γα διπλασίων τοῦ δ. ἀλλὰ καὶ ὁ β τοῦ δ· ὁ ἄρα γα τοῦ β ἐστὶ διπλασίων· ὁ γα ἄρα πρείου ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



κη

Ἐὰν πρεῖον ἀριθμὸν ἀρτίου πολλαπλασιάσας τις ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος πρεῖος ἔσται. πρεῖον γὰρ ἀριθμὸν ὁ α πολλαπλασιάσας τὸν β ποιείτω τὸν γ· λέγω ὅτι ὁ γ πρεῖός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκεν, ἐκ μονάδων ἄρα συγκείται ὁ γ ἀριθμὸς ἴσων τῷ β, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ α μονάδες. καί εἰσιν ὁ β ἄρτιος· ὁ δὲ ἄρτιος ἐκ ἀρτίων ἐστὶ μονάδων συγκείμενος, ὁ δὲ ἐκ ἀρτίων ἀριθμῶν συγκείμενος ἀριθμὸς ἄρτιός ἐστιν· ὁ γ ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, κἂν ὁ α περισσὸς ᾖ, ὅτι καὶ ὁ γ ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

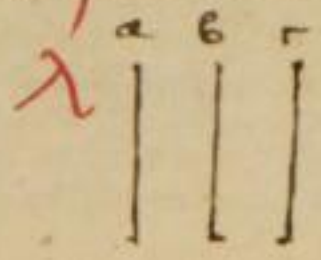


κθ

Ἐὰν πρεῖον ἀριθμὸν περισσὸς περισσὸν πολλαπλασιάσας τις ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται. περισσὸν γὰρ ἀριθμὸν ὁ α περισσὸς ὢν τὸν β πρεῖον ὄντα πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ γ περισσός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκεν, ἐκ μονάδων ἄρα συγκείται ὁ γ ἀριθμὸς ἴσων τῷ β, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ α μονάδες. καί εἰσιν ἐκάστη τῶν β περισσὸς ὢν ὁ α· ἐκ περισσῶν ἄρα ἀριθμῶν συγκείται ὁ γ. ὢν δὲ τὸ πλῆθος περισσὸν ὁ γ περισσός ἐστιν· ὁ γ ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ

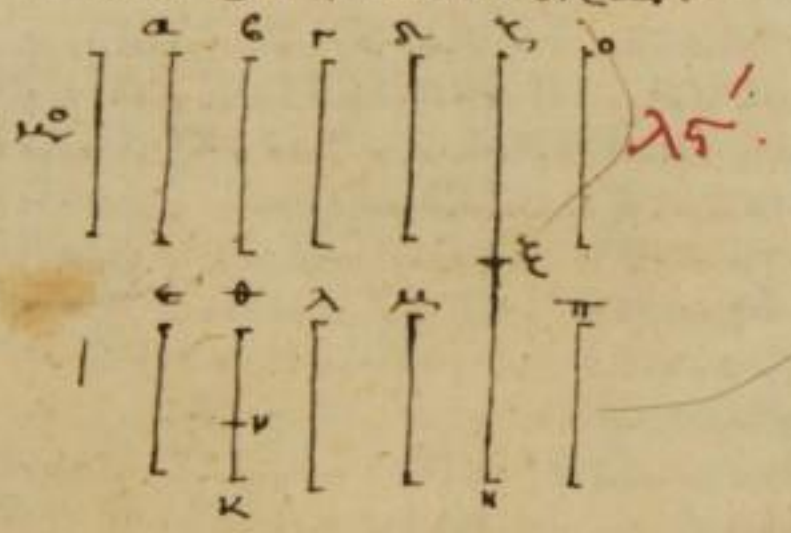
Ἐὰν πρεῖον ἀριθμὸν ἄρτιος ἄρτιον πολλαπλασιάσας τὸν ἑαυτοῦ μέρος ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος πρεῖος ἔσται. πρεῖον γὰρ ἀριθμὸν ὁ α ἄρτιος ὢν τὸν β ἄρτιον ὄντα πολλαπλασιάσας τὸν ἑαυτοῦ μέρος τὸν β ποιείτω τὸν γ· λέγω ὅτι ὁ γ πρεῖός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκεν, ἐκ μονάδων ἄρα συγκείται ὁ γ ἀριθμὸς ἴσων τῷ β, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ α μονάδες. καί εἰσιν ἐκάστη τῶν β πρεῖος ὢν ὁ α· ἐκ πρείων ἄρα ἀριθμῶν συγκείται ὁ γ. ὢν δὲ τὸ πλῆθος πρεῖον ὁ γ πρεῖός ἐστιν.



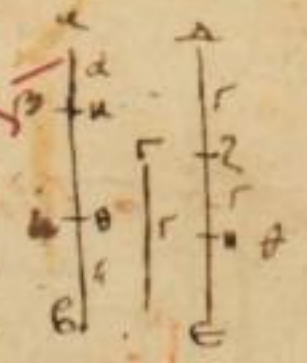
λα

ὁ ἄρα πρῶτος ἐστὶν ὁ ΑΠ. ὁ ΑΠ ἄρα τὸν ΒΓ οὐ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐπ' αὐτοῦ στιγμάς· λέγω ὅτι καὶ πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή, ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρηθήσεται. ὑπὸ μονάδος δὲ οὐ μετρεῖται· μονὰς γὰρ ἐστὶν ἡ Α. ἔστω οὖν ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρούμενος ὁ ΔΕ, καὶ ὁ ΔΕ τὸν ΒΓ οὐ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐπ' αὐτοῦ στιγμάς· λέγω ὅτι καὶ πρῶτός ἐστιν ὁ ΑΠ

ταὐτὸν δὲ καὶ ἡ πρὸς τὸν λόγῳ μόνον, τουτέστιν ἀναλογίᾳ μόνον, ἀλλὰ καὶ
πράγματι ὑπάρχουσα. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ἀναλογία πλειόνων ὅρων ἐν τῷ αὐτῷ
λόγῳ ὑπόστασις· οἷς ἐστὶ καὶ ἡ ἐν τοῖς τρισὶν ἀναλογία μία τις οὖσα. ἡ δὲ
ἀναλογία ἐν τοῖς τρισὶν ὅροις ἐστίν· καὶ ἐπειδὴ δύο λόγων ἐν ἀναλογίᾳ
τιθεμένων ὁ τρίτος ἐκ τῆς τῶν δοθέντων συνθέσεως ἐκφαίνεται, ἐν τοῖς
τρισὶν ὅροις ἡ ἀναλογία ἐστίν· ἐν γὰρ τοῖς δυσὶ λόγοις ἐστὶν ἡ ἀναλογία.
καὶ ἐπειδὴ ἐν τοῖς τρισὶν ὅροις ἐστὶν ἡ ἀναλογία, ἐν τοῖς τρισὶν ἄρα
ἐστὶ καὶ ἡ μία ἀναλογία. καὶ τοῦτο ἀεί ποτε ὑπάρχει, κἂν πλείονες
εἰσὶν ἐν τῇ ἀναλογίᾳ ὅροι· ἀεὶ γὰρ ἐν τοῖς τρισὶν ὅροις ἐστὶν ἡ μία
ἀναλογία, ὅσοι καὶ ἂν ὦσιν οἱ ὅροι οἱ ἐν τῇ ἀναλογίᾳ, ἐν τοῖς ἐφεξῆς
τρισὶν ὅροις ἐστὶν ἡ μία ἀναλογία· ἐν τοῖς δυσὶ γὰρ λόγοις ἐστὶν ἡ
ἀναλογία. καὶ ἐπειδὴ ἐν τοῖς τρισὶν ὅροις ἐστὶν ἡ μία ἀναλογία, ἐν τοῖς
τρισὶν ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μία ἀναλογία. καὶ ἐπειδὴ ἐν τοῖς τρισὶν ὅροις
ἐστὶν ἡ μία ἀναλογία, ἐν τοῖς τρισὶν ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μία ἀναλογία. καὶ
ἐπειδὴ ἐν τοῖς τρισὶν ὅροις ἐστὶν ἡ μία ἀναλογία, ἐν τοῖς τρισὶν ἄρα
ἐστὶ καὶ ἡ μία ἀναλογία. καὶ ἐπειδὴ ἐν τοῖς τρισὶν ὅροις ἐστὶν ἡ μία
ἀναλογία, ἐν τοῖς τρισὶν ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μία ἀναλογία. καὶ ἐπειδὴ ἐν τοῖς
τρισὶν ὅροις ἐστὶν ἡ μία ἀναλογία, ἐν τοῖς τρισὶν ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μία

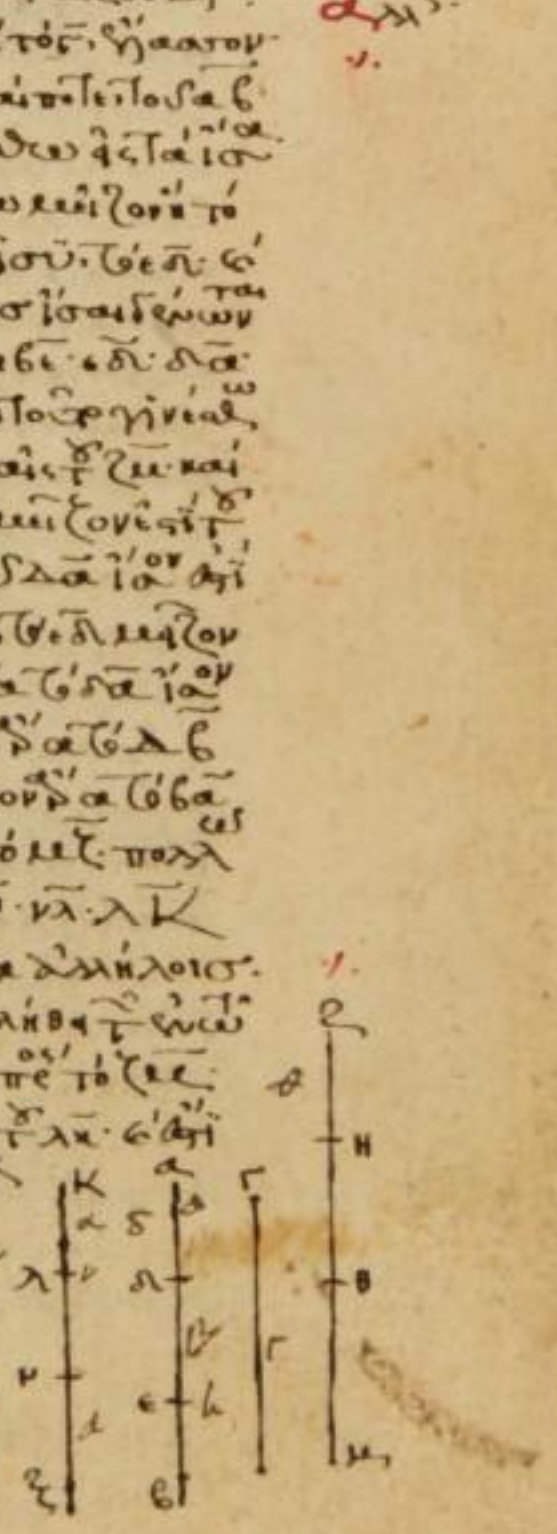
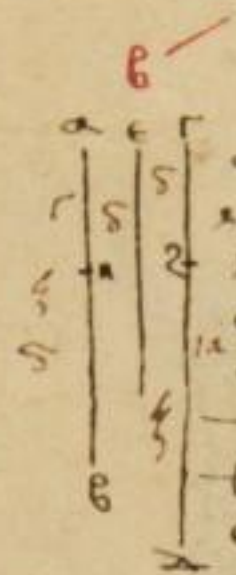

α
β
γ
δ
ε
ς
μ°
ξ
ϵ
θ
λ
μ
π
ν
κ
ν
λε′.

+ στοιχεῖων ιδ +

ζ' Σύνθεσις ἀριθμοῦ τοῦ τῶν ἀπ' ἀρχῆς τοῦ ἑβδόμου
ἀριθμοῦ. ὁ ἑβδομος ἀριθμὸς ἐν ἑαυτῷ ἔχει τὰς κοινὰς ἐννοίας
ὁ ὑθ' ἑαυτὸν δύναμις ἑαυτοῦ ἐστιν, ὅτι τὸ ἀπὸ παντὸς
τετραγώνου τετράγωνον ἐστὶν ἀριθμός. α' σύνθεσις,
ὅταν τοῖς ἀπὸ μονάδος τετραγώνοις ἑξῆς ἐν διαστήματι
κοινῶν ἐννοιῶν. Τοῦ ὑποκειμένου ἀριθμοῦ
τὴν πρώτην θέσιν λαβὼν ὑπάρχοντα δύο μονάδα πλευρὰ
σύμμετρόν τε καὶ σύμμετρον· αἵτινες ποιοῦσι τὸν δυάδα
αὐτὰ ἑαυτῷ πολλαπλασιασθέντα· καὶ γενόμενον τὸν
δ· καὶ πάλιν αὐτὰ πολλαπλασιασθέντα ἀλλήλοις
τετράγωνον ἐστὶν· καὶ ἔστιν ἡ πλευρὰ αὐτοῦ δύο·
ἀλλὰ καὶ ἡ δυὰς ἑαυτὴν πολλαπλασιάσασα γεγένηται

ἴσοπλανθείσῶν, τῶν ΒΕ. ΖΗ. ΝΓ. ΘΓ. πεντεκαιεἴκοσι
τὸ ΔΓ τοῦ ΑΘ. καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΒΓ τὸ ΓΚ ἔλασσον
τοῦ ΝΓ ἡμίσεος ὄντος. ἀπὸ δὴ τοῦ ΑΘ ἡμίσεος ὄντος τοῦ ΒΓ
τὸ ΘΗ, λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΑ. λοιπὸν τοῦ ΒΓ. ἡμίσεός ἐστι τοῦ ΚΓ.
διπλάσιον ἄρα τὸ ΚΓ τοῦ ΗΑ. καὶ ἀφῃρήσθω τοῦ μὲν ΗΑ ἥμισυ τὸ
ΗΘ. τοῦ δὲ ΚΓ τὸ ΚΛ. λοιπὸν ἄρα τὸ ΘΛ. λοιπῷ τῷ
ΛΚ ἐστὶν ἴσον. ἴσον δὲ τὸ ΔΓ τῷ ΓΚ. καίτοι ἄρα καὶ τὸ ΔΓ
ἐστὶν ἴσον τῷ ΘΛ. ἐλάσσονι ἄρα τὸ ΑΚ. τοῦ ΝΓ ἡμίσεος. ἀπὸ τοῦ
ΑΒ ἄρα διπλασίου τοῦ ΑΚ ἐλάσσων ἔσται ὁ ΑΒ τοῦ ΝΓ ἡμίσεος. ἐλάσσων δὲ
καὶ ἡμίσεος. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

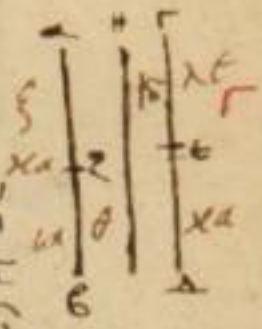
Β΄ Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖα τις τέμνουσα τὴν μὲν δίχα τέμνῃ τὴν δὲ πρὸς ὀρθὰς
ἐκβαλλομένη δίχα τέμνῃ, τὸ ἀπὸ τῆς ἐκβαλλομένης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς
ἡμισείας καὶ τῷ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ παραλληλογράμμῳ.

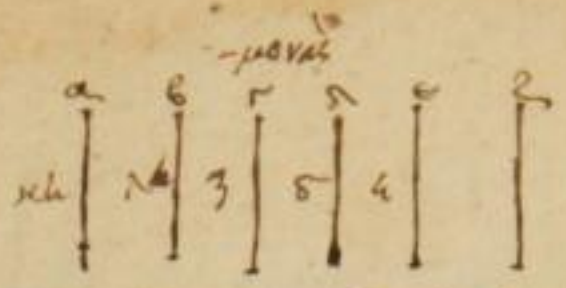
Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖα τις ἡ ΔΓ τέμνουσα τὴν μὲν ΑΒ δίχα
κατὰ τὸ Ε σημεῖον, τὴν δὲ ΔΓ πρὸς ὀρθὰς ἐκβαλλομένη δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ Ζ σημεῖον·
λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ΕΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ παραλληλογράμμῳ. Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου
καὶ ἔστω τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΑ. ΗΔ. ΗΖ. καὶ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος
ἤχθω ἡ ΗΘ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ ΑΒ τέτμηται εἰς μὲν τὰ ἴσα κατὰ τὸ Ε σημεῖον,
εἰς δὲ τὰ ἄνισα κατὰ τὸ Θ σημεῖον, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΘ. ΘΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΑ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ·
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΘ. ΘΒ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΕΘ. ΗΘ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΑ. ΗΘ.
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΘ. ΗΘ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΕ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΑ. ΗΘ ἴσον ἐστὶ
τὸ ἀπὸ τῆς ΗΑ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΘ. ΘΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΑ.
ἴση δὲ ἡ ΗΑ τῇ ΗΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΘ. ΘΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΗΓ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΗΕ. ΕΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΘ. ΘΒ μετὰ
τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΕ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΗΕ. ΕΓ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΗΕ·
λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΘ. ΘΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ. καὶ ἐπεὶ
εὐθεῖα τις ἡ ΖΔ τέτμηται εἰς μὲν τὰ ἴσα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, εἰς δὲ τὰ ἄνισα κατὰ τὸ Θ,
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΘ. ΘΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΕΖ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΘ. ΘΖ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΕΘ. ΕΓ
ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΕ. ΕΓ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΘ. ΕΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΘ· τοῖς δὲ
ἀπὸ τῶν ΖΕ. ΕΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΘ. ΘΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΘ
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΓ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ. ΘΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΘ ἴσον ἐστὶ τῷ τε
ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ. ΔΘ δὶς περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔ. ΔΘ δὶς
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ΖΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ
ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΕ. ΕΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔ. ΔΘ δὶς περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ
τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΖΓ. ΓΕ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΕ. ΕΔ. ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν
ΑΘ. ΘΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔ. ΔΘ δὶς περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ
τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΖΓ. ΓΕ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΘ. ΘΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΘ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΕ. ΕΔ.



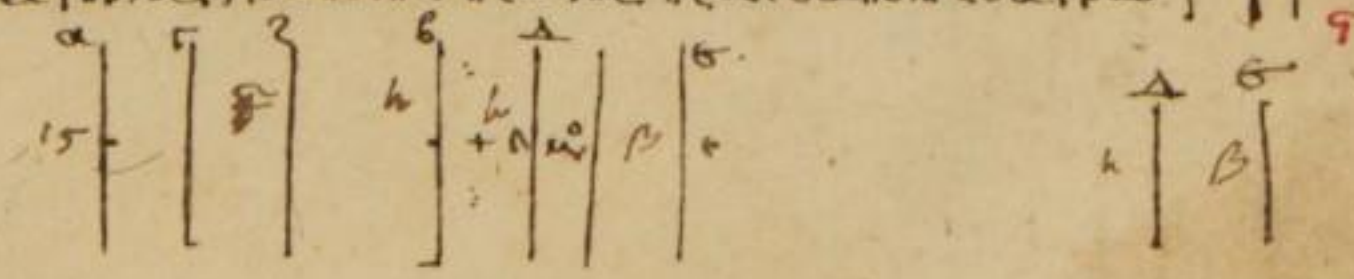
αὐτοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος, τὸν δὲ ἀεὶ λαμβανόμενον
μὴ μετρεῖ τὸν πρὸ αὐτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ
μεγέθη. διόπερ καὶ τοῦτων ἀνθυφαιρουμένων ἀεὶ τὰ. Καὶ
ὅτι τοίνυν ἐλάσσονος τοῦ αβ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος
ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ πεῖραμα ποιήσομεν δὶ ὧν μετρεῖται ὁ
τὸ πρὸ αὐτοῦ. λέγω ὅτι ἀσύμμετρά ἐστι τὰ αβ γδ μεγέ-
θη. εἰ γὰρ ἔστιν αὐτῶν μέτρον, ἔστω τὸ ε. καὶ τὸ μὲν αβ τοῦ ε
λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ζβ. τὸ δὲ ζβ τὸ δα μετρεῖ
λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν αη. καὶ τοῦτο ἀεὶ γινέσθω ἕως
οὗ λειφθῇ τι μέγεθος ὅ ἐστιν ἐλάσσον τοῦ ε τοῦ ἐστὶν ἐλάσσων.
λελείφθω τὸ αη ἐλάσσον τοῦ ε. ἐπεὶ οὖν τὸ ε τὸ αβ μετρεῖ, μετρεῖ
δὲ καὶ τὸ βζ μετρεῖ. καὶ ὅλον ἄρα τὸ ζα μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ
ὅλον τὸ γδ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ζη μετρεῖ. τὸ βζ. μετρεῖ δὲ καὶ
ἑαυτό. καὶ ὅλον ἄρα τὸ βη μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ αβ. καὶ
λοιπὸν ἄρα τὸ αη μετρεῖ. τὸ μείζονα τὸν ἐλάσσονα. ὅπερ ἀδύνατον
οὐκ ἄρα τὰ αβ γδ μεγέθη μέτρον μήκους ἕξει. ἀσύμμετρα ἄρα
ἐστὶ τὰ αβ γδ μεγέθη. ἐὰν ἄρα δύο μεγεθῶν
ἀνίσων, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ Δύο μεγεθῶν σύμμετρα ὄντων δοθέντων, τὸ μέτρον αὐτῶν μὴν
μέτρον λαβεῖν. ἔστω τὰ δοθέντα δύο σύμμετρα μεγέθη τὰ
αβ γδ. ζητεῖται δὴ τοῦ αβ γδ τὸ μέτρον μὴν μέτρον
λαβεῖν. τὸ αβ τὸ δὲ γδ μετρεῖ τότε δ. καὶ φανερόν ὅτι μέτρον τι μετρεῖ
τὸν. μείζον ἑαυτοῦ μέγεθος. τὸ αβ οὐ μετρεῖ τὸ γδ. λοιπὸν
μετρεῖ τι τὸ αβ. τὸ γδ. λειπέτω δὲ ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν εβ. τὸ δὲ
δ τὸ εβ μετρεῖ. λειπέτω δὲ ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν γ. τὸ δὲ γ τὸ
ζβ μετρεῖ. καὶ ὅλον ἄρα τὸ ζα μετρεῖ. τὸ δὲ αὐτὸ καὶ τὸ γδ μετρεῖ. λοιπὸν
ἄρα τὸ ζη μετρεῖ. τὸ βζ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτό. καὶ ὅλον ἄρα τὸ βη μετρεῖ. μετρεῖ
δὲ καὶ τὸ αβ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ αη μετρεῖ. τὸ δὲ γ τὸ αη μετρεῖ
ὅτι. τὸ βζ μετρεῖ. καὶ ὅλον ἄρα τὸ βζ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ
δ. καὶ ἑαυτό. καὶ ὅλον ἄρα τὸ δ μετρεῖ. τὸ δὲ γδ μετρεῖ. καὶ



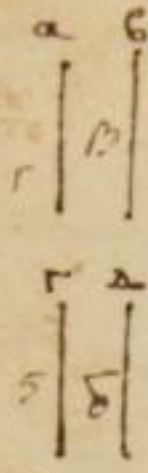
μείδει· τὸ αε ἄρα τὸ αβ γδ κοινὸν μέτρον μεί-
δονι· ἵνα δὲ καὶ μείζων ἀνάλογον ᾖ, ὅτι καὶ μείζων ἐστὶν
ὁ ηα τοῦ ιδ· εἰ δὲ μή, ἔσται τις ἀριθμὸς μετρῶν τοὺς ηα
ιδ· ἔστω τὸ θ· καὶ ὁσάκις τὸ θ τὸν ηα μετρεῖ, τοσαυτα-
πλάσιον ποιείτω καὶ τὸν ιδ τὸν κ· καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα
τῶν ηκ ιδ ἑκατέρου τῶν ηα ιδ πολλαπλασία ἐστίν, καὶ
ἑκατέρα ἄρα τῶν ηκ ιδ ἑκατέρου τῶν ηα ιδ πολλαπλα-
σία ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ηκ τῷ ιδ· καὶ ὅλον ἄρα τὸ
ακ ὅλῳ τῷ αγ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ακ αγ
ἑκατέρου τῶν αη αδ πολλαπλασία ἐστίν, καὶ ἑκατέρα
ἄρα τῶν ακ αγ ἑκατέρου τῶν αη αδ πολλαπλασία ἐστίν·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ακ τῷ αη καὶ τὸ αγ τῷ αδ· καὶ λοιπὸν
ἄρα τὸ ηκ λοιπῷ τῷ δγ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν
ηκ δγ ἑκατέρου τῶν ιδ δγ πολλαπλασία ἐστίν, καὶ ἑκα-
τέρα ἄρα τῶν ηκ δγ ἑκατέρου τῶν ιδ δγ πολλαπλασία
ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ηκ τῷ ιδ καὶ τὸ δγ τῷ δγ· καὶ
λοιπὸν ἄρα τὸ ηκ λοιπῷ τῷ ιδ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἑκα-
τέρα τῶν ηκ ιδ ἑκατέρου τῶν ηα ιδ πολλαπλασία ἐστίν,
καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ηκ ιδ ἑκατέρου τῶν ηα ιδ πολλα-
πλασία ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ηκ τῷ ιδ

ἀ·β μείδει· μὴ δεῖ μὲ καὶ τὸ Ε· τὸ γὰρ α τὰ β· γ· ποιῶ
μέρονται· λέγω δὲ ὅτι καὶ μέτρον· εἰ γὰρ δυνατόν· ἔστω
τοῦ με ἑκάτερου μέτρος τὸ Ζ· καὶ μεῖ ἐστω· τὸ α· β· γ· δ·
ὅπερ τὸ Ζ τὰ α· β· γ μὲ δεῖ· καὶ τὰ α· β μὲ ἑνὶ δ· γ τὸ τῶν
α· β ἄρα μέτρος ποιῶν μέτρον μὲ δήσει· τὸ δὲ τῶν α· β
μέτρον ποιῶν μέτρον μὲ δήσει· τὸ Δ· τὸ γὰρ α· τὸ Δ μὲ δεῖ·
μέτρος ἄρα τὸ α· γ· καὶ τὸ β· γ· ἄρα τὸ α· β· γ· μὲ δεῖ·
μέτρος ἄρα τὸ α· β· γ· ἀλλὰ καὶ τὸ α· β· γ· μὲ δεῖ· τὸ Δ

ιγνε· ἐὰν μήκη δύο εὐθεῖαι τὸ α πρὸς τὸ β οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε
μονάδα δίχα δὲ ἡ α τὴν ζ· ἡ ζ ἄρα τῇ β οὐ σύμμετρός ἐστι μήκει· ὁ γὰρ
θμὸς πρὸς τὸν ε τὰ ἄρα συμμέτρα μεγέθη τὰ α ζ πρὸς
ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς ὁ δ πρὸς ἀριθμὸν τὸν ε· ὅπερ ἔδει
ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν
μεγέθη ἀσύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη· δύο ἄρα μεγέθη τὰ α β λόγον μὴ ἐχέτω ὃν ἀριθμὸς
πρὸς ἀριθμὸν τὸν λόγον ὃν ἀριθμὸς ὁ δ πρὸς ἀριθμὸν τὸν ε λέγω
ὅτι σύμμετρά ἐστι τὰ α β μεγέθη· ὅσοι γὰρ ἀριθμοί εἰσιν ἐν τῷ δ μονάδι
εἰσὶ τοσαῦται ἴσαι διηρήσθω τὸ α· καὶ ἐχέτωσαν αἱ ἴσαι τὸ γ.
ὅσοι δέ εἰσιν ἐν τῷ ε μονάδες ἐκκείσθω τοσοῦτοι μεγέθει ἴσοι τῷ γ.
καὶ ἐπεὶ ὅσοι εἰσὶν ἐν τῷ δ τοσαῦται εἰσὶ καὶ ἐν τῷ α τὸ δὲ γ τοσαῦταί εἰσιν ἐν τῷ α
ὅσοι εἰσὶν ἐν τῷ ε καὶ τὸ γ ἄρα τὸ α μετρεῖ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κατὰ ὃν καὶ τὸ ε
μετρεῖ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ γ πρὸς τὸ α οὕτως ἡ ε μονὰς πρὸς τὸν δ ἀριθμόν· ἀνάπαλιν ἄρα
ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ οὕτως ὁ δ ἀριθμὸς πρὸς τὴν ε μονάδα· πάλιν ἐπεὶ δύο μεγέθη
ἐστὶ τὰ α β καὶ ἀφῄρηται ἀπὸ τοῦ μείζονος τοῦ α μέγεθος ἴσον τῷ γ τῷ ἐλάσσονι
καὶ ἐστὶν ὡς τὸ γ πρὸς τὸ α οὕτως ἡ ε μονὰς πρὸς τὸν δ ἀριθμόν, ἀνάπαλιν ἄρα
ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ οὕτως ὁ δ ἀριθμὸς πρὸς τὴν ε μονάδα· ἀλλ' ὡς ὁ δ ἀριθμὸς πρὸς τὴν ε
μονάδα οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ α πρὸς τὸ γ· καὶ τὸ α ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν β γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· συμμέτρα ἄρα ἐστὶ τὰ α β μεγέθη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·
καὶ φανερὸν ὅτι ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν
μεγέθη ἀσύμμετρά ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



δ΄ μοιον· καὶ ὅμοιοι ἀναγραφόμ· ἀλλ᾽ οὐκ ἀπ᾽ ὀς΄ λζ΄,
οὐτε σίτινὸς ἀ΄ εἰ θεος· πρὸς τὸν ἀ΄ εἰ θεὸν· εἰ γὰρ ἄρα
καὶ ὡς ὁ δ΄ ἀ΄ εἰ θεος πρὸς τὸν ἀ΄ εἰ θεὸν, οὐκ ἔστὶ τὸ ἀ΄ πότηος ἀ΄
λ θείας, πρὸς τὸ ἀ΄ τοῦ ς΄ δ΄ θείας.· ἄλογος.
λ΄ μοι δὲ καὶ ἐ θεῖα τὰ ἀ΄ δ΄ πρὸς ἀλλήλα λόγον ἔχέτω· οὐ ἀ΄ εἰ θεῖ ὀς΄
ὅτ΄ πρὸς ἀ΄ εἰ θεῖ ὀν΄ τὸν χ΄· λέγω ὅτι σύμμετροί εἰσὶ τὰ δύναμέ θε.
ὅσαι γὰρ ἀ΄ ῥηταὶ σύμμετροί εἰσὶ μήκει μόνον ἀ΄ δ΄. ἀ΄ τὸ σαύτ΄ ἴσα δύνανται τὰ
καὶ ὧν ἐστὶν ἰσομέγεθες· ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ ε΄ πρὸς τὸν ς΄ οὕτως τὸ ε΄ πρὸς
τὸν ζ΄· διὰ σύνθεσιν ἄρα ὡς ὁ ια΄ πρὸς τὸν ε΄, οὕτως τὸ ιβ΄ πρὸς τὸν ζ΄·
ἀλλ᾽ ὡς μὲν ὁ ια΄ πρὸς τὸν ε΄, οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ε΄·
ὡς δὲ τὸ ιβ΄ πρὸς τὸν ζ΄, οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιβ΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ΄·
ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ε΄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ιβ΄
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ΄· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ τῷ ἀπὸ τῆς ιβ΄·
ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ὁ ια΄ πρὸς τὸν ιβ΄, οὕτως ὁ ε΄ πρὸς τὸν ζ΄· ἀλλ᾽ ὡς ὁ ια΄
πρὸς τὸν ιβ΄, οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ια΄ ιβ΄· ὡς δὲ ὁ ε΄
πρὸς τὸν ζ΄, οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ια΄
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ια΄ ιβ΄, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς
ια΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ια΄ ιβ΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄·
ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ μέσον ἀνάλογόν ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄ ἐστὶν ἄρα καὶ
ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ια΄ ιβ΄ πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς ιβ΄· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄ λόγον ἔχει ὃν τὸ ἀπὸ
τῆς ια΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ιβ΄· ὃν γὰρ ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς ιβ΄, τοῦτον ἔχει καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ια΄ ιβ΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἀλλὰ τὸ
ὑπὸ τῶν ια΄ ιβ΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄ λόγον ἔχει ὃν ἡ ια΄ πρὸς τὴν ε΄· ὃν γὰρ
ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τῶν ια΄ ιβ΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄, τοῦτον ἔχει καὶ ἡ ια΄
πρὸς τὴν ε΄· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄, οὕτως ἡ
ια΄ πρὸς τὴν ε΄· ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε΄ ζ΄, οὕτως ἐστὶ τὸ
ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ ια΄
πρὸς τὴν ε΄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄·
καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄ ἀναλόγων ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἀπὸ
τῶν ε΄ ζ΄ ἀναλόγων ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄ πλευρὰς βάσεις
μήκει μόνον συμμέτρους· τὰ δὲ ἀπὸ τῶν τοιούτων εὐθειῶν δυνάμει μόνον
σύμμετρά ἐστιν ἀλλήλοις· ἡ ἄρα ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν
ε΄ ζ΄ ῥητὴ ἐστὶν ἀλλ᾽ οὐκ ἀπ᾽ ὀς΄ λζ΄· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ ια΄ πρὸς τὴν ε΄,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄ πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς ῥητὴν ἐκθεμένης· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης
ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης ἀνάλογον
τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ ια΄ πρὸς τὴν ε΄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν
ἀ΄ δ΄ μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης
ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ ια΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄
μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄, οὕτως ἡ ε΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄
μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ια΄ μέσον ἀνάλογόν ἐστὶ
τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ ια΄ πρὸς τὴν ε΄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ια΄
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ
τῆς ια΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῶν ἀ΄ δ΄ μέσης ἀνάλογον τῶν ἀπὸ τῶν ε΄ ζ΄ λόγον
ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὃν γὰρ ἔχει λόγον
τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἐστὶ τετράκις

180



ιζ

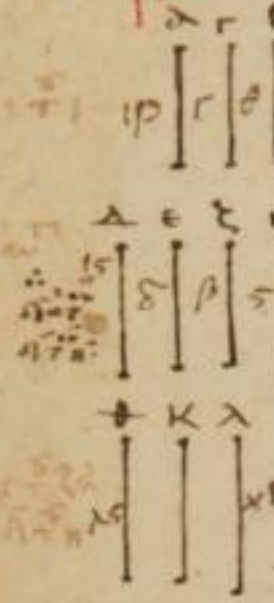
Κ

οὐσαι σύμμετροι· καὶ καθ' ἑαυτὰς δὲ σύμμετροί εἰσιν· ὡς ἐν
αἷς καὶ ἡ ΑΒ σύμμετρος πάντως καὶ ἑαυτῇ· ἀλλὰ καὶ
δύνανται καὶ αἱ οὐσαι σύμμετροι, δύνασθαι σύμμετρα καὶ
δύνασθαι σύμμετρα καὶ σύμμετροι· αἱ δὲ δυνάμει μόναι σύμμετροι
πάντως καὶ αἱ καθ' ἑαυτὰς σύμμετροί εἰσιν· ἐπὶ δὲ τῆς καθ' ἑαυτὰς σύμμετρου)
καὶ δύνασθαι σύμμετροι· ὑπόκεινται δὲ καὶ αἱ οὐσαι σύμμετροι ὁπ-
ὁσονοῦν· αἱ ἄρα δυνάμει μόναι σύμμετροι πάντως εἰσὶ καὶ
Α ἐν ταὐτοῖς ἀεὶ θετέον τοῖς οὐσι τοιοῦτοι δὲ οἱ μέσοι διαφόρως,
μοι πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχοισιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ ὃν πλευρὰ ἀριθμὸς πρὸς πλευρὰν
ἀριθμόν, ὅμοιοι δὲ οἱ ἐπίπεδοι καὶ οἱ στερεοὶ ἀριθμοί· καὶ μέσον ἀνὰ
ὅτι οὐκ ἔστιν ὅμοιος ἐπίπεδος ἀριθμὸς ἐπίπεδον ἀριθμόν· οἱ δὲ στερεοὶ
ὅμοιοι δύο μέσους ἔχουσιν ἀνάλογον ἀριθμούς· οὕτως ἄρα καὶ
ὅμοιοι δύο μέσους ἔχουσιν ἀνάλογον ἀριθμούς· οἱ δὲ ἐπίπεδοι
ἐπίπεδοι πρὸς ἀλλήλους λόγον οὐκ ἔχουσιν ὃν τετράγωνος
ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἐὰν γὰρ ὦσιν ἀριθμοὶ
Β εἰς τὴν αὐτὴν ἀνάλογον καὶ ὁ πρῶτος τὸν τρίτον μὴ μετρῇ,
οὐδὲ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον μετρήσει· καὶ ἐὰν ὁ πρῶτος τὸν
τρίτον μετρῇ, καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον μετρήσει· ὁ γὰρ
αὐτὸς μέρος ἢ μέρη ἔσται καὶ ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου καὶ ὁ δεύτερος
τοῦ τετάρτου· ὡς ἐν ἀριθμοῖς ἐν τοῖς Ζ Η Θ Κ· ὁ Ζ τὸν Θ μετρῶν
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ Η τὸν Κ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας· ὁ γὰρ Ζ τὸν Η μετρῶν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ Θ
τὸν Κ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ γὰρ Ζ τὸν Η μετρῶν κατὰ
τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ Θ

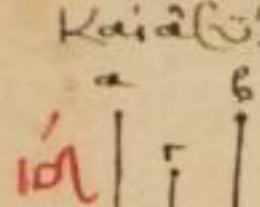
Δι' οὗτόσ ἐστιν ὁ πρῶτος· διὸ καὶ ἀρμόττει τὸ δὲ πρῶτον
πρὸς τὸ δεύτερον τὸν τρίτον πρὸς τὸν τέταρτον· ἔστι δὲ καὶ τὸ τρί-
τον πρὸς τὸν τέταρτον ἐλάσσονος· ὥστε καὶ τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύ-
τερον ἐλάσσονος· ἔστω τὸ μὲν α πρῶτον, τὸ δὲ β δεύτερον, τὸ δὲ γ
τρίτον, τὸ δὲ δ τέταρτον· καὶ ἐπεὶ τὸ α πρὸς τὸ β τὸν αὐτὸν ἔχει
λόγον ὃν τὸ γ πρὸς τὸ δ, ἔστω δὲ τὸ α τοῦ β ἔλασσον, καὶ τὸ γ
ἄρα τοῦ δ ἔλασσόν ἐστιν· ὥστε καὶ τὸ α τοῦ γ ἔλασσόν ἐστιν· ὃ δεῖ δεῖ-
ξαι· τὸ δὲ α τοῦ γ ἔστω ἔλασσον· λέγω ὅτι καὶ τὸ β τοῦ δ ἔλασσόν
ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ, τὸ δὲ
α τοῦ γ ἔστω ἔλασσον, καὶ τὸ β ἄρα τοῦ δ ἔλασσόν ἐστιν· ὥστε καὶ
τὸ α πρὸς τὸ β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ γ πρὸς τὸ δ· ὅπερ ἔδει δεῖ-
ξαι· τὸ δὲ β τοῦ δ ἔστω ἔλασσον· λέγω ὅτι καὶ τὸ α τοῦ γ ἔλασσόν
ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ, τὸ δὲ
β τοῦ δ ἔστω ἔλασσον, καὶ τὸ α ἄρα τοῦ γ ἔλασσόν ἐστιν· ὥστε καὶ
τὸ α πρὸς τὸ β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ γ πρὸς τὸ δ· ὅπερ ἔδει δεῖ-
ξαι· τὸ δὲ α τοῦ γ ἔστω ἔλασσον· λέγω ὅτι καὶ τὸ β τοῦ δ ἔλασσόν
ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ, τὸ δὲ
α τοῦ γ ἔστω ἔλασσον, καὶ τὸ β ἄρα τοῦ δ ἔλασσόν ἐστιν· ὥστε καὶ
τὸ α πρὸς τὸ β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ γ πρὸς τὸ δ· ὅπερ ἔδει δεῖ-
ξαι· τὸ δὲ β τοῦ δ ἔστω ἔλασσον· λέγω ὅτι καὶ τὸ α τοῦ γ ἔλασσόν
ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ, τὸ δὲ
β τοῦ δ ἔστω ἔλασσον, καὶ τὸ α ἄρα τοῦ γ ἔλασσόν ἐστιν· ὥστε καὶ
τὸ α πρὸς τὸ β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ γ πρὸς τὸ δ· ὅπερ ἔδει δεῖ-
ξαι· τὸ δὲ α τοῦ γ ἔστω ἔλασσον· λέγω ὅτι καὶ τὸ β τοῦ δ ἔλασσόν
ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ, τὸ δὲ
α τοῦ γ ἔστω ἔλασσον, καὶ τὸ β ἄρα τοῦ δ

εἰλήφθω τὰ Α, Β, Γ μεγέθη ἀνάλογον ἔστω δὲ τὸ Α τοῦ Β πρώτου καὶ τρίτου τοῦ Γ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ Δ τοῦ Ε δευτέρου καὶ τετάρτου τοῦ Ζ· λέγω ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Ε δευτέρου καὶ τετάρτου τοῦ Ζ ἰσάκις πολλαπλάσιον ἐστὶν καὶ τὸ Δ τοῦ Ε πρώτου καὶ τρίτου τοῦ Γ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Δ τοῦ Ε καὶ τὸ Α τοῦ Β, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ Δ ἴσα τῷ Ε, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ Α ἴσα τῷ Β. διῃρήσθω τὸ μὲν Δ εἰς τὰ τῷ Ε ἴσα τὰ ΔΗ, ΗΚ, ΚΛ, τὸ δὲ Α εἰς τὰ τῷ Β ἴσα τὰ ΑΜ, ΜΝ, ΝΞ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν ΔΗ, ΗΚ, ΚΛ τῷ πλήθει τῶν ΑΜ, ΜΝ, ΝΞ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶν ἡ ΔΗ τῆς Ε καὶ ἡ ΑΜ τῆς Β, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν Ε, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς τὴν Β. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΜ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Β. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶν ἡ ΗΚ τῆς Ε καὶ ἡ ΜΝ τῆς Β, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΗΚ πρὸς τὴν Ε, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς τὴν Β. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΜ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Β· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΜ, οὕτως καὶ ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΜΝ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΑΜ, οὕτως ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΗΚ, οὕτως τὸ ΑΜ πρὸς τὸ ΜΝ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως τὸ ΑΜ πρὸς τὸ ΜΝ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΜ, οὕτως ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΜΝ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΜ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΝΞ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΝΞ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΑΜ, οὕτως ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΗΚ, οὕτως τὸ ΑΜ πρὸς τὸ ΜΝ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΗΚ, οὕτως τὸ ΑΜ πρὸς τὸ ΜΝ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΑΜ, οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΜΝ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΜΝ, οὕτως τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΝΞ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΑΜ, οὕτως τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΝΞ. ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΜ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Β· καὶ ὡς ἄρα ἡ Ε πρὸς τὴν Β, οὕτως τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΝΞ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ Ε πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως ἡ Β πρὸς τὸ ΝΞ. ἐπεὶ οὖν ἰσάκις ἐστὶν ἡ ΗΚ τῆς Ε καὶ ἡ ΜΝ τῆς Β, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΗΚ πρὸς τὴν Ε, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς τὴν Β. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Β, οὕτως τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΝΞ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΝΞ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΜΝ, οὕτως τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΝΞ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως τὸ ΜΝ πρὸς τὸ ΝΞ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΗΚ, οὕτως τὸ ΑΜ πρὸς τὸ ΜΝ, ἔστιν δὲ καὶ ὡς τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως τὸ ΜΝ πρὸς τὸ ΝΞ, καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως τὸ ΑΜ πρὸς τὸ ΝΞ. καὶ ἐπεὶ τῶν ΔΗ, ΗΚ, ΚΛ πρώτων καὶ τρίτων καὶ ἰσάκις πολλαπλασίων ἐστὶν ἡ μὲν ΔΗ τῆς Ε, ἡ δὲ ΚΛ τῆς Ζ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν Ε, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν Ζ. ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν Ε, οὕτως τὸ ΑΜ πρὸς τὸ Β· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΜ πρὸς τὸ Β, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν Ζ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΜ πρὸς τὴν ΚΛ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὴν Ζ. ἐπεὶ οὖν ἰσάκις ἐστὶν ἡ ΜΝ τῆς Β καὶ ἡ ΝΞ τῆς Ζ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΜΝ πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ ΝΞ πρὸς τὴν Ζ. ἔστιν δὲ καὶ ὡς τὸ ΑΜ πρὸς τὴν ΚΛ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὴν Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΜ πρὸς τὴν ΚΛ, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΝΞ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΜ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΝΞ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΑΜ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΝΞ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΜ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν

β΄ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ συμπέσωσι, καὶ ἀπὸ τῶν συμπεσόντων ἑκάτερος ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται· καὶ ἀφ' ὧν ἑκάτερος τὸν γενόμενον πολλαπλασιάσας ποιεῖ τινα, οἱ γενόμενοι ἴσοι ἔσονται.

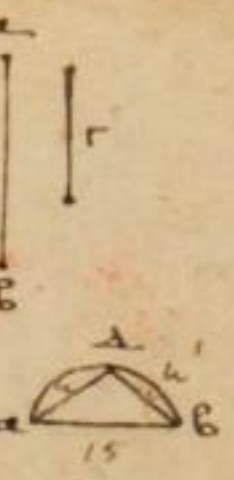


Ἔστω δύο ἀριθμοὶ συμπίπτοντες οἱ α β, καὶ ἀπὸ τοῦ α τὸν β πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν γ, ἀπὸ δὲ τοῦ β τὸν γ πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν δ· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ γ τῷ δ. Ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τοῦ α τὸν β πολλαπλασιάσας πεποίηκε τὸν γ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν α. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ β τὸν γ πολλαπλασιάσας πεποίηκε τὸν δ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν α. ἀλλ' ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β· καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν α· πάλιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ γ πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ· ὁ γ ἄρα τῷ α ἐστιν ἴσος· ἀλλὰ ὁ α τῷ β ἐστιν ἴσος· καὶ ὁ γ ἄρα τῷ β ἐστιν ἴσος· ὥστε καὶ ὁ δ τῷ β ἐστιν ἴσος· ὁ ἄρα γ τῷ δ ἐστιν ἴσος. Ἐὰν ἄρα δύο ἀριθμοὶ συμπίπτοντες πολλαπλασιάσαντες ἑαυτοὺς ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται· καὶ ἀφ' ὧν ἑκάτερος τὸν γενόμενον πολλαπλασιάσας ποιεῖ τινα, οἱ γενόμενοι ἴσοι ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



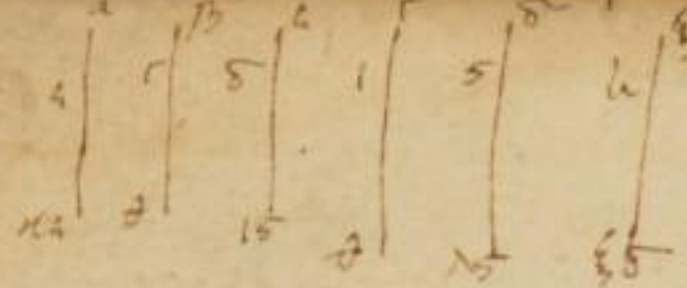
γ΄ Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τετράγωνον ποιῇ, τὸν δὲ πολλαπλασιασθέντα κύβον ποιῇ, ὁ γενόμενος ἐξ αὐτῶν κύβος ἔσται.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν β τετράγωνον ποιείτω· δῆλον δὴ ὅτι καὶ ὁ α τὴν πλευρὰν ἔχει τοῦ β. τὸν δὲ α πολλαπλασιάσας τὸν β κύβον ποιείτω· λέγω ὅτι καὶ ὁ γενόμενος ἐξ αὐτῶν κύβος ἔσται. Ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τοῦ α τὸν β πολλαπλασιάσας πεποίηκε τὸν γ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν α. ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν α· καὶ ὡς ἄρα ὁ β πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν α· ὁ ἄρα β τῷ γ ἐστιν ἴσος· ἀλλὰ ὁ α τῷ β ἐστιν ἴσος· καὶ ὁ γ ἄρα τῷ β ἐστιν ἴσος· ὥστε καὶ ὁ δ τῷ β ἐστιν ἴσος· ὁ ἄρα γ τῷ δ ἐστιν ἴσος. Ἐὰν ἄρα δύο ἀριθμοὶ συμπίπτοντες πολλαπλασιάσαντες ἑαυτοὺς ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται· καὶ ἀφ' ὧν ἑκάτερος τὸν γενόμενον πολλαπλασιάσας ποιεῖ τινα, οἱ γενόμενοι ἴσοι ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



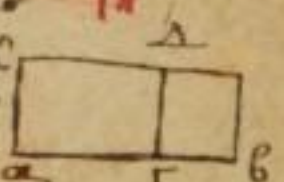
τὸ β τῶν Γ. δοῦναί τε δύο. ἐὰν δὲ ἡ δοθεῖσα δυσὶ δοθείσαις
σύμμετρα τὸ δὶς ὑπὸ τῶν συγκειμένων μετά τινι ἀσυμμέτρου
καὶ ὅλον ποιοῦν, τὰ αὐτὰ συμβήσεται. λ

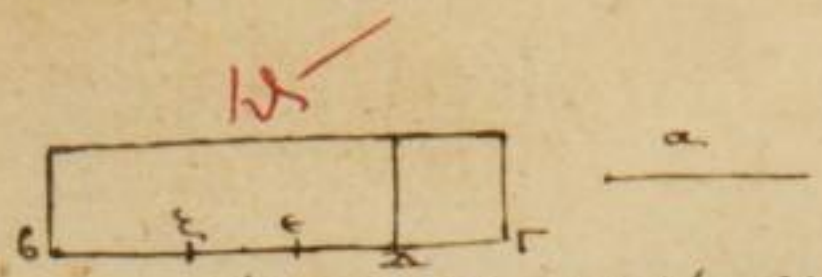
Λ Δύο δοθεισῶν δοθεισῶν δυνατόν ἐστιν ἀφελεῖν τὸ μεῖζον δυνάμει
ἡμίσεως τοῦ εἰλάσσονος. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι δυνάμεναι
αἱ α β. γ. δυνατὸν ἐστιν ἀφελεῖν τὸ μεῖζον δυνάμει ἀφ' ἑαυτῆς
τὸ α δ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ α β. καὶ ἀπὸ τοῦ β τῷ α δ πρὸς ὀρθὰς
ἤχθω ἡ β ε. καὶ ἐκκείσθω τῇ γ ἴση ἡ β ε. καὶ ἐπιζεύχθω ἡ α ε.
καὶ ἐπεὶ ἡ α β τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῆς ἴσῃ καὶ
ἐπ' αὐτὴν κάθετον, ἡ α ε ἄρα τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ
ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον. καὶ ἐπεὶ ἡ α β τῆς β ε μεῖζον δύναται
ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον, ἡ α ε ἄρα τῆς β ε μεῖζον
δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον. καὶ ἐπεὶ ἡ α β τῆς
β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον, ἡ α ε ἄρα
τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον. καὶ
ἐπεὶ ἡ α β τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν
κάθετον, ἡ α ε ἄρα τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ'
αὐτὴν κάθετον. καὶ ἐπεὶ ἡ α β τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ
ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον, ἡ α ε ἄρα τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ
ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον. καὶ ἐπεὶ ἡ α β τῆς β ε μεῖζον
δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον, ἡ α ε ἄρα τῆς β ε
μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον. καὶ ἐπεὶ ἡ
α β τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετον,
ἡ α ε ἄρα τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ ἴσῃ καὶ ἐπ' αὐτὴν
κάθετον. καὶ ἐπεὶ ἡ α β τῆς β ε μεῖζον δύναται ἢ τῇ ἑαυτῇ



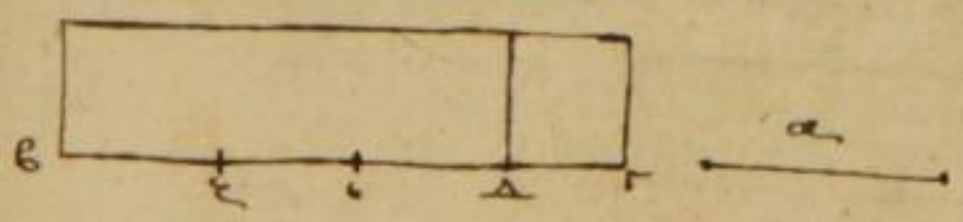
τὸ ἀπὸ τῆς ε̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β̄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ζ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δ̄· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ ε̄ πρὸς τὴν β̄ οὕτως ἡ ζ̄ πρὸς τὴν δ̄· ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ἡ β̄ πρὸς τὴν ε̄ οὕτως ἡ δ̄ πρὸς τὴν ζ̄· ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ἡ ε̄ πρὸς τὴν β̄ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ε̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς α̅β̄· καὶ ὡς ἄρα ἡ ζ̄ πρὸς τὴν δ̄ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ε̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς α̅β̄· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ε̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ̄ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς α̅β̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δ̄· ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ἔσται· καὶ αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

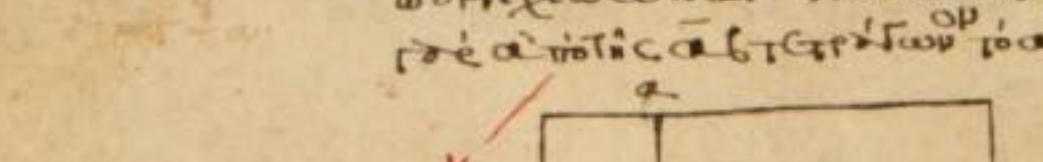
15′ ϛ̄ Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα ὦσι τινὶ μεγέθει, καὶ τὸ ὅλον τινὶ αὐτῶν σύμμετρον ἔσται· καὶ τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμμετρον ἔσται· ἐὰν δὲ τὸ ὅλον τινὶ αὐτῶν σύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσται· συγκείσθω γὰρ δύο μεγέθη τὰ α̅β̄ γ̄· λέγω ὅτι καὶ ὅλον τὸ α̅γ̄ ἑκατέρῳ τῶν α̅β̄ γ̄ σύμμετρόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ σύμμετρά ἐστι τὰ α̅β̄ γ̄ μεγέθη, μετρήσει τι αὐτὰ μέγεθος· μετρείτω καὶ ἔστω τὸ δ̄· ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ α̅β̄ ἴσαι τῷ δ̄· ὅσαι δὲ μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ α̅β̄ ἴσαι τῷ δ̄· ὅσαι δὲ μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ γ̄ ἴσαι τῷ ε̄· ἐπεὶ οὖν ἡ δ̄ τὸ α̅β̄ μετρεῖ· καὶ ὁ τὸν δ̄ μετρῶν τὸν α̅β̄ μετρήσει καὶ τὸν α̅· ἀλλὰ καὶ τὸν γ̄· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν τὸν α̅β̄ μετρήσει καὶ τὸν α̅γ̄· ὁ δὲ τὸν α̅γ̄ καὶ τὸν γ̄ μετρῶν καὶ τὸν ὅλον τὸν α̅β̄ μετρήσει· ἀλλὰ καὶ τὸν α̅β̄· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν α̅β̄ καὶ τὸν γ̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν ὅλον τὸν α̅γ̄ μετρήσει· ὁ δὲ τὸν α̅γ̄ καὶ τὸν γ̄ μετρῶν καὶ τὸν α̅β̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν α̅β̄ μετρήσει· τὸν δὲ α̅β̄ καὶ τὸν γ̄ μετρῶν καὶ τὸν ὅλον τὸν α̅γ̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν α̅γ̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν α̅β̄ καὶ τὸν γ̄· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν ὅλον τὸν α̅γ̄· ἐὰν δὲ τὸν ὅλον τὸν α̅γ̄ μετρῇ τις καὶ τὸν γ̄ μετρήσει καὶ τὸν α̅β̄· ὁ δὲ τὸν α̅β̄ καὶ τὸν γ̄ μετρῶν καὶ τὰ α̅, β̄ μετρήσει· ὁ δὲ τὰ α̅, β̄ μετρῶν καὶ τὸν γ̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν γ̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὰ α̅, β̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν ὅλον τὸν α̅γ̄· ἐὰν δὲ τὸν ὅλον τὸν α̅γ̄ καὶ τὸν γ̄ μετρῇ τις καὶ τὸν α̅β̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν α̅β̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὰ α̅, β̄ μετρήσει· καὶ ὁ τὸν δ̄ ἄρα μετρῶν καὶ τὸν γ̄

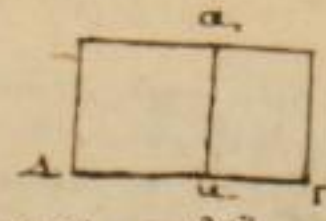

Δ
α
γ
β



εἰσὶ τράπεζαι. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ΒΓ τοῦ ΑΒ, λελάσθω τῷ ΒΓ ἴσον τὸ ΑΕ· καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΕ τοῦ ΒΓ, τὸ δὲ ΑΕ τοῦ ΕΒ ἐστὶ διπλάσιον, καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον, τῷ δὲ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΖ, καὶ τὸ ΔΖ ἄρα τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΔΖ τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον, τὸ δὲ ΔΖ τοῦ ΔΗ ἐστὶ διπλάσιον, καὶ τὸ ΔΗ ἄρα τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ΔΗ τοῦ ΔΗ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΔΗ τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ΔΗ τοῦ ΔΗ, τὸ δὲ ΔΗ τοῦ ΔΗ ἐστὶ διπλάσιον, καὶ τὸ ΔΗ ἄρα τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΔΗ τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον, τῷ δὲ ΔΗ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΗ, καὶ τὸ ΔΗ ἄρα τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΔΗ τοῦ ΒΓ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον, τὸ δὲ ΔΗ


β
ε
ι
α
γ
α

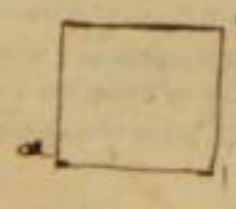

α
Κ
Δ
Β
Γ



Καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει καὶ ἡ ὅλη ἄρα ἡ
ΑΕ τῇ ΕΒ σύμμετρός ἐστιν μήκει καὶ ἡ ΑΕ ἄρα τῇ ΕΓ σύμμετρός
ἐστιν μήκει καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΕΓ. ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ· ἴσον γὰρ ἐστὶ τὸ
ὑπὸ τῶν ΑΒΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ· ἐπὶ γὰρ τῆς ΑΓ ἐστὶν ἡ ΕΒ τομή·
σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ· καὶ
ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ μήκει καὶ ἡ ΑΓ ἄρα ἑκατέρᾳ
τῶν ΑΕ ΕΓ σύμμετρός ἐστιν μήκει· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΑΕ ΕΓ
ῥητή· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕ ΕΓ ἐστὶν ἡ ΑΓ ἄρα ἐστὶν ἀπότομος·
ἐὰν δὲ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς πρώτης ἀποτομῆς
παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων κατὰ τὰ αὐτὰ τῇ ἀποτομῇ προσαρμόζουσα,
ἡ παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ δυνάμενον τὸ χωρίον ἀλογός
ἐστιν ἡ καλουμένη ἀποτομή· ἡ ΑΓ ἄρα ἀποτομή ἐστιν· ἡ ΑΓ ἄρα
ἀποτομὴ ἐστὶν ἡ δυνάμενον τὸ χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ῥητῆς καὶ
τῆς πρώτης ἀποτομῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων κατὰ τὰ αὐτὰ τῇ
ἀποτομῇ προσαρμόζουσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

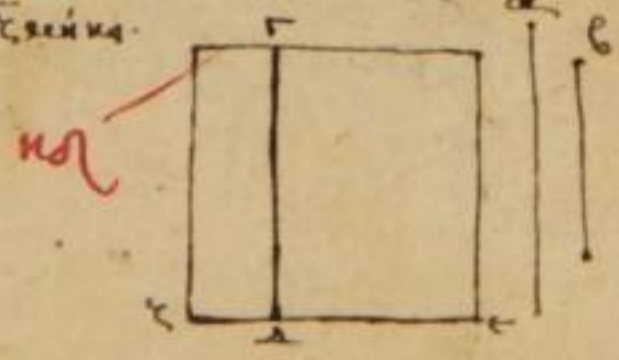
ΛΗΜΜΑ Β΄.

Καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει καὶ ἡ ὅλη ἄρα ἡ
ΑΕ τῇ ΕΒ σύμμετρός ἐστιν μήκει καὶ ἡ ΑΕ ἄρα τῇ ΕΓ σύμμετρός
ἐστιν μήκει καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΕΓ. ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ· ἴσον γὰρ ἐστὶ τὸ
ὑπὸ τῶν ΑΒΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ· ἐπὶ γὰρ τῆς ΑΓ ἐστὶν ἡ ΕΒ τομή·
σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ· καὶ
ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ μήκει καὶ ἡ ΑΓ ἄρα ἑκατέρᾳ
τῶν ΑΕ ΕΓ σύμμετρός ἐστιν μήκει· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΑΕ ΕΓ
ῥητή· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕ ΕΓ ἐστὶν ἡ ΑΓ ἄρα ἐστὶν ἀπότομος·
ἐὰν δὲ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς πρώτης ἀποτομῆς
παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων κατὰ τὰ αὐτὰ τῇ ἀποτομῇ προσαρμόζουσα,
ἡ παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ δυνάμενον τὸ χωρίον ἀλογός
ἐστιν ἡ καλουμένη ἀποτομή· ἡ ΑΓ ἄρα ἀποτομή ἐστιν· ἡ ΑΓ ἄρα
ἀποτομὴ ἐστὶν ἡ δυνάμενον τὸ χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ῥητῆς καὶ
τῆς πρώτης ἀποτομῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων κατὰ τὰ αὐτὰ τῇ
ἀποτομῇ προσαρμόζουσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



α ποτων καὶ ὑπὸ ΑΒ μετὰ δύο ἐντὸς τῶν ΑΒ ἀνάλογον
κα καὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΒ καὶ τῶν δοθεισῶν μετὰ δύο πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒ καὶ τῶν δοθεισῶν μετὰ δύο

α
β
γ
δ
η
ε
ϛ

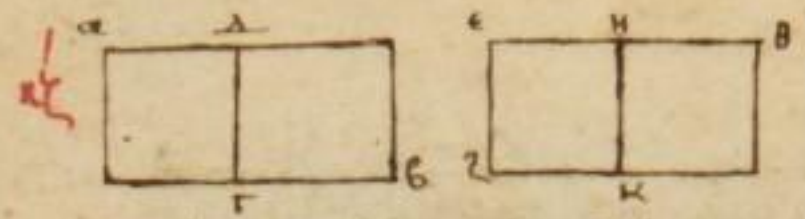

γ
α
β
δ
ε
ϛ

ἐστὶ δὲ ἡ ΑΓ τῆς ΓΔ διπλασίων· καὶ ἐὰν οὕτως ᾖ τὰ δοθέντα εὐθύγραμμα ἐν τοῖς ἐπάνω σχήμασιν, δῆλον ὅτι καὶ τὰ ἐπ' αὐτοῖς παραλληλόγραμμα τὰ μὲν ὅμοια ἔσται τοῖς ἐπάνω, τὰ δὲ ἐπὶ τῶν ΑΓ, ΓΔ οὐκ ἔσται ὅμοια· ἀλλὰ τὸ μὲν ἐπὶ τῆς ΑΓ ἔσται τετράγωνον, τὸ δὲ ἐπὶ τῆς ΓΔ ἔσται ἡμιόλιον.

ιε΄ Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν ὅτι τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον παραλληλόγραμμον δυνατόν ἐστι παραβαλεῖν παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἔλλειπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ἄλλῳ τινὶ τῶν δοθέντων παραλληλογράμμων ἐν τοῖς ἐπάνω σχήμασιν· δεῖ δὴ τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ τὸ παραβαλλόμενον ἴσον εἶναι, μὴ μεῖζον γενέσθαι τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ἐκβαλλομένης, καὶ ὁμοίου καὶ ὁμοίως κειμένου τῷ παραλληλογράμμῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ἐκβαλλομένης. ἔστω δὴ τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ τὸ παραβαλλόμενον ἴσον εἶναι, τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα, παρὰ τὴν δεῖ παραβαλεῖν παραλληλόγραμμον ἔλλειπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ ΕΖ, ἡ ΑΒ· καὶ ἔστω τὸ μὲν ΑΒΓΔ μὴ μεῖζον τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΑΒ καὶ ὁμοίου καὶ ὁμοίως κειμένου τῷ ΕΖ· ἔστω δὴ τὸ ΑΗΘΔ. ἡ ἄρα ΑΗ τῆς ΗΒ ἐστὶ διπλασίων· κατεσκευάσθω οὖν καὶ τῷ ΑΗΘΔ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον παραλληλόγραμμον τὸ ΚΛΜΝ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΗΒ τὸ ΗΒΞΟ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΚΟ· καὶ διὰ τοῦ Θ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΠ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΘ· καὶ ἐπεὶ ἐπὶ εὐθείας ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΗΒ, ἡ δὲ ΑΗ τῆς ΗΒ ἐστὶ διπλασίων, ἐπίπεδον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘ τοῦ ΘΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΘ τοῦ ΘΟ ἐστὶ διπλάσιον· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΘ τῷ ΚΘ, διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘ τοῦ ΘΟ. ἴσον δὲ τὸ ΑΘ τῷ ΔΗ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΗ τοῦ ΘΟ. ἴσον δὲ τὸ ΔΗ τῷ ΒΓ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΓ τοῦ ΘΟ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΒΓ τοῦ ΘΟ διπλάσιον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΓ τῷ ΘΟ. ἴσον δὲ τὸ ΒΓ τῷ ΒΞ· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΞ τῷ ΘΟ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΘΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΟΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΒ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ μὲν ΟΒ ἐστὶ τὸ ΚΟ· τὸ δὲ ΘΒ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ΠΒ· τὸ ἄρα ΚΟ ἴσον ἐστὶ τῷ ΠΒ. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΘ τῷ ΚΘ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΘΟ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΗ ἴσον ἐστὶ τοῖς ΚΘ, ΘΟ. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΗ τὸ ΑΜ ἐστίν· τὰ δὲ ΚΘ, ΘΟ τὸ ΚΟ ἐστίν· τὸ ἄρα ΑΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΟ. ἀλλὰ τὸ ΚΟ ἴσον ἐδείχθη τῷ ΠΒ· καὶ τὸ ΑΜ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ΠΒ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΞ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς ΑΞ, ΠΒ. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΞ τὸ ΑΝ ἐστίν· τὰ δὲ ΑΞ, ΠΒ τὸ ΑΝ ἐστίν· τὸ ἄρα ΑΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒ. ἀλλὰ τὸ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ· καὶ τὸ ΑΝ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ. ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΜ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΜΞΟ λοιπῷ τῷ ΚΛΜΝ ἴσον ἐστίν.

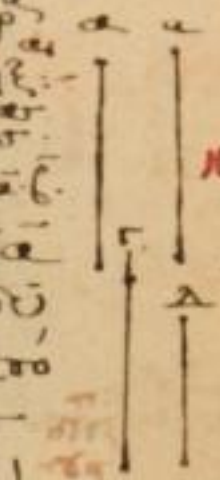
ιε΄

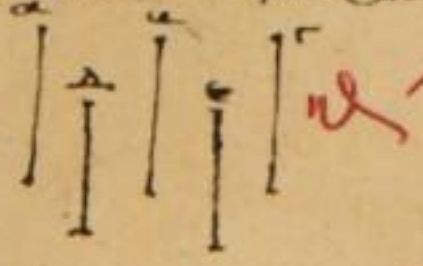
Ἐὰν ὁποσωνοῦν εὐθειῶν ἀπειρεσίων συγκειμένων πρὸς ὀρθὰς γωνίας, ἡ τοιοῦτον, ἢ μεῖζον ἀπ' ἀλλήλων. Ὑποκείσθω εὐθεῖα ἡ ΑΒ ἀπειρεσίων συγκειμένων ἀπὸ τοῦ Α Β σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας τὰς ΑΓ. λέγω ὅτι ἡ ΑΓ ἢ περιέξουσίν ἐστιν, ἢ μεῖζον ἀναλογεῖ φθ
ἐφεξῆς πολλωνασ Β Γ τετραγώνων τὰς ΑΔ. ΒΕ. μεῖζον δὲ ἐστὶ τὸ τν
τοῦ ΑΔ. Καὶ ἐκκείσθω ἐφ' ἑνὸς τῶν ΑΒ. ΒΓ. ἴσον τὸ ΑΖΗΘ πα-
ραλληλόγραμμον. ἐφ' ἑτέρου δὲ τῶν ΑΒ. ΒΓ. ἴσον τὸ ΑΚΛΜ παρα-
λληλόγραμμον. καὶ ἐπεὶ ἀπειρεσίων συγκειμένων ἀπὸ τοῦ Α Β σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας τὰς ΑΓ. ὁμ
ἐφεξῆς πολλωνασ Β Γ τετραγώνων τὰς ΑΔ. ΒΕ. μεῖζον δὲ ἐστὶ τὸ ΑΔ τοῦ ΑΓ. καὶ ἐκκείσθω ἐφ' ἑνὸς τῶν ΑΒ. ΒΓ. ἴσον τὸ ΑΖΗΘ παραλληλόγραμμον. ἐφ' ἑτέρου δὲ τῶν ΑΒ. ΒΓ. ἴσον τὸ ΑΚΛΜ παραλ

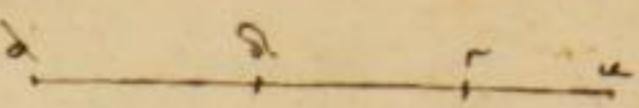


κε

ἴσον μὲν οὖν οὐχ ὑπάρξει ἐντὸς ἀτόμου οὖσα μέρος ἑκάτερον τῶν ΑΒ μείζων οὖσα τῶν ΑΓ ὑπερέξει ἐντὸς τῶν ΑΒ. καὶ ἔστω ΚΗ καὶ διῃρήσθω ἐν τοῖς ΚΗ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΖΘ τῷ ΑΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΘ ὅλῳ τῷ ΔΒ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΖΘ τῷ ΔΒ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΔΒ ἄρα τῷ ΑΒ ἐστὶν ἴσον· τὸ ΑΒ ἄρα τοῦ ΔΒ μεῖζόν ἐστιν. ἀλλὰ τὸ ΑΒ τοῦ ΑΓ ἐστὶ μεῖζον· καὶ τὸ ΔΒ ἄρα τοῦ ΑΓ ἐστὶ μεῖζον· τὸ ΑΓ ἄρα τοῦ ΔΒ ἐστὶν ἔλασσον· ἐντὸς ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΑΒ τοῦ ΔΒ ἐλάσσονι ἢ ἡμίσει· ὑπερέξει ἄρα ἐντὸς τῶν ΑΒ τοῦ ΔΒ ἐλάσσονι ἢ ἡμίσει. ἔστω οὖν ὑπερέχον τὸ ΚΗ· καὶ διῃρήσθω τὰ ΚΗ, ΑΒ δίχα μὲν κατὰ τὰ Θ, Ν, ἀνὰ μέσου δὲ τὰ Ο, Π· καὶ ἀπὸ τῶν Ο, Π τοῖς ΚΗ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΟΡ, ΠΣ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΡ, ΡΗ, ΑΣ, ΣΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΖΘ τῷ ΑΓ, ὧν τὸ ΔΒ τῷ ΔΒ ἐστὶν ἴσον, λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ λοιπῷ τῷ ΖΘ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ διπλασία ἐστὶν ἡ ΚΘ τῆς ΘΟ, ἴση δὲ ἡ μὲν ΚΘ τῇ ΗΝ, ἡ δὲ ΘΟ τῇ ΝΠ, διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΝ τῆς ΝΠ· καὶ ἡ ΗΡ ἄρα τῆς ΡΠ διπλασία ἐστίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΡ τῇ ΡΠ· καὶ ἡ ΚΡ ἄρα τῇ ΡΟ ἐστὶν ἴση· ἐντὸς ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΚΡ, ΡΟ τῆς ΖΘ ἐλάσσονι ἢ ἡμίσει· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΖΘ τῷ ΑΒ, ὧν τὸ ΖΘ τῷ ΚΟ ἐστὶν ἴσον, λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ λοιπῷ τῷ ΚΟ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ διπλασία ἐστὶν ἡ ΑΝ τῆς ΝΟ, ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΝ τῇ ΗΝ, ἡ δὲ ΝΟ τῇ ΝΠ, διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΝ τῆς ΝΠ· καὶ ἡ ΗΣ ἄρα τῆς ΣΠ διπλασία ἐστίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΣ τῇ ΣΠ· καὶ ἡ ΑΣ ἄρα τῇ ΣΟ ἐστὶν ἴση· ἐντὸς ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΑΣ, Σ


α
α
γ
δ

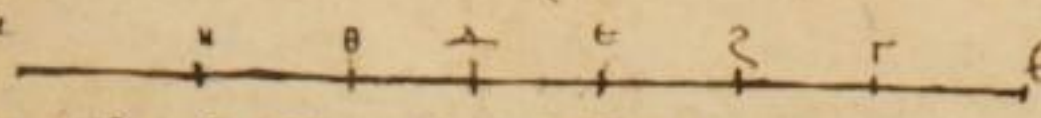

α
α
γ
δ



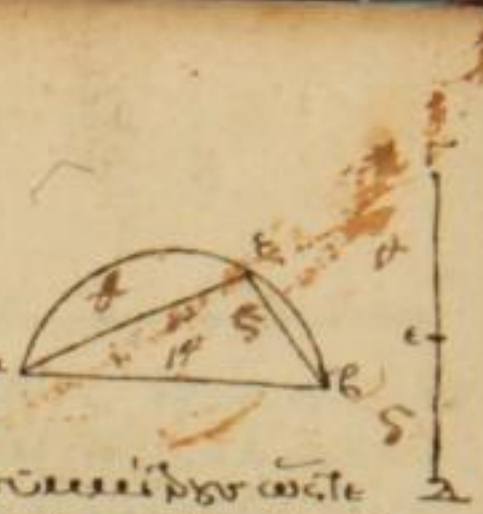
Διὰ μέσου δὲ τοῦ ὑποτεινούσης εὐθεῖα κάθετος ἤχθω ἡ
ΔΕ· λέγω ὅτι παρὰ τὴν ΑΒΓΔ πλευρὰν καὶ τὸ ὑπὸ
ΑΔΕ παραλληλόγραμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ.
ἐπεὶ γὰρ δύο τρίγωνα ἐστὶν ἴσα τὰ ΑΒΔ, ΔΓΕ, ἐπειδήπερ
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΔΕ ἴση· καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἴση· καὶ βάσις
ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΓΕ ἴση ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΔ τριγώνου τῷ
ΔΓΕ τριγώνῳ· καὶ λοιπὴ ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΒ λοιπῇ τῇ
ὑπὸ ΔΕΓ ἴση ἐστίν· ὥστε ἡ ὑπὸ ΔΕΓ γωνία ἐστὶν ὀρθή·
καὶ φανερόν ἐστιν ἐκ τῶν δεδειγμένων, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ
ΑΔΕ παραλληλόγραμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὥστε
τὸ ὑπὸ ΑΔΕ παραλληλόγραμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς δύο τμήματα, τὸ ὑπὸ τῆς
ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν εἰρημένων τμημάτων περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τε-
τραγώνῳ. ἔστω γὰρ εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω
τυχὸν κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ.
ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΓΔΕΒ, καὶ
διήχθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΒΗ· καὶ
ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΗΘΒ, καὶ
διήχθω ἡ ΗΘ ἐπὶ τὸ Κ· καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ,
ΒΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΚΓ.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΗ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΒΔ, ἴση
ἄρα καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΗΔ· ἀλλὰ ἡ ΑΓ τῇ ΔΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ
ΗΔ ἄρα τῇ ΔΚ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΓ· ὅλη
ἄρα ἡ ΗΓ ὅλῃ τῇ ΚΓΔ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ μὲν ΗΓ τῷ ΖΒ
ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΔ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν· ἡ δὲ ΚΓΔ τῷ
ΑΒΔ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ ἴση ἐστίν· καὶ ἡ ΖΔ
ἄρα τῇ ΑΒΔ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΓΔ· ὅλη ἄρα
ἡ ΖΓ ὅλῃ τῇ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΖΓ τὸ ΖΒ ἐστὶ καὶ
τὸ ΗΓ· καὶ τὸ ΗΓ ἄρα τῷ ΑΒΓ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ ΗΓ
ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· ἐπεὶ
ἡ ΒΗ τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχο-
μένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· κοινὸν
προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τε-
τράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ καὶ τῷ ὑπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς
ΑΓ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ΑΚΘΓ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΑΚ ἐστὶν
ἴση· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ΓΔΕΒ· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ΓΔΕΒ, ΑΚΘΓ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς δύο τμήματα, τὸ ὑπὸ τῆς
ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν εἰρημένων τμημάτων περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τε-
τραγώνῳ. ἔστω γὰρ εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω
τυχὸν κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ.
ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΓΔΕΒ, καὶ
διήχθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΒΗ· καὶ
ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΗΘΒ, καὶ
διήχθω ἡ ΗΘ ἐπὶ τὸ Κ· καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ,
ΒΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΚΓ.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΗ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΒΔ, ἴση
ἄρα καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΗΔ· ἀλλὰ ἡ ΑΓ τῇ ΔΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ
ΗΔ ἄρα τῇ ΔΚ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΓ· ὅλη
ἄρα ἡ ΗΓ ὅλῃ τῇ ΚΓΔ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ μὲν ΗΓ τῷ ΖΒ
ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΔ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν· ἡ δὲ ΚΓΔ τῷ
ΑΒΔ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ ἴση ἐστίν· καὶ ἡ ΖΔ
ἄρα τῇ ΑΒΔ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΓΔ· ὅλη ἄρα
ἡ ΖΓ ὅλῃ τῇ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΖΓ τὸ ΖΒ ἐστὶ καὶ
τὸ ΗΓ· καὶ τὸ ΗΓ ἄρα τῷ ΑΒΓ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ ΗΓ
ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· ἐπεὶ
ἡ ΒΗ τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχο-
μένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· κοινὸν
προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τε-
τράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ καὶ τῷ ὑπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς
ΑΓ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ΑΚΘΓ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΑΚ ἐστὶν
ἴση· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ΓΔΕΒ· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ΓΔΕΒ, ΑΚΘΓ.



ὑποτ(είνουσα) β γ. μείζ(ων) τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ. ἐστω δὴ ὧν τμ
ὅλη ἡ ὑπ(ὸ) α β γ μείζ(ων) τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ, ἴσος τῷ ἀπ(ὸ) τοῦ β γ. ἡ
ἐστω δίπλασίων ὑπ(ὸ) τῶν α β μονάδος. ἐπ(ὶ) ὧν ὅλος ὁ α γ
ὅλου τοῦ α λ ἐστὶ δίπλασίων ὧν ὁ α κ τοῦ δ ε ἐστὶ δίπλασι(ων),
καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ κ λ λοιποῦ τοῦ δ ε ἐστὶ δίπλασίων. διχ(ῶς)
ἄρα τὸ μείζ(ον) τμῆμα ὁ κ ε, ἴσος ὁ ἄρα ε κ τῇ β γ μείζονι τοῦ ἀπ(ὸ)
τοῦ γ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπ(ὸ) τῆς β γ τετραγώνῳ. λλα(βὼν) καὶ ὑπ(ὸ) ε κ β γ
μείζ(ων) τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ. ἴσος ἐπ(ὶ) πλ(έον) ἐστὶ τοῖς ἀπ(ὸ) τῶν β γ τετραγ(ώνοις).
ὅλη ἄρα ἡ ὑπ(ὸ) α β γ μείζ(ων) τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ. ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπ(ὸ) τῶν
λε. β γ μείζ(ονι) τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ. Καὶ κοινοῦ ἀφῃρ(ημένου) τοῦ
ἀπ(ὸ) τοῦ γ. ἐπ(ὶ) ὧν ὅλος ὁ α γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπ(ὸ) τῆς β γ. ὁ ἄρα
ἐντὸς β γ μείζ(ονι) τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπ(ὸ) τῆς ἐκτὸς
λπὸ ἴσου διὰ πλευσίου κείσθω ὅθ(εν) ὁμοίως
πάλιν δίπλευσίος ὁ θ γ τοῦ γ. ὡς ἐπὶ τοῦ β γ. διχ(ῶς) καὶ
κατὰ τὸ καὶ διὰ τοῦ ἑνὸς τὸ θ γ. μείζ(ων) ἄρα ὁ θ λ τοῦ λγ. ἴσον
γὰρ ἐστὶ τῷ ἀπ(ὸ) τοῦ γ. ὑποκείσθω δὲ καὶ ὁ κ γ μείζ(ων) τοῦ ἀπ(ὸ)
τοῦ γ. ἴσος ἄρα ὁ θ γ τῷ ἀπ(ὸ) τοῦ γ. ὡς ἐν ἄρα ὅ
ἐντὸς β γ μείζ(ονι) τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπ(ὸ) τῆς ἐκτὸς
λπὸ ἴσου διὰ πλευσίου. ὁ ἄρα ε κ τῇ β γ μείζονι τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ
ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπ(ὸ) τῆς β γ τετραγ(ώνῳ). λλα(βὼν) καὶ ὑπ(ὸ) ε κ β γ μείζ(ων)
τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ. ἴσος ἐπ(ὶ) πλ(έον) ἐστὶ τοῖς ἀπ(ὸ) τῶν β γ τετραγ(ώνοις).
ὅλη ἄρα ἡ ὑπ(ὸ) α β γ μείζ(ων) τοῦ ἀπ(ὸ) τοῦ γ. ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπ(ὸ) τῶν

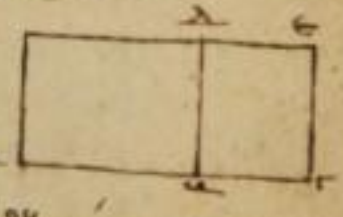


ὁμοίως τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΕ τετράγωνα τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ τετραγώνου.

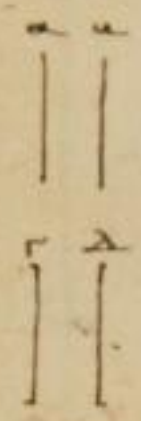
Ὑπὸ δύο εὐθειῶν διωρισμένων οὐκ ἔστι μέσον ἀνάλογον λαβεῖν. εἰ γὰρ ἔστι τὸ Ζ, ἔστω ὡς μὲν ἡ Α πρὸς τὴν Ζ οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὴν Β, ὡς δὲ ἡ Α πρὸς τὴν Ζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον. καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον οὕτως ἐστὶν ἡ Α πρὸς τὴν Β διπλασίων γὰρ ὁ λόγος ἐστὶν ἐν ἀναλογίᾳ ὑπαρχουσῶν τριῶν εὐθειῶν· ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον. ἴση ἄρα ἡ Α τῇ ἀπὸ τῆς Α τετραγώνου. ἀλλὰ καὶ ἡ Α τῇ Γ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ Γ ἄρα τῇ ἀπὸ τῆς Α τετραγώνου ἐστὶν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Ζ οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὴν Β, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν δευτέραν· ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν Ζ. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν Ζ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τῷ ἀπὸ τῆς Ζ καὶ τῇ Β· ἡ Α ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Ζ καὶ τὴν Β ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς Ζ. ἐπεὶ οὖν ἡ Α τὸ ἀπὸ τῆς Ζ καὶ τὴν Β ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς Ζ, ἡ δὲ Γ τὸ ἀπὸ τῆς Ζ καὶ τὴν Β ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς Ζ, ἡ Α ἄρα τῇ Γ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς Γ τετραγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Γ τετράγωνον. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ τετράγωνον. ὁμοίως τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΕ τετράγωνα τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ τετραγώνου.

Ὑπὸ δύο εὐθειῶν διωρισμένων οὐκ ἔστι μέσον ἀνάλογον λαβεῖν. εἰ γὰρ ἔστι τὸ Ζ, ἔστω ὡς μὲν ἡ Α πρὸς τὴν Ζ οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὴν Β, ὡς δὲ ἡ Α πρὸς τὴν Ζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον. καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον οὕτως ἐστὶν ἡ Α πρὸς τὴν Β διπλασίων γὰρ ὁ λόγος ἐστὶν ἐν ἀναλογίᾳ ὑπαρχουσῶν τριῶν εὐθειῶν· ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον. ἴση ἄρα ἡ Α τῇ ἀπὸ τῆς Α τετραγώνου. ἀλλὰ καὶ ἡ Α τῇ Γ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ Γ ἄρα τῇ ἀπὸ τῆς Α τετραγώνου ἐστὶν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Ζ οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὴν Β, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν δευτέραν· ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν Ζ. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ τετράγωνον· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ζ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν Ζ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τῷ ἀπὸ τῆς Ζ καὶ τῇ Β· ἡ Α ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Ζ καὶ τὴν Β ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς Ζ. ἐπεὶ οὖν ἡ Α τὸ ἀπὸ τῆς Ζ καὶ τὴν Β ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς Ζ, ἡ δὲ Γ τὸ ἀπὸ τῆς Ζ καὶ τὴν Β ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς Ζ, ἡ Α ἄρα τῇ Γ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς Γ τετραγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Γ τετράγωνον. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ τετράγωνον. ὁμοίως τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΕ τετράγωνα τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ τετραγώνου.

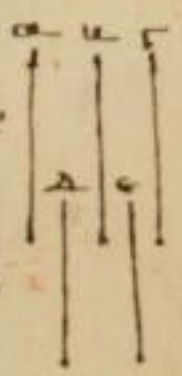
μείζονα τράγωνον. καὶ γεγράφθω ὡς
ἐπὶ τοῦ ε ἡμικύκλιον τὸ ζηε. καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ηε πρὸς τὴν
εθ οὕτως ἡ θα πρὸς ἄλλην τινά· ἔστω δὴ ἡ θα πρὸς τὴν αι. ἔτι
ἐπεζεύχθω ἡ ζι καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ κ, καὶ διὰ τοῦ η τῇ
ζκ παράλληλος ἤχθω ἡ ηλ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κλ. ἐπεὶ οὖν
ἐστιν ὡς ἡ ηε πρὸς τὴν εθ οὕτως ἡ θα πρὸς τὴν αι, ἀλλ' ὡς μὲν
ἡ ηε πρὸς τὴν εθ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ, ὡς
δὲ ἡ θα πρὸς τὴν αι οὕτως τὸ ζηε ἡμικύκλιον πρὸς τὸ ἐπὶ τῆς
εζ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἡμικύκλιον, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ
τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ οὕτως τὸ ζηε ἡμικύκλιον πρὸς τὸ
ἐπὶ τῆς εζ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἡμικύκλιον. ἀλλ' ὡς τὸ
ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ οὕτως ἐστὶν ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ·
καὶ ὡς ἄρα ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως τὸ ζηε ἡμικύκλιον πρὸς τὸ
ἐπὶ τῆς εζ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἡμικύκλιον. πάλιν ἐπεὶ
ἐστιν ὡς ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως τὸ ζηε ἡμικύκλιον πρὸς τὸ
ἐπὶ τῆς εζ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἡμικύκλιον, ἀλλ' ὡς μὲν
ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θκ,
ὡς δὲ τὸ ζηε ἡμικύκλιον πρὸς τὸ ἐπὶ τῆς εζ ὅμοιον καὶ ὁμοίως
κείμενον ἡμικύκλιον οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
εζ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θκ. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς εζ οὕτως ἐστὶν ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ηθ πρὸς
τὴν θζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θκ. ὅμοιον ἄρα
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ηθ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς θκ τετραγώνῳ· ἴση
ἄρα ἡ ηθ τῇ θκ. ἀλλὰ καὶ ἡ ηθ τῇ λκ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ θκ ἄρα
τῇ κλ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ηλ τῇ θκ ἐστιν ἴση· ἰσόπλευρον
ἄρα ἐστὶ τὸ ηθκλ τετράπλευρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον.
ἐπεὶ γὰρ ἡ ηλ τῇ θκ ἐστὶν ἴση καὶ παράλληλος, καὶ ἡ ηθ ἄρα
τῇ λκ ἐστὶν ἴση καὶ παράλληλος. καὶ ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα
τῶν ηθκ, θκλ γωνιῶν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ηθκλ τετράπλευρον.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ ἐπεὶ
ἐστιν ὡς ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως τὸ ζηε ἡμικύκλιον πρὸς τὸ
ἐπὶ τῆς εζ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἡμικύκλιον, ἀλλ' ὡς μὲν
ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θζ,
ὡς δὲ τὸ ζηε ἡμικύκλιον πρὸς τὸ ἐπὶ τῆς εζ ὅμοιον καὶ ὁμοίως
κείμενον ἡμικύκλιον οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
εζ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θζ. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς εζ οὕτως ἐστὶν ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ηθ πρὸς
τὴν θζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θζ. ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ ηθ τῇ θζ. ἀλλὰ καὶ ἡ ηθ τῇ θκ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ θζ ἄρα τῇ
θκ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ηλ τῇ θκ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ηλ ἄρα τῇ
θζ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ λκ τῇ ηθ ἐστιν ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ
ζκ ἑκατέρᾳ τῶν ηλ, λκ ἐστιν ἴση. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ηζκλ
τετράπλευρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ ηλ τῇ
ζκ ἐστὶν ἴση καὶ παράλληλος, καὶ ἡ ηζ ἄρα τῇ λκ ἐστὶν ἴση καὶ
παράλληλος. καὶ ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ηζκ, ζκλ γωνιῶν.
ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ηζκλ τετράπλευρον. ἐδείχθη δὲ καὶ
ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ηθκλ,
ηζκλ γωνιῶν ὀρθή ἐστιν, καὶ ἡ ηκ ἄρα τῶν ζθ, λι γωνιῶν ὀρθή
ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηθ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θζ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως ἐστὶν
ἡ ηκ πρὸς τὴν κζ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θζ
οὕτως ἐστὶ τὸ ηθκλ τετράγωνον πρὸς τὸ ζθκλ τετράγωνον, καὶ
ὡς ἄρα ἡ ηκ πρὸς τὴν κζ οὕτως τὸ ηθκλ τετράγωνον πρὸς τὸ
ζθκλ τετράγωνον. πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ ηκ πρὸς τὴν κζ οὕτως
τὸ ηθκλ τετράγωνον πρὸς τὸ ζθκλ τετράγωνον, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ηκ
πρὸς τὴν κζ οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ηκ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κζ, ὡς
δὲ τὸ ηθκλ τετράγωνον πρὸς τὸ ζθκλ τετράγωνον οὕτως ἐστὶ τὸ
ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ηκ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς κζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ. ἀλλ' ὡς
τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ οὕτως ἐστὶν ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ·
καὶ ὡς ἄρα ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηκ πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς κζ. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ηκ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς
κζ τετραγώνῳ· ἴση ἄρα ἡ ηκ τῇ κζ. ἀλλὰ καὶ ἡ ηκ τῇ λκ ἐστιν
ἴση· καὶ ἡ κζ ἄρα τῇ κλ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ηλ τῇ κζ ἐστιν
ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ηζκλ τετράπλευρον. ἐδείχθη δὲ καὶ
ὀρθογώνιον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ηθκλ·
τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ηθκλ τετράγωνον τῷ ηζκλ τετραγώνῳ
ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ηθ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θζ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ηθ πρὸς τὴν θζ οὕτως ἐστὶ τὸ
ηθκλ τετράγωνον πρὸς τὸ ζθκλ τετράγωνον, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ηθ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς θζ οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
εζ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ηε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εζ οὕτως τὸ ηθκλ
τετράγωνον πρὸς τὸ ζθκλ τετράγωνον. ἴσον δὲ τὸ ηθκλ τετράγωνον
τῷ ηζκλ τετραγώνῳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ηε τῷ ηζκλ
τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα ἐν ἡμικυκλίῳ εὐθεῖά τις ἀπὸ τοῦ διαμέτρου
τέμνῃ τυχόν, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῷ ἀπὸ τῆς
τμήματος τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

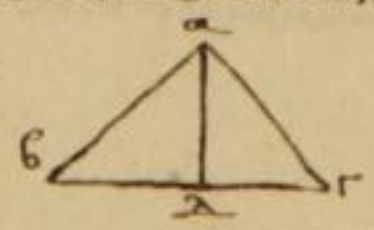


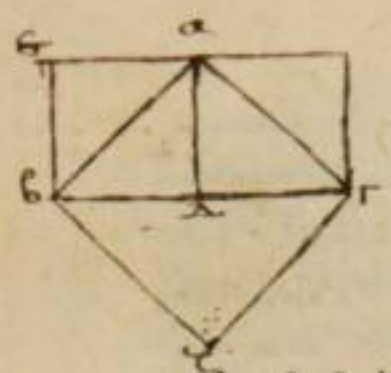
Εὑρεῖν δύο εὐθείας δύο εὐθειῶν ἴσον
ἐπὶ τὸν περιεχόμενον ὀρθογώνιον τὸ δοθὲν
σχῆμα εὐθύγραμμον ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον
ἑνὶ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν. ἔστω δύο μὲν εὐθεῖαι
αἱ αβ, βγ, εὐθύγραμμον δὲ τὸ δοθὲν τὸ δ· δεῖ δὴ
εὑρεῖν δύο εὐθείας δύο εὐθειῶν ἴσον ἐπὶ τὸν περιεχόμενον
ὀρθογώνιον τὸ δοθὲν σχῆμα εὐθύγραμμον ὅμοιον καὶ ὁμοίως
κείμενον ἑνὶ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν. ἐπὶ μὲν οὖν τῆς αβ
συνεστάτω τῷ δ εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον
τὸ αβε· καὶ ἐπὶ τῆς βγ συνεστάτω τῷ αβε ὅμοιον καὶ
ὁμοίως κείμενον τὸ βγζ. καὶ τῇ μὲν ἡ ἐπὶ τῆς αβ ὁμόλογος
ἔστω ἡ βε, τῇ δὲ ἡ ἐπὶ τῆς βγ ὁμόλογος ἔστω ἡ βζ. καὶ
γεγονέτω ὡς μὲν ἡ αβ πρὸς τὴν βε οὕτως ἡ βε πρὸς τὴν βη,
ὡς δὲ ἡ βζ πρὸς τὴν βγ οὕτως ἡ βη πρὸς τὴν βθ. καὶ
συμπεπληρώσθω τὸ ηβθκ παραλληλόγραμμον. λέγω ὅτι
τὸ ηβθκ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι τῷ δ
εὐθυγράμμῳ καὶ ὅμοιον τῷ αβε. ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς ἡ αβ
πρὸς τὴν βε οὕτως ἡ βε πρὸς τὴν βη, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι
ἀνάλογον ὦσιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην οὕτως
τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ
ὁμοίως κείμενον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βη οὕτως τὸ
αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βεη τρίγωνον. καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ
αβ πρὸς τὴν βη οὕτως τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βεη τρίγωνον,
ἀλλ' ὡς μὲν ἡ αβ πρὸς τὴν βη οὕτως ἐστὶ καὶ ἡ βη πρὸς
τὴν βθ, ὡς δὲ τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βεη τρίγωνον οὕτως
ἐστὶ καὶ τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βθη τρίγωνον, καὶ ὡς
ἄρα ἡ βη πρὸς τὴν βθ οὕτως τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βθη
τρίγωνον. πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ βη πρὸς τὴν βθ οὕτως τὸ
αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βθη τρίγωνον, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ βη πρὸς
τὴν βθ οὕτως ἐστὶ καὶ ἡ ηκ πρὸς τὴν κθ, ὡς δὲ τὸ αβε
τρίγωνον πρὸς τὸ βθη τρίγωνον οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ηβθκ
παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ηβθκ παραλληλόγραμμον, καὶ
ὡς ἄρα ἡ ηκ πρὸς τὴν κθ οὕτως τὸ ηβθκ παραλληλόγραμμον
πρὸς τὸ ηβθκ παραλληλόγραμμον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ηβθκ
παραλληλόγραμμον τῷ ηβθκ παραλληλογράμμῳ. ἀλλὰ τὸ
ηβθκ παραλληλόγραμμον τῷ δοθέντι τῷ δ εὐθυγράμμῳ ἐστὶν
ἴσον· καὶ τὸ ηβθκ ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ δοθέντι τῷ δ
εὐθυγράμμῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βη
οὕτως τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βεη τρίγωνον, ἀλλ' ὡς μὲν
ἡ αβ πρὸς τὴν βη οὕτως ἐστὶ καὶ ἡ ηκ πρὸς τὴν κθ, ὡς δὲ
τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βεη τρίγωνον οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ αβε
τρίγωνον πρὸς τὸ βθη τρίγωνον, καὶ ὡς ἄρα ἡ ηκ πρὸς τὴν
κθ οὕτως τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βθη τρίγωνον. πάλιν ἐπεὶ
ἐστιν ὡς ἡ ηκ πρὸς τὴν κθ οὕτως τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ
βθη τρίγωνον, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ηκ πρὸς τὴν κθ οὕτως ἐστὶ καὶ
τὸ ηβθκ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ηβθκ παραλληλόγραμμον,
ὡς δὲ τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βθη τρίγωνον οὕτως ἐστὶ καὶ
τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βεη τρίγωνον, καὶ ὡς ἄρα τὸ ηβθκ
παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ηβθκ παραλληλόγραμμον οὕτως
τὸ αβε τρίγωνον πρὸς τὸ βεη τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ ηβθκ
παραλληλόγραμμον τῷ ηβθκ παραλληλογράμμῳ· ἴσον ἄρα καὶ
τὸ αβε τρίγωνον τῷ βεη τριγώνῳ. καὶ ἐστὶ τὸ βεη τρίγωνον
τοῦ βεζ τριγώνου διπλάσιον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχει
αὐτῷ τὴν βε καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστὶ παραλλήλοις ταῖς βε,
αζ· καὶ τὸ αβε ἄρα τρίγωνον τοῦ βεζ τριγώνου διπλάσιον
ἐστίν. καὶ ἐστὶ τὸ αβε τρίγωνον τῷ ηβθκ παραλληλογράμμῳ
ἴσον· καὶ τὸ ηβθκ ἄρα παραλληλόγραμμον τοῦ βεζ τριγώνου
διπλάσιον ἐστίν. τὸ δὲ τοῦ βεζ τριγώνου διπλάσιον ἐστὶ καὶ
τὸ δοθὲν τῷ δ εὐθυγράμμῳ· καὶ τὸ ηβθκ ἄρα παραλληλόγραμμον
τῷ δοθέντι τῷ δ εὐθυγράμμῳ ἐστὶν ἴσον. τὸ δὲ ηβθκ
παραλληλόγραμμον καὶ ὅμοιον ἐστὶ τῷ αβε· καὶ τὸ ηβθκ ἄρα
παραλληλόγραμμον τῷ δοθέντι τῷ δ εὐθυγράμμῳ ἐστὶν ἴσον
καὶ ὅμοιον τῷ αβε. ἐπὶ τῆς αβ ἄρα τῷ δοθέντι τῷ δ
εὐθυγράμμῳ ἴσον καὶ ὅμοιον παραλληλόγραμμον συνέσταται
τὸ ηβθκ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



ἀπὸ τοῦ ϛ ἐστὶ οὖν ἄρα καὶ τὸ ἐπὸ τῶν ΕΔ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΔ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἀλλὰ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΔ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΔΚ, καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΔΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΚΔ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΔ· ὥστε καὶ ἡ ΕΔ τῇ ΔΚ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΕΔ τῇ ΔΚ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΔΚ τῇ ΗΕ, καὶ ἡ ΗΕ ἄρα τῇ ΕΔ ἐστὶν ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΕ, ΔΚ τῇ ΕΔ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΗΕ τῇ ΕΔ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΔΚ, καὶ ἡ ΔΚ ἄρα τῇ ΗΕ ἐστὶν ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΔΚ, ΗΕ τῇ ΕΔ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΔΚ τῇ ΗΕ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΗΕ


α
Η
Γ
Δ
Ε

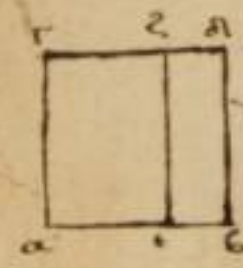

α
β
γ
λ



ὀλοσχελὲς αβγ. καὶ ἀνηκτοις. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἡ
ὑπὸ αδβ τετραγωνον ἄρα τὸ ἀπὸ αβ τετραγωνου
ἐστιν ἄρα τὸ ἀπὸ γβ περιεχον ὑπὸ αβδ. οὕτως καὶ τὸ ἀπὸ
αβ περιεχον ὑπὸ βδα. τὸ ἄρα ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ αβ. λέγω δὴ ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ βδ τετραγωνῳ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ γβ τῷ
ὑπὸ αβδ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ βδ. τὸ ἄρα ὑπὸ
αβγ μετὰ τοῦ ἀπὸ βδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ δγ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ
δγ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ δβ βγ. τὸ ἄρα ὑπὸ αβγ μετὰ τοῦ
ἀπὸ βδ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ δβ βγ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ
ἀπὸ δβ. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ βγ.
ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν. τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης
καὶ μιᾶς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

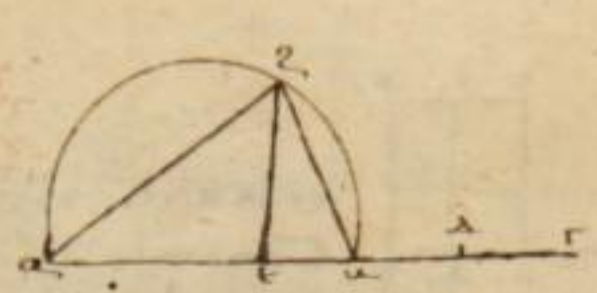
ιη΄ ιθ΄ κ΄ κα΄ κβ΄ κγ΄

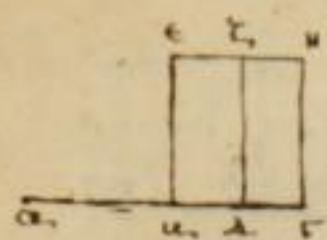
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα. ἴσον ἐστὶ
τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου
τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.



Εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ δ. εἰς δὲ ἄνισα
κατὰ τὸ γ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ αγβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ
τοῦ ἀπὸ δγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ δβ. τὸ γὰρ ἀπὸ δβ ἴσον ἐστὶ τοῖς
ἀπὸ δγ γβ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ δγ. τὸ ἄρα ἀπὸ δβ μετὰ
τοῦ ἀπὸ δγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ δγ καὶ τοῖς ἀπὸ γβ δγ. ἀλλὰ τοῖς
μὲν ἀπὸ δγ γβ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
καὶ γὰρ ἡ αδ τῇ δβ ἐστὶν ἴση. τῷ δὲ ἀπὸ δγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ
εδ. τὸ ἄρα ὑπὸ αγβ μετὰ τοῦ ἀπὸ δγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εδ.
κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ δγ. τὸ ἄρα ὑπὸ αγβ μετὰ τοῦ
δὶς ἀπὸ δγ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ εδ δγ. ἀλλὰ τοῖς ἀπὸ εδ δγ ἴσον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ εγ. τὸ ἄρα ὑπὸ αγβ μετὰ τοῦ δὶς ἀπὸ δγ ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ. ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ αγβ μετὰ τοῦ ἀπὸ δγ ἴσον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ αβ γ πλευρᾶς τὸ ὑπὸ αγβ καὶ τὸ ἀπὸ δγ. τῷ δὲ
ἀπὸ εγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ αε. τὸ ἄρα ἀπὸ αβ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αε.
ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα. τὸ ὑπὸ τῆς
ὅλης καὶ τοῦ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ
τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα καὶ αὐτῇ προστεθῇ εὐθεῖα τις
εὐθεῖα. τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης
περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς
προσκειμένης τετραγώνῳ.

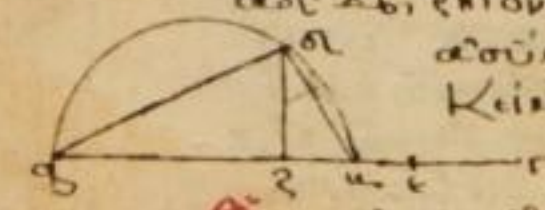

α
ε
ζ
λ
γ



παραλληλόγραμμος τετράπλευρον ἐστὶν ἐν ᾧ αἱ καθ' ἑκάστην τῶν πλευρῶν ἀπεναντίον ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

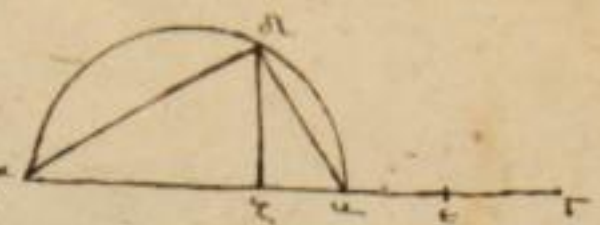
Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ αβγδ· λέγω ὅτι τοῦ αβγδ παραλληλογράμμου ἑκάστη τῶν πλευρῶν ἀπεναντίον ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ βδ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς αβ, γδ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ βδ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ αβδ, βδγ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· πάλιν ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς βγ, αδ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ βδ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ αδβ, βδγ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ αβδ, βγδ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα ταῖς ὑπ' αὐτὰ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν βδ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῇ γδ, ἡ δὲ βγ τῇ αδ, καὶ ἔτι ἡ ὑπὸ αβδ γωνία τῇ ὑπὸ βδγ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ αβδ γωνία τῇ ὑπὸ βδγ, καὶ ἐστὶν ἡ μὲν βδ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἡ αὐτὴ τῶν αβ, γδ, αἱ δὲ ἐναλλὰξ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἴση· καὶ ἔτι ἡ βγ τῇ αδ· τοῦ ἄρα αβγδ παραλληλογράμμου ἑκάστη τῶν πλευρῶν ἀπεναντίον ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν.



Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ αβγδ· λέγω ὅτι τοῦ αβγδ παραλληλογράμμου αἱ καθ' ἑκάστην τῶν πλευρῶν ἀπεναντίον ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

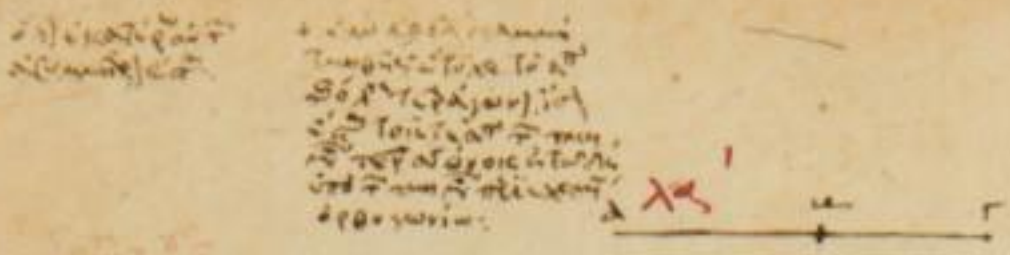
Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ αβγδ· λέγω ὅτι τοῦ αβγδ παραλληλογράμμου ἑκάστη τῶν πλευρῶν ἀπεναντίον ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν.



Καὶ τὸ ὑπὸ ταῖς τεσσάρων μέσον καὶ ἐλάχιστον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς συναμφοτέρου τὰ πάντα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐξ ἀρχῆς δυνάμενον συναμφοτέρου· ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒ τριπλασία οὖσα τῆς ΒΓ, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΔΒ διπλασία· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐξ ἀρχῆς δυναμένου συναμφοτέρου. Καὶ ἐπεὶ διπλασία ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΔΒ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ. καὶ ἐπεὶ τριπλασία ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ. ἀλλὰ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐξ ἀρχῆς δυναμένου συναμφοτέρου· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΔΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ. ἀλλὰ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ ἴσα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ διὰ τὸ τριπλασίαν εἶναι τὴν ΑΒ τῆς ΒΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ. ἀλλὰ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ καὶ ἔτι τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ καὶ ἔτι τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ καὶ ἔτι τοῖς ἀπὸ τῶν ΔΒ, ΒΓ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΒ, ΒΓ καὶ ἔτι τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΑΒ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΒ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐξ ἀρχῆς δυναμένου συναμφοτέρου.

Καὶ τὸ ὑπὸ ταῖς τεσσάρων μέσον καὶ ἐλάχιστον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς συναμφοτέρου τὰ πάντα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐξ ἀρχῆς δυναμένου συναμφοτέρου· ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒ τριπλασία οὖσα τῆς ΒΓ, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΔΒ διπλασία· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐξ ἀρχῆς δυναμένου συναμφοτέρου. Καὶ ἐπεὶ διπλασία ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΔΒ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ. καὶ ἐπεὶ τριπλασία ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ. ἀλλὰ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐξ ἀρχῆς δυναμένου συναμφοτέρου· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΔΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ. ἀλλὰ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ ἴσα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ διὰ τὸ τριπλασίαν εἶναι τὴν ΑΒ τῆς ΒΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΒΓ. ἀλλὰ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ καὶ ἔτι τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ καὶ ἔτι τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ καὶ ἔτι τοῖς ἀπὸ τῶν ΔΒ, ΒΓ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΒ, ΒΓ καὶ ἔτι τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΑΒ ἴσα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΒ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐξ ἀρχῆς δυναμένου συναμφοτέρου.

α λ ε γ



τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ, ἀσυμμέτρου οὔσης τῇ ΑΒ καὶ
ἐκτὸς αὐτὰ πίπτούσης τὸ ΑΕ· ἐπεὶ οὖν δύο τὰ ΑΕ, ΕΓ
ἀπὸ τὰς ΑΕ, ΕΓ· ἄλογον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ἄλογα
ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τὰς ΑΕ, ΕΓ· καὶ διπλάσιον τοῦ

λα' ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ
περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ· καὶ ἐστὶ τοῦτο τὸ
συγκείμενον ἐκ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν
ΑΒ, ΒΓ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ· ἐστὶ δὲ καὶ
τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ἄλογα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τὰς ΑΒ, ΒΓ
μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΓ ἄλογόν ἐστι· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ ἀσύμμετρόν ἐστι
τῇ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄλογον ποιῶσι
τὸ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἄλογον ἐστὶ
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον· ὃ ἔδει δεῖξαι.

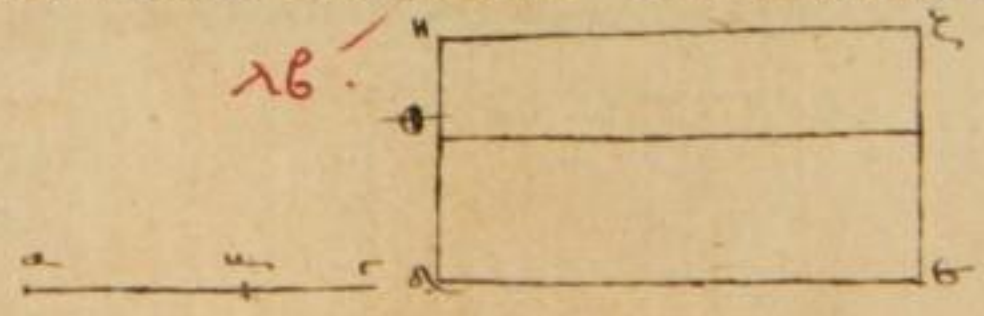
λβ' Ε

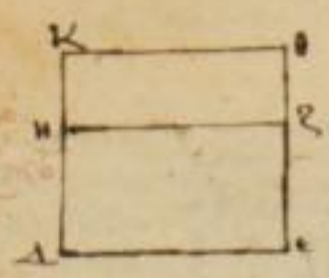
ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἄλογον ποιῶσι τὸ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμενον
ὀρθογώνιον, ἄλογον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον·
ἀσύμμετρον δὲ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν
εἰρημένων τετραγώνων τῷ ὑπ' αὐτῶν περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ· ἡ ὅλη ἄρα ἄλογός ἐστιν· καλείσθω δὲ ἡ
μὲν ὅλη ἐκτὴ ἄλογος, αἱ δὲ συναμφότεραι τὰ εἰρημένα
τετράγωνα ἐκτὴ μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μέσον.

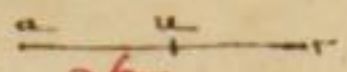
λβ' Ε

ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἄλογον ποιῶσι τὸ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμενον
ὀρθογώνιον, ἄλογον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον·
ἀσύμμετρον δὲ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν
εἰρημένων τετραγώνων τῷ ὑπ' αὐτῶν περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ· ἡ ὅλη ἄρα ἄλογός ἐστιν· καλείσθω δὲ ἡ
μὲν ὅλη ἐκτὴ ἄλογος, αἱ δὲ συναμφότεραι τὰ εἰρημένα
τετράγωνα ἐκτὴ μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μέσον.

λβ'

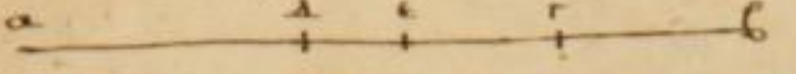


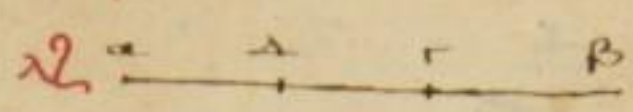


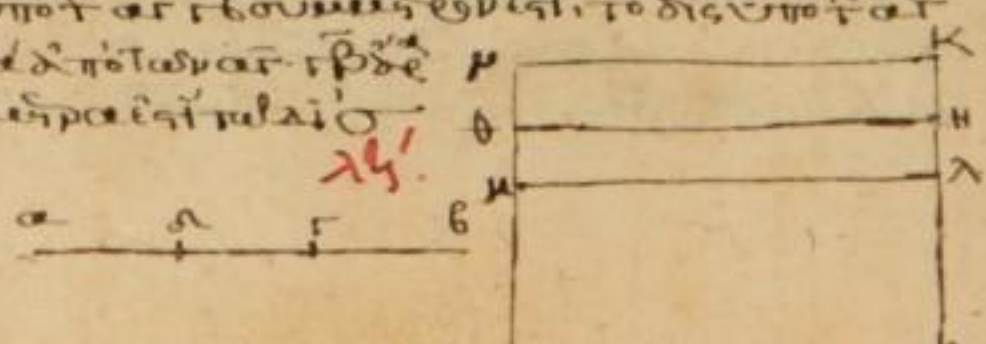


λα

Ἐὰν εἰλόθεῖα γραμμὴ διαιρεθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα τὰ
θ εἰς τετράγωνα ἴσα καὶ ὅμοια ἐστὶν ἑκάτερον τῶν
τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων. καὶ εἰς ὅμοια καὶ
ἐὰν εἰλόθεῖα γραμμὴ διαιρεθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα τὰ
τετραγώνων ἑκάτερον τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων
διαιρεθῇ. συμμέτρων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὅλη τῶν
μείζονι αἴ ΑΒ ΒΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τῆς ΑΒ
μέσον. καὶ ἐστὶν ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον. καὶ τὸ ἀπὸ
συμμέτρων ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ. ῥητὸν ἄρα ἐστὶν
ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον τῷ ΔΘ. ὅλον ἄρα τὸ ΑΓ
τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον τῷ ΔΘ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ
ΑΒ. τοῦτο δὲ τὸ ΔΘ. καὶ ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ΔΘ ἐπὶ
ἐπὶ τὸν ΑΒ. καὶ ἐστὶν ἄρα καὶ ἡ ΔΗ τῆς ΑΒ. καὶ
μείζων ἐστὶν ἡ ΔΗ τῆς ΑΒ. καὶ ἐστὶν ἄρα καὶ ἡ ΔΗ
ἴσον τῷ ΑΒ. καὶ ἐστὶν ἄρα καὶ ἡ ΔΗ τῆς ΑΒ. καὶ
ἐστὶν ἄρα καὶ

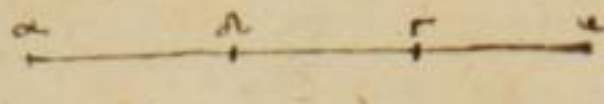

α
δ
ε
γ
β


α
Δ
Γ
Β


Κ
Η
Λ
Ε
Ζ

μ
θ
μ

α
Δ
Γ
Β



μ κ

Ὅρος α΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ
αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος β΄. Καὶ ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος γ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος δ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος ε΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος ϛ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος ζ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος η΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος θ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος ι΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος ια΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος ιβ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος ιγ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος ιδ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος ιε΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος ιϛ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος ιζ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος ιη΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος ιθ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος κ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος κα΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος κβ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος κγ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος κδ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος κε΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος κϛ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος κζ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος κη΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ὅρος κθ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος λ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

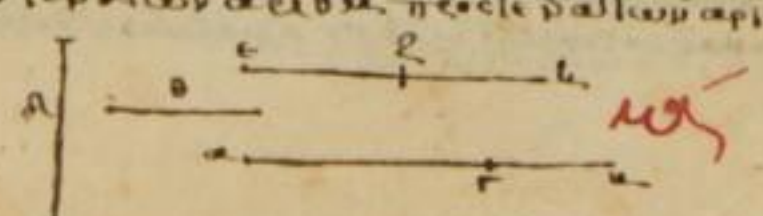
Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

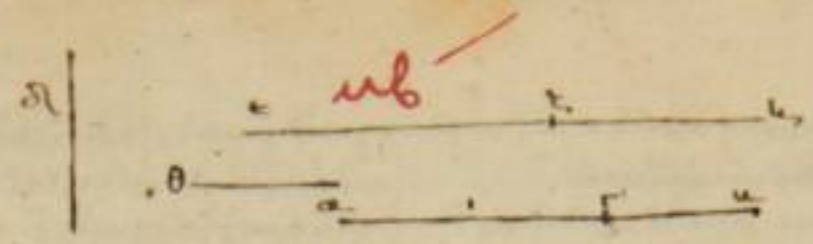
Ὅρος λα΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν τμήσῃ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ὅρος λβ΄. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ εὐθεῖαν γραμμὴν δίχα τμήσῃ καὶ προστεθῇ αὐτῇ τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπ' εὐθείας οὖσα τῇ ὅλῃ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης μετὰ τῆς προσκειμένης καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ προσκείσθω αὐτῇ τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ





Καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ ὁμοίου ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ καὶ τοῦ τῆς Ε πρὸς τὴν Ζ. ἐὰν δὲ εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ ὁμοίως τοῖς ἀπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν εὐθειῶν. ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἐστὶν ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς Α πρὸς τὴν Γ καὶ τοῦ τῆς Ε πρὸς τὴν Ζ λόγος, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ οὕτως ἐστὶν ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς Α πρὸς τὴν Γ καὶ τοῦ τῆς Ε πρὸς τὴν Ζ λόγος. ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ ὁμοίως τοῖς ἀπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν εὐθειῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Διὸ καὶ ὁμοίως ὅταν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν.

ιε'

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ ὁμοίως τοῖς ἀπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν εὐθειῶν· καὶ ἐὰν τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ ὁμοίως τοῖς ἀπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν εὐθειῶν, καὶ αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

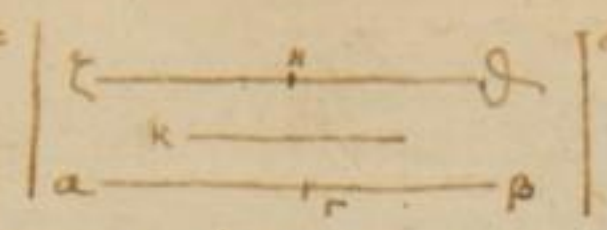
οἷον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ ὅμοιον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Η. τῷ γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ ὅμοιον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. ἔστω δὲ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς Κ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς Λ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς Μ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η, ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς Κ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς Λ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς Μ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Κ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Λ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Μ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Κ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Λ οὕτως ἐστὶν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Λ οὕτως ἡ Μ πρὸς τὴν Η. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Λ οὕτως ἡ Μ πρὸς τὴν Η, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ οὕτως ἐστὶν ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ καὶ τοῦ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ λόγος, ὡς δὲ ἡ Μ πρὸς τὴν Η οὕτως ἐστὶν ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς τὴν Η λόγος, καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τοῦ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ καὶ τοῦ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ λόγος ἴσος ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς τὴν Η λόγος. κοινοῦ ἀφῃρήσθω ὁ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ λόγος· λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ λόγος ἴσος ἐστὶ τῷ τῆς Λ πρὸς τὴν Η λόγῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Η. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Μ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ, ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν Η οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. καὶ ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. τῶν ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, Η τετραγώνων ὅμοιον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Η. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ ὁμοίως τοῖς ἀπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν εὐθειῶν· καὶ ἐὰν τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ ὁμοίως τοῖς ἀπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν εὐθειῶν, καὶ αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

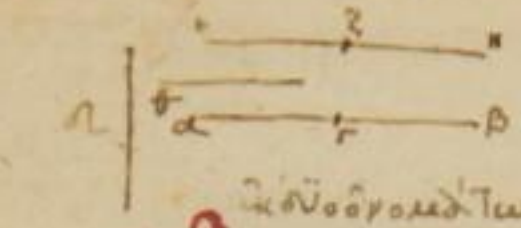
οἷον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ ὅμοιον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Η. τῷ γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ ὅμοιον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. ἔστω δὲ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς Κ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς Λ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς Μ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η, ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς Κ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς Λ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς Μ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Κ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Λ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Μ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Κ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Λ οὕτως ἐστὶν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Λ οὕτως ἡ Μ πρὸς τὴν Η. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Λ οὕτως ἡ Μ πρὸς τὴν Η, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ οὕτως ἐστὶν ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ καὶ τοῦ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ λόγος, ὡς δὲ ἡ Μ πρὸς τὴν Η οὕτως ἐστὶν ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς τὴν Η λόγος, καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τοῦ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ καὶ τοῦ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ λόγος ἴσος ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς τὴν Η λόγος. κοινοῦ ἀφῃρήσθω ὁ τῆς Μ πρὸς τὴν Λ λόγος· λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ λόγος ἴσος ἐστὶ τῷ τῆς Λ πρὸς τὴν Η λόγῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Η. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Μ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ, ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν Η οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. καὶ ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. τῶν ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, Η τετραγώνων ὅμοιον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Η. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μέ



ἀριθμὸν· ἐχέτω δὲ τὶς καὶ ἀλόγου μετὰ τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ, ὁ δ̄· καὶ πρὸς ἑκάτερον τῶν β̄ α̅ ἄλογον μειζέχεται· ὁ ἄρα ἀριθμὸς πρὸς τὸν ἀριθμὸν καὶ ἑκάτερος τῶν ἐκκειμένων ἀλόγων ἐστὶ κατὰ τὸ ιγ̄ θεώρημα τοῦ ι̅ βιβλίου. ὡς ὁ δ̄ πρὸς τὸν αβ̄· οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ε̅ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ̅η̅· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ε̅ζ̅η̅ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ̅η̅ ῥητόν ἐστιν· καὶ ἔστιν ἡ ζ̅η̅· καὶ ἐπεὶ ὡς ὁ δ̄ πρὸς τὸν αβ̄· οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ε̅ζ̅η̅ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ̅η̅· ὁ δὲ δ̄ πρὸς τὸν αβ̄ λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς ε̅ζ̅η̅ ἄρα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. οὐσῶν ἄρα τριῶν εὐθειῶν ἀνάλογον, ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· ἐὰν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης μὴ ὑπερέχῃ τῷ ἀπὸ τῆς δευτέρας τετραγώνου ἀριθμοῦ μήκει, ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μήκει οὐ μετρηθήσεται· λέγω δή, ὅτι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ε̅ζ̅η̅ τοῦ ἀπὸ τῆς ζ̅η̅ οὐ μετρηθήσεται τῷ ἀπὸ τῆς ζ̅η̅. ὡς γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς ε̅ζ̅η̅ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ̅η̅, οὕτως ἐστὶν ἡ δ̄ πρὸς τὸν αβ̄· ὁ δὲ δ̄ πρὸς τὸν αβ̄ λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς ε̅ζ̅η̅ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ̅η̅ λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· οὐκ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ε̅ζ̅η̅ τοῦ ἀπὸ τῆς ζ̅η̅ μετρηθήσεται· ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἑξῆς.

199

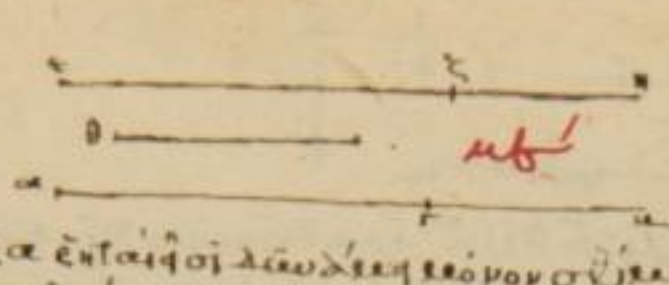


μδ΄

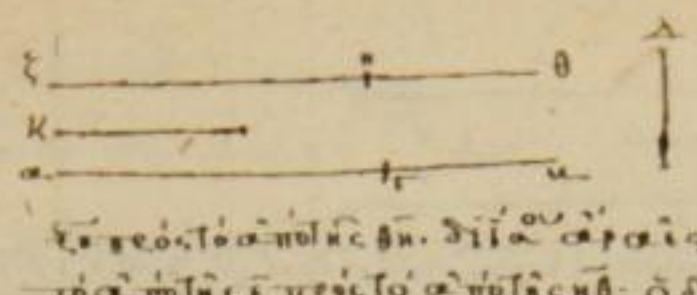
Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, γένηται δὲ ὁ γενόμενος ἐξ αὐτῶν τετράγωνος, καὶ ἕκαστος τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀριθμῶν τετράγωνος ἔσται· καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ δὲ γενόμενος ἐξ αὐτῶν τετράγωνος ᾖ, καὶ αὐτοὶ τετράγωνοι ἔσονται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν Γ ποιείτωσαν, ὁ δὲ Γ τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ἕκαστος τῶν Α, Β τετράγωνος ἔσται.

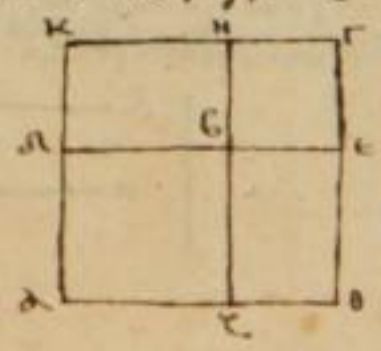
Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἡ μονὰς ἄρα τὸν Α ἀριθμὸν τὸν αὐτὸν μετρεῖ, ὃν ὁ Β ἀριθμός· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· ὁ Γ ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν Β κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β ἀριθμόν, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ. ἐκ δευτέρου ἄρα ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον πεποίηκεν. ὁ ἄρα Γ τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνος τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· ὁ δὲ Α τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνος τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ἴσος δὲ ὁ Γ τῷ ἀπὸ τοῦ Β τετραγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον. ἐκ δευτέρου ἄρα ὁ Β τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον πεποίηκεν. ὁ ἄρα Α τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β ἀριθμόν, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β ἀριθμόν, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον. ἴσος δὲ ὁ Γ τῷ ἀπὸ τοῦ Α τετραγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον, καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνος τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνος τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· ὁ δὲ Α τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνος τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Α· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον, καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνον, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ Β τετράγωνος τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ δὲ Α τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνος τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β ἀριθμόν, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Α τετράγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Β ἀριθμόν

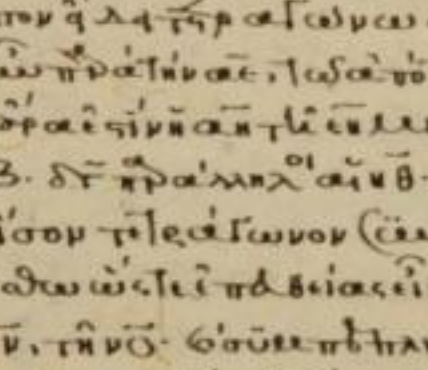


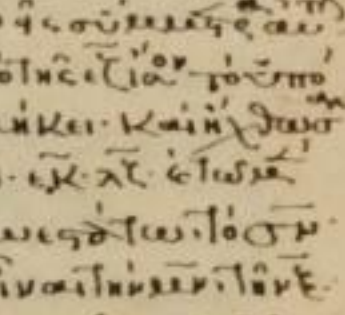
ἀπὸ τῆς ΖΗ. ἡ ἄρα ΖΗ τῆς ΖΚ ἐστὶ πολλαπλασίων ὅσαπερ καὶ ἡ ΖΗ τοῦ ΖΚ. ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΚ. ὁσαπλάσιον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΚ, τοσαυταπλάσιον

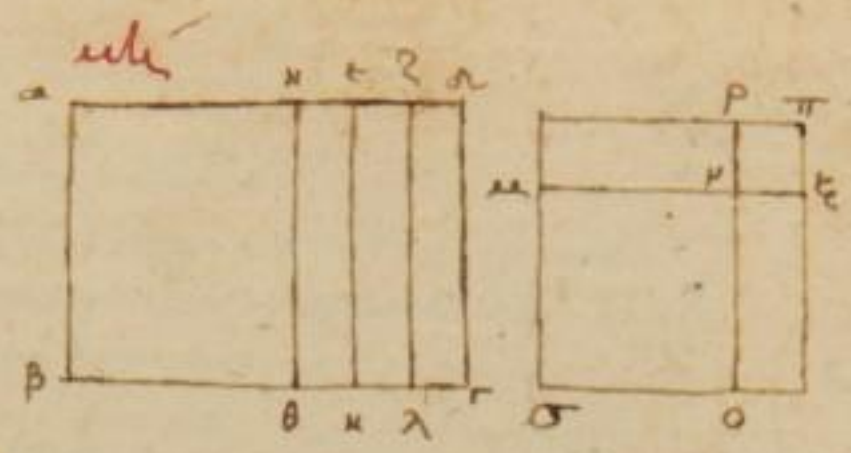


λημμα



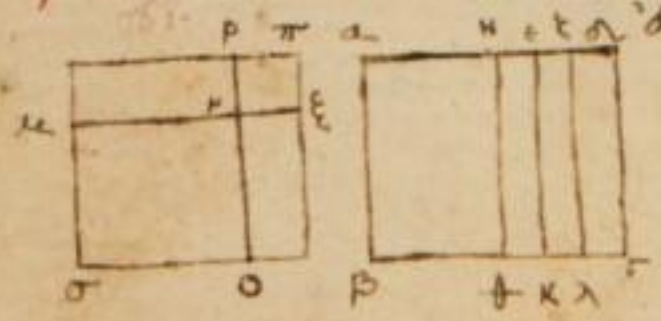

α
η
ε
ζ
λ
β
θ
κ
λ
γ

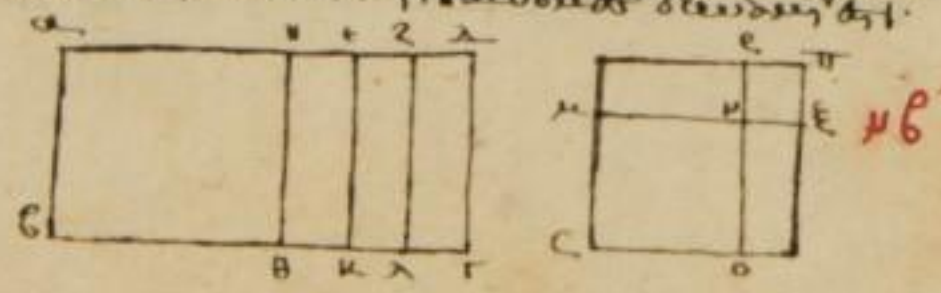

ε
π
μ
ν
ξ
κ
ο

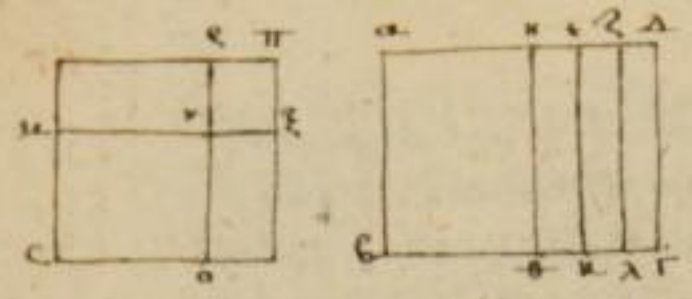

α
β
γ
δ
ε
ζ
θ
κ
λ
ρ
π
μ
σ
ο

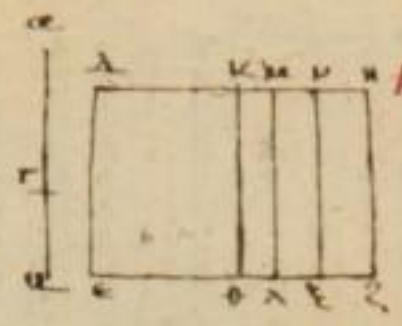
μ'

μα'

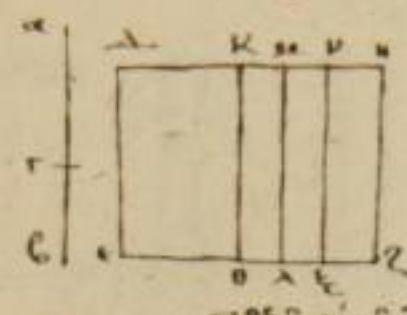



α
η ε ζ λ
G
B K Λ Γ
e
π
μ
μ
ε
C
o


ε π
ϛ ν ξ
ϲ ο
α κ ρ δ
β θ κ λ γ


α
λ
κ
ι
ν
η
μ΄
γ
β
ε
θ
λ
ξ
ζ

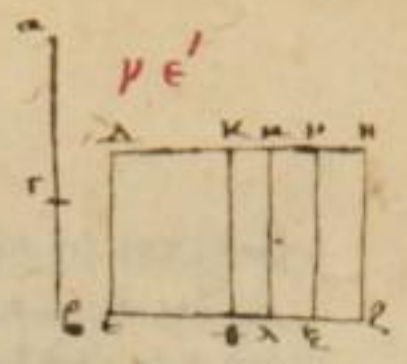
μη΄



μη΄ Τοῦ αὐτοῦ κύβου τὴν ἐπιφάνειαν τμῆσαι ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ γενόμενον ἐπίπεδον τρίγωνον ἰσόπλευρον γενέσθαι.

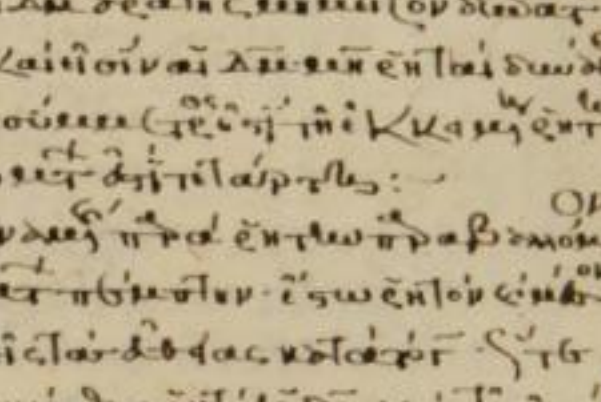
μθ΄ Τοῦ αὐτοῦ κύβου τὴν ἐπιφάνειαν τμῆσαι ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ γενόμενον ἐπίπεδον τετράγωνον γενέσθαι.

ν΄ Τοῦ αὐτοῦ κύβου τὴν ἐπιφάνειαν τμῆσαι ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ γενόμενον ἐπίπεδον ἑξάγωνον ἰσόπλευρον γενέσθαι.



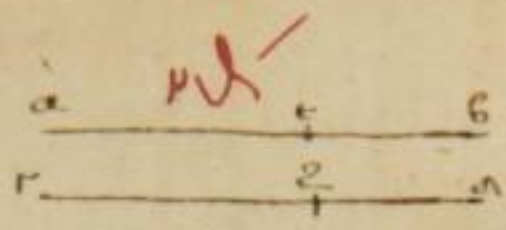
Κύβοι εἰσὶν αἱ ΑΔ τρὶς ἐαυτὰς ἐπὶ τὰ πλευρὰ τὰ ΑΒ ΑΓ ΑΕ· ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΑΓ ΑΕ ἐστὶν ὁ ΑΔ κύβος. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὁ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΑΓ ΑΕ ἐστὶν ὁ ΑΔ κύβος. ἐπεὶ γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΑΓ ἐστὶν ἡ ΑΖ, ὁ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΑΓ ΑΕ ἐστὶν ὁ ΑΕ ἐπὶ τὴν ΑΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ ΑΔ ἐστὶν ὁ ΑΕ ἐπὶ τὴν ΑΖ· ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΑΓ ΑΕ ἐστὶν ὁ ΑΔ κύβος.

μζ'



Ζ

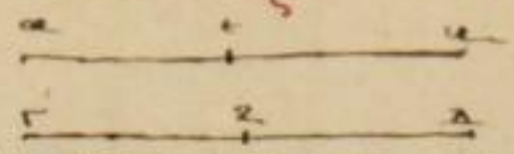
Η

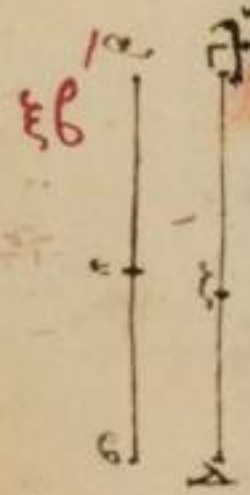


α΄ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ μὴ εἰς ἴσα κατὰ τὰ σημεῖα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας. ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ αβ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ. ἀνεστάτω γὰρ ἀπὸ τοῦ γ σημείου τῇ γβ πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα ἡ γε, καὶ κείσθω τῇ γβ ἴση ἑκατέρα τῶν γε, εζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εα, ζδ, βζ· καὶ διὰ μὲν τοῦ ε τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ εθ, διὰ δὲ τοῦ ζ τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ ζθ, καὶ διὰ τοῦ δ τῇ γε παράλληλος ἤχθω ἡ δκ. καὶ ἐπεὶ εἰς ἴσα μέν ἐστι τὰ γ, β σημεῖα, εἰς δὲ ἄνισα τὰ γ, δ σημεῖα, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δκ· ἑκάτερον γὰρ αὐτῶν ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δκ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν γε τῇ γβ, ἴση δὲ ἡ γβ τῇ εζ, ἡ ἄρα εζ τῇ γε ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσὶν αὐτῇ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ εα, ζδ· καὶ αἱ εα, ζδ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ εθ τῇ αβ, καὶ ἐπιπέδους ποιεῖ τὰ ὑπὸ αὐτῶν γωνίας ἴσας ταῖς ὑπὸ τῶν παραλλήλων περιεχομένας· ἡ ἄρα ὑπὸ εαδ γωνία τῇ ὑπὸ ζδκ ἴση ἐστίν. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αεδ τῇ ὑπὸ δζκ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ εδα ἄρα τῇ ὑπὸ ζκδ ἴση ἐστίν. ἴση ἄρα καὶ ἡ εα τῇ ζδ· ἀλλὰ ἡ εα τῇ γβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ γβ ἄρα τῇ ζδ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν γβ τῇ δκ, ἡ δὲ γβ τῇ δζ, καὶ ἡ δζ ἄρα τῇ δκ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ δζκ γωνία τῇ ὑπὸ δκζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ζδκ ἄρα τῇ ὑπὸ δζκ ἐστὶν ἴση· καὶ

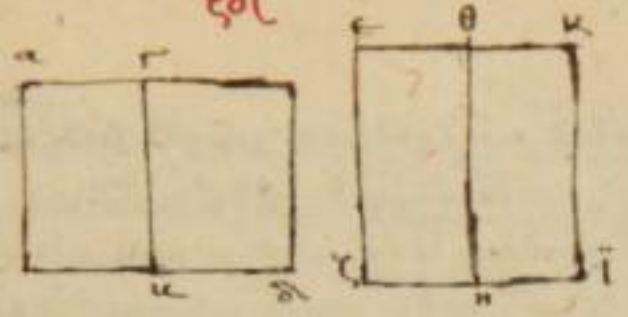
ε΄ ἡ ζκ ἄρα τῇ ζδ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ζδ τῇ γβ· καὶ ἡ ζκ ἄρα τῇ γβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ γε τῇ ζκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ γε ἄρα τῇ ζκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ εγκ ἄρα τῇ ὑπὸ ζκγ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ζκγ τῇ ὑπὸ εγκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ εγκ ἄρα τῇ ὑπὸ ζκγ

ξ



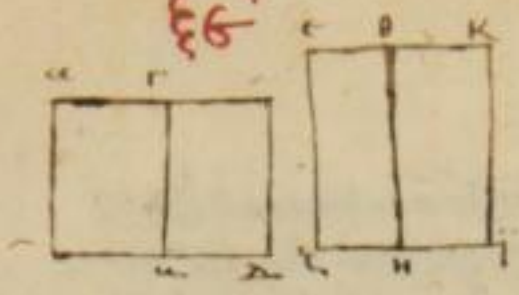
πρὸς τὰ πλείονα τῶν ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου συνιστάσας γωνίας. ἐχέτω κύκλος ὁ ΑΒΓ καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ ἡμικύκλιον ἔστω τὸ ΑΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΘΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΚΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΛΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΜΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΝΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΞΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΟΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΠΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΡΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΣΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΤΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΥΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΦΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΧΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΨΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΩΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΘΘΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΚΚΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΛΛΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΜΜΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΝΝΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΞΞΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΟΟΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΠΠΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΡΡΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΣΣΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΤΤΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΥΥΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΦΦΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΨΨΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΩΩΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΘΘΘΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΚΚΚΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΛΛΛΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΜΜΜΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΝΝΝΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΞΞΞΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΟΟΟΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΠΠΠΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΡΡΡΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΣΣΣΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΤΤΤΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΥΥΥΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΦΦΦΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΨΨΨΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΩΩΩΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΘΘΘΘΘΘΘΘΘΘΘΘΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΚΚΚΚΚΚΚΚΚΚΚΚΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΛΛΛΛΛΛΛΛΛΛΛΛΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΜΜΜΜΜΜΜΜΜΜΜΜΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΝΝΝΝΝΝΝΝΝΝΝΝΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΞΞΞΞΞΞΞΞΞΞΞΞΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΟΟΟΟΟΟΟΟΟΟΟΟΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΠΠΠΠΠΠΠΠΠΠΠΠΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΡΡΡΡΡΡΡΡΡΡΡΡΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΣΣΣΣΣΣΣΣΣΣΣΣΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΤΤΤΤΤΤΤΤΤΤΤΤΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΥΥΥΥΥΥΥΥΥΥΥΥΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΦΦΦΦΦΦΦΦΦΦΦΦΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΨΨΨΨΨΨΨΨΨΨΨΨΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΩΩΩΩΩΩΩΩΩΩΩΩΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΑΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΒΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΔΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΕΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΖΓ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα ἔστω τὸ ΑΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΗΓ· καὶ ἐπ

ξθ'

ξα



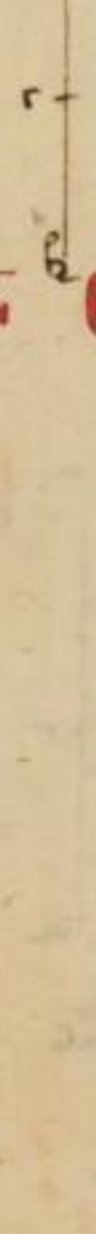
ὡς τὸ καὶ τὸ ΑΔ διὰ τοῦ Ε
ἰσάκις ὑπερέχουσι τὸ ΕΘ τοῦ ΘΚ
καὶ τὸ ΓΔ τοῦ ΔΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ΕΘ τῷ ΘΚ
ἐστὶ καὶ τὸ ΑΔ τοῦ ΔΖ ἰσάκις ὑπερέχον
ἐὰν δὲ χωρίον παραλληλόγραμμον
τὸ ΑΖ χωρίον παραλληλογράμμου
τοῦ ΕΚ χωρίου ἰσάκις ὑπερέχῃ
ὡς δὲ τὸ ΑΔ χωρίον πρὸς τὸ ΔΖ χωρίον
οὕτως ἔστω τὸ ΕΘ πρὸς τὸ ΘΚ
τὸ δὲ ΕΘ τοῦ ΘΚ ἰσάκις ὑπερέχει
ἐὰν δὲ χωρίον παραλληλόγραμμον
τὸ ΑΖ χωρίον παραλληλογράμμου
τοῦ ΕΚ χωρίου ἰσάκις ὑπερέχῃ
καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΖ
χωρίου τὸ ΑΔ χωρίον
ἀπὸ δὲ τοῦ ΕΚ τὸ ΕΘ
καὶ τὸ λοιπὸν ἄρα τὸ ΔΖ
τῷ λοιπῷ τῷ ΘΚ ἐστὶν ἴσον
ὡς δὲ τὸ ΔΖ χωρίον πρὸς τὸ ΔΓ
οὕτως ἔστω τὸ ΘΚ πρὸς τὸ ΘΕ
καὶ τὸ ΔΖ ἄρα τοῦ ΔΓ ἰσάκις ὑπερέχει
καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΘΕ ἰσάκις ὑπερέχει
καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΔΖ
τὸ ΔΔ ἀπὸ δὲ τοῦ ΘΚ τὸ ΘΕ
καὶ τὸ λοιπὸν ἄρα τὸ ΔΔ τῷ λοιπῷ τῷ ΕΚ
ἐστὶν ἴσον καὶ ἐπεὶ ἐὰν δύο μεγέθη
ἰσάκις ὑπερέχῃ ἑνὸς μεγέθους
καὶ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ μὲν τοῦ ἑνὸς
τὸ ΔΔ ἀπὸ δὲ τοῦ ἑτέρου τὸ ΕΘ

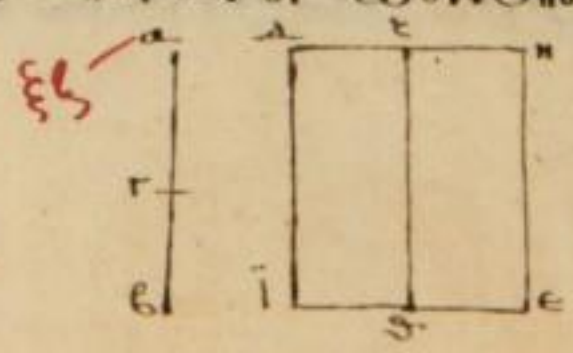
ξϛ'



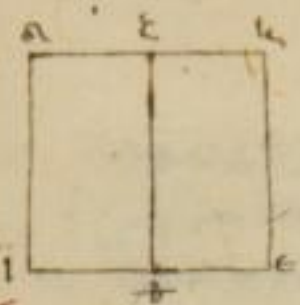
ἴσων πρὸς τὸ δ· καὶ ἐπεὶ τὸ α τοῦ γ τὸ αὐτὸ ἐστὶ καὶ τὸ ε τοῦ θ, καὶ τὸ γ ἄρα τοῦ θ ἐστὶν ἴσον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ν τοῦ η ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ γ τοῦ θ ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ν τοῦ η ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ν τοῦ θ ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ν τοῦ κ ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ν τοῦ ι ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ν τοῦ ε ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ν τοῦ α ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ν τοῦ μ

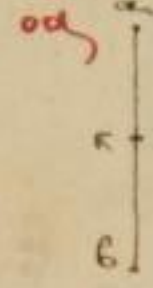
210

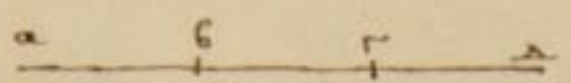

a
Γ
Β

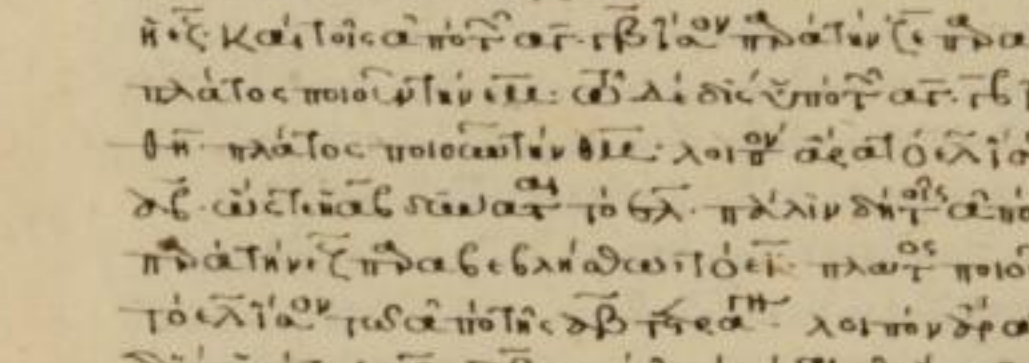

ξδ
a
Δ
ε
Η
Γ
Β
i
ϵ
Ϛ

211

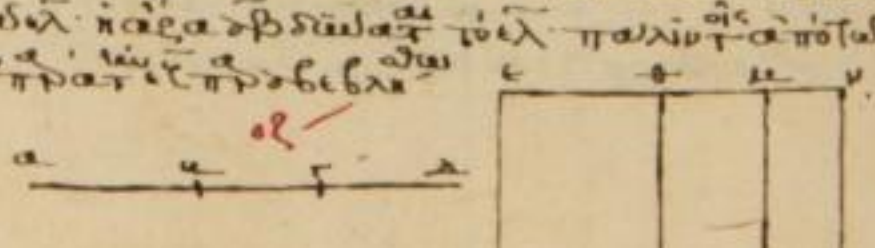
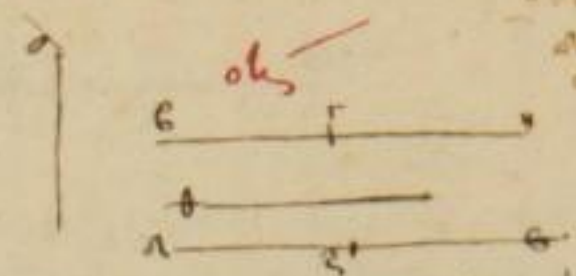

A
E
K
I
Θ

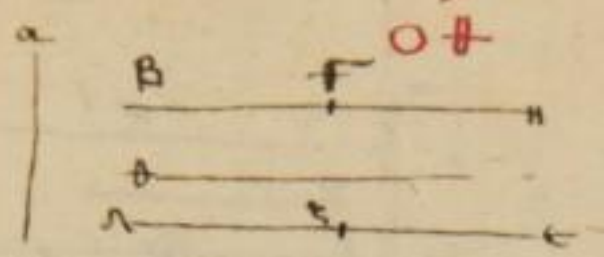

α
Γ
κ
β

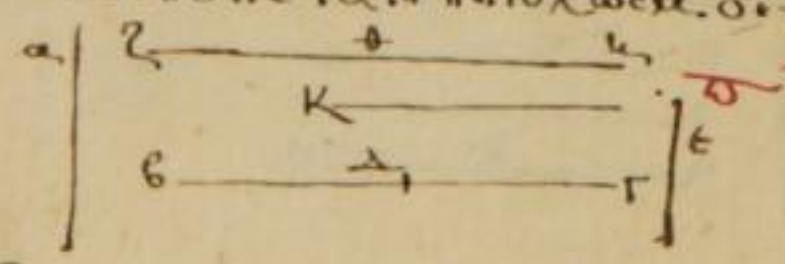

α
β
γ
δ

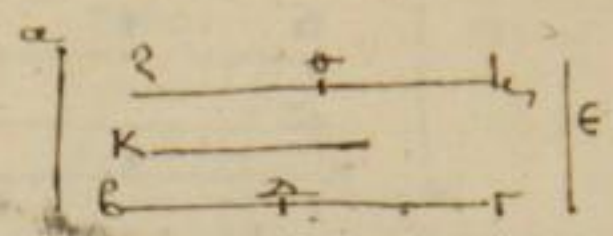

a
b
r
d
e
u
v
z
y
h
i

α
β
γ
δ


ε
θ
κ
ν
ζ
λ
μ
ι

οη

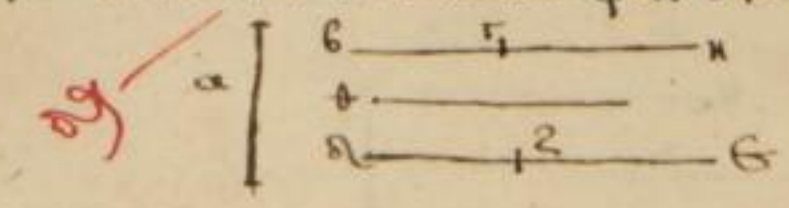
οθ

a
B
Γ
H
Θ
Λ
Ξ
E


a
Z
Θ
H
K
B
Δ
Γ
E

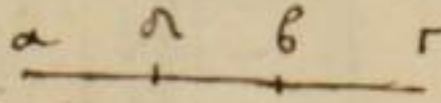


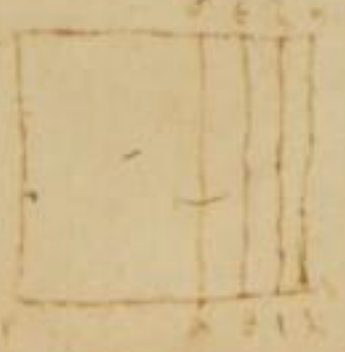
ιγ

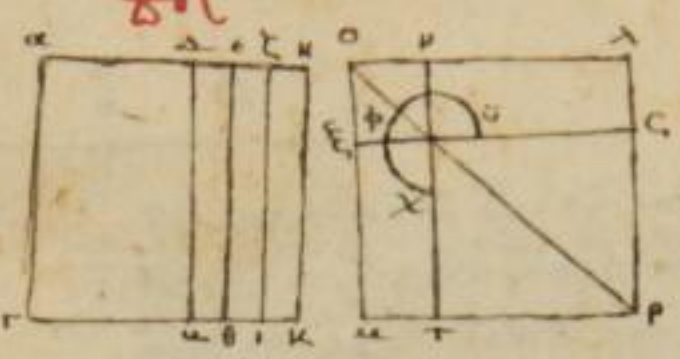
Δύο πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ πρώτος ὁ α πρὸς τὸν β ἔστω· λέγω ὅτι
οὐκ ἔστιν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β οὕτως ἀριθμός τις γενέσθαι πρὸς
ἑαυτὸν μὲν τὸν α πολλαπλασιάσας ποιῶν τινα, πρὸς δὲ τὸν β
πολλαπλασιάσας ποιῶν τὸν γ. εἰ γὰρ ἔστιν, ἔστω ὁ δ πρὸς ἑαυτὸν
μὲν τὸν α πολλαπλασιάσας ποιῶν τὸν γ, πρὸς δὲ τὸν β πολλαπλασιάσας
ποιῶν τὸν ε. ὅτι μὲν οὖν οὔτε ὁ α τὸν γ μετρεῖ οὔτε ὁ β τὸν ε,
δέδεικται. λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ μέρος μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ γ καὶ ὁ β
τοῦ ε. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ ζ μέρος ὁ α τοῦ γ καὶ ὁ η μέρος ὁ β
τοῦ ε. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ γ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ α, τοσοῦτοι καὶ ἐν τῷ ε
ἴσοι τῷ β. διῄρηται ἄρα ὁ γ εἰς τοὺς ἴσους τῷ α, ὁ δὲ ε εἰς τοὺς ἴσους
τῷ β. καὶ ἔστιν ἑκάτερος τῶν ζ, η ἑνὶ ἴσος· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ζ τῷ η.
ἔστω οὖν ἑκάτερος τῶν θ, ι. καὶ ὁ μὲν θ τὸν α μετρῶν μετρείτω τὸν κ
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ὁ δὲ ι τὸν β μετρείτω τὸν λ κατὰ τὰς ἐν
αὐτῷ μονάδας. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν κ τῷ γ, ὁ δὲ λ τῷ ε. ἐπεὶ οὖν ὁ
θ τὸν α μετρῶν μετρεῖ τὸν κ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ α ἄρα
τὸν κ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ θ μονάδας. καὶ ὁ α ἄρα τὸν γ μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ θ μονάδας. καὶ ὁ β ἄρα τὸν ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ι
μονάδας. καὶ ὁ α ἄρα τὸν γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ι μονάδας. ὁ α ἄρα
τὸν γ μετρῶν μετρεῖ τὸν ε κατὰ τὰς ἐν τῷ ι μονάδας. ὁ δὲ α τὸν γ
μετρῶν μετρεῖ τὸν ε κατὰ τὰς ἐν τῷ η μονάδας· ὁ ἄρα ι τὸν η μετρεῖ
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἀναστρέψαντι ἄρα ὁ η τὸν ι μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ὁ η πρὸς τὸν ι, οὕτως ὁ α πρὸς
τὸν β. ἴσος δὲ ὁ η τῷ ι· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ α τῷ β, ὅπερ ἄτοπον ἦν.
οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β οὕτως ἀριθμός τις γενέσθαι πρὸς
ἑαυτὸν μὲν τὸν α πολλαπλασιάσας ποιῶν τινα, πρὸς δὲ τὸν β
πολλαπλασιάσας ποιῶν τὸν γ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



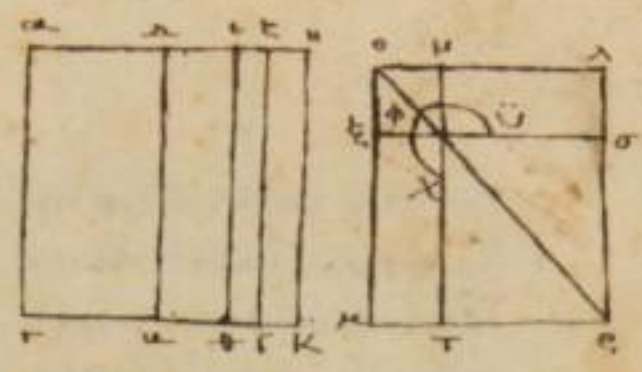
Ἐὰν εἰς τὴν κατὰ μίαν τῶν ἐκκειμένων εὐθειῶν τῶν δοθεισῶν ὅτε δοθὲν λόγον ἔχουσι πρὸς ἄλλην τὸν αὐτὸν τῷ ὃν ἔχει ἡ ἑτέρα ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἑτέραν ἀκείμενων εὐθειῶν ὃν δὲ λόγον ἔχει μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς μίαν τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν καὶ πολλαπλασίων ὁ δοθεὶς πρὸς τὸν δοθέντα οὕτως ἡ ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν ἔσται ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν. καὶ ἐὰν ἡ ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν ἔσται ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν, καὶ ἡ μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς μίαν τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν λόγον ἕξει ὃν ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν. καὶ ἐὰν ἡ ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν λόγον ἔχῃ ὃν ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν, καὶ ἡ μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς μίαν τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν λόγον ἕξει ὃν ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν. καὶ ἐὰν ἡ μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς μίαν τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν λόγον ἔχῃ ὃν ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν, καὶ ἡ ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν ἔσται ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν. καὶ ἐὰν ἡ ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν λόγον ἔχῃ ὃν ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν, καὶ ἡ μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς μίαν τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν λόγον ἕξει ὃν ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν. ἐὰν ἄρα εἰς τὴν κατὰ μίαν τῶν ἐκκειμένων εὐθειῶν τῶν δοθεισῶν ὅτε δοθὲν λόγον ἔχουσι πρὸς ἄλλην τὸν αὐτὸν τῷ ὃν ἔχει ἡ ἑτέρα ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἑτέραν ἀκείμενων εὐθειῶν ὃν δὲ λόγον ἔχει μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς μίαν τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν καὶ πολλαπλασίων ὁ δοθεὶς πρὸς τὸν δοθέντα οὕτως ἡ ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν ἔσται ἡ δοθεῖσα πρὸς τὴν δοθεῖσαν. καὶ ἐὰν ἡ ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ἀκείμενων εὐθειῶν ἔσται

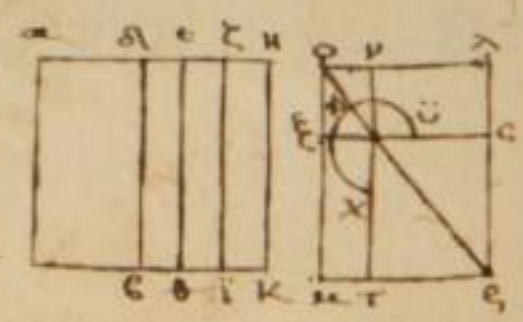

α
λ
β
γ

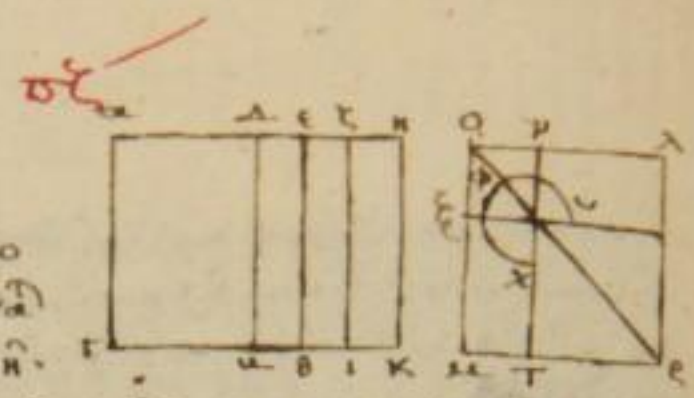


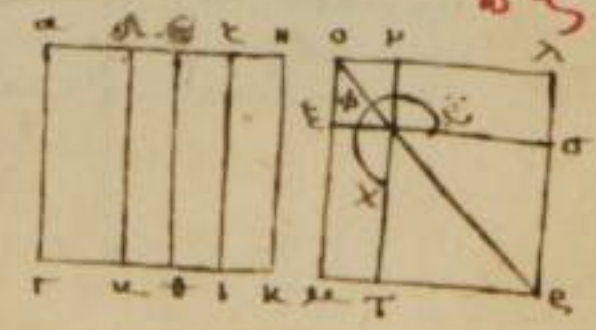


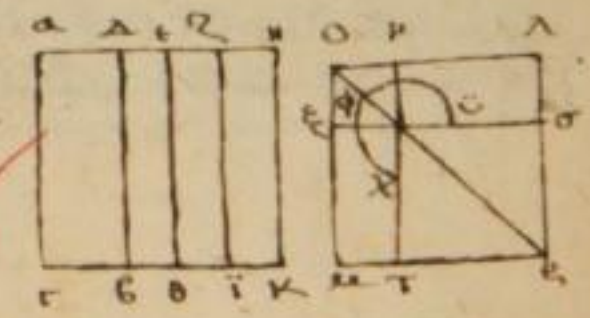
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐπιζευγνύουσαι αἱ ΑΒ, ΕΖ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐκβεβλήσθωσαν ἕως ἂν συμπεσοῦσιν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Η, καὶ διὰ τοῦ Η τῇ ΑΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΑ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΓ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΔΘ τὰς παραλλήλους τὰς ΔΕ, ΗΖ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐκβληθεῖσα τὰς ἐκτὸς γωνίας τὰς ΔΗΖ, ΔΘΓ ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΗΖ τῇ ΔΑΓ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΔΘΓ ἄρα τῇ ΔΑΓ ἐστιν ἴση. ἔστιν οὖν ὡς ἡ ΔΑΓ πρὸς τὴν ΔΘΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΔΓ· ἡ ΔΓ ἄρα τὴν ΔΘΓ γωνίαν δίχα τέμνει. ὁμοίως δὴ δείξομεν καὶ τὴν ὑπὸ ΓΘΗ γωνίαν δίχα τέμνουσαν τὴν ΘΓ· τὸ ἄρα Η σημεῖον, ἐν ᾧ συμπίπτουσιν αἱ ΑΒ, ΕΖ ἐκβαλλόμεναι, καὶ ἐν ᾧ τέμνουσιν αἱ ΔΘ, ΓΘ τὰς ὑπὸ ΔΓΘ, ΓΘΗ γωνίας δίχα, ἐστὶ καὶ ἐν ᾧ τέμνουσιν αἱ ΔΓ, ΘΓ τὰς ὑπὸ ΓΔΘ, ΔΘΓ γωνίας δίχα· ἐστὶ δὲ

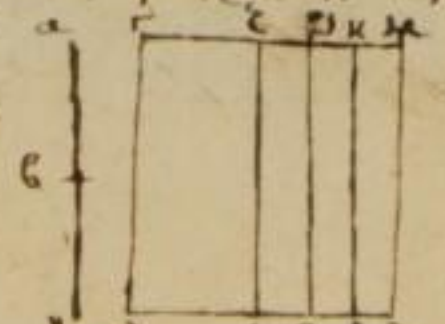

α
λ
ε
ζ
η
ρ
σ
τ
υ
φ
χ
ψ
ω
Α
Β
Γ
Δ

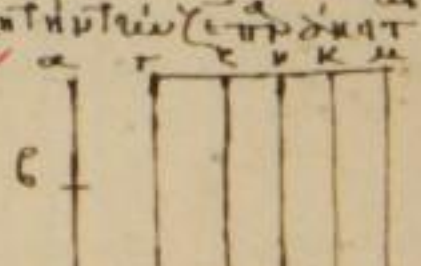

α
β
ε
ζ
η
ρ
ν
ξ
ο
π
ω
γ
δ
θ
ι
κ
λ
μ
τ
ϱ

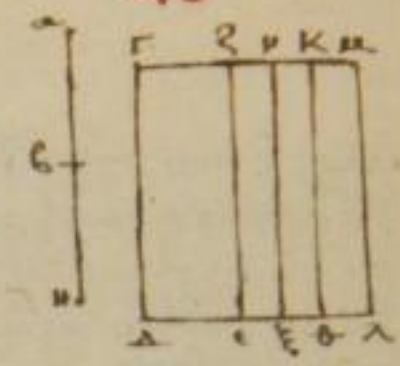

Α Ε Ζ Η
Γ Θ Ι Κ
Ο Ρ Τ
Λ
Μ
Χ
Ν Τ Ρ

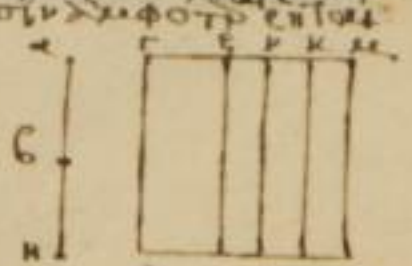

α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ο
ξ φ χ
π ρ σ τ

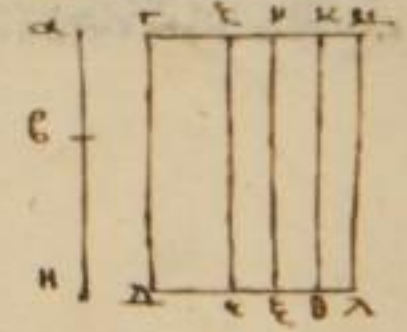

α
ε
ζ
η
θ
ο
ρ
λ
σ
τ
υ
φ
χ
ψ
ω

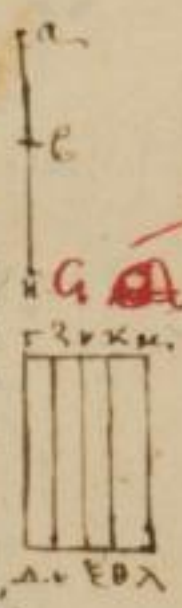

Γ
Ε
Η
Κ
Μ
Α
Ι
Ζ
Θ
Λ
Β
Ν


α
γ
ε
ν
κ
μ
ζ
η
Δ
λ
ξ
θ
λ

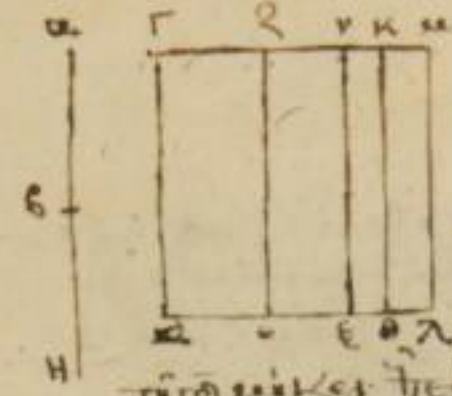

α
β
γ
δ
ε
ζ
η
θ
ι
κ

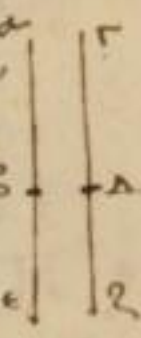

Γ Ξ Ν Κ Μ
Α
Ε
Η
Λ Ε Ξ Θ Λ

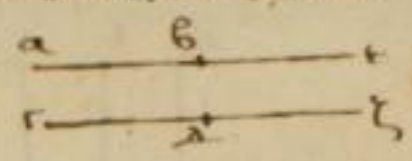

α
β
η
Δ
ε
ζ
θ
λ

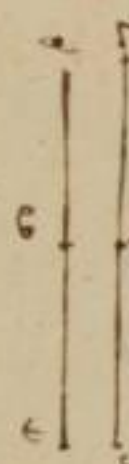


224


α
Γ
ζ
ν
κ
μ
β
Η
ξ
θ
λ


α
β
γ
δ
ε


a
b
r
z



ια΄ Η τὸ στερεὸν παραλληλόγραμμον στερεόν ἐστιν ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχόμενον ὧν τὰ δύο ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστίν.

Ἔστω στερεὸν παραλληλόγραμμον οὗ τὰ ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστὶν τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπίπεδα, ἔτι δὲ τὰ ΑΖ, ΓΗ, ΔΕ, ΒΘ· λέγω ὅτι τὸ ΑΗ στερεὸν παραλληλόγραμμον ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιέχεται ὧν τὰ δύο ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστίν.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΚΛ διὰ μὲν τοῦ Α σημείου ἡ ΚΑ ἐπὶ τὸ Β, διὰ δὲ τοῦ Ε ἡ ΕΜ ἐπὶ τὸ Ζ, διὰ δὲ τοῦ Η ἡ ΝΗΞ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἔτι διὰ τοῦ Α ἡ ΑΟ ἐπὶ τὸ Γ, διὰ δὲ τοῦ Ε ἡ ΕΠ ἐπὶ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Η ἡ ΡΗΣ ἐπὶ τὸ Ζ. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΑΟΓ παραλληλόγραμμον τῷ ΜΕΠΔ παραλληλογράμμῳ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΚΑ τῇ ΑΟ, ἡ δὲ ΜΕ τῇ ΕΠ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ μὲν ΑΟ τῇ ΝΗ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΕΠ τῇ ΡΗ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΚΛ ὅλῃ τῇ ΝΡ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΑ τῇ ΜΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΜΕ ἄρα τῇ ΝΡ ἐστιν ἴση. Κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΡ· ὅλη ἄρα ἡ ΜΡ ὅλῃ τῇ ΝΕ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΜΛ τῇ ΝΞ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΜΛ ἄρα τῇ ΝΕ ἐστιν ἴση. Κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΛ· ὅλη ἄρα ἡ ΜΕ ὅλῃ τῇ ΝΛ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΑ τῇ ΜΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΑ ἄρα τῇ ΝΛ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΟ τῇ ΝΗ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΟ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΟ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Καὶ εἰσὶν αὐτῇ παράλληλοι· καὶ αἱ ΑΛ, ΓΗ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΛΗ τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Καὶ εἰσὶν αὐτῇ παράλληλοι· καὶ αἱ ΔΛ, ΕΗ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση. Καὶ εἰσὶν αὐτῇ παράλληλοι· καὶ αἱ ΑΔ, ΓΕ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση. Καὶ εἰσὶν αὐτῇ παράλληλοι· καὶ αἱ ΑΔ, ΓΕ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση. Ἐκτεταμένων ἄρα ἐπὶ τὰ ἑξῆς τῶν ΑΔ, ΓΕ ἐπιπέδων καὶ τῶν ἀπεναντίον ὄντων ἐπιπέδων ἐκβεβλημένων ἔσται στερεὸν παραλληλόγραμμον ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχόμενον ὧν τὰ δύο ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

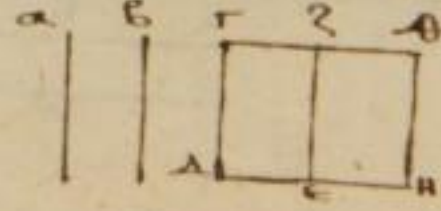
ια΄ Η τοῦ στερεοῦ παραλληλογράμμου στερεοῦ ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχομένου ὧν τὰ δύο ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστίν, ἑνὸς τῶν ἐπιπέδων τῶν παραλλήλων διάμετρος εὐθεῖα δίχα τέμνεται ὑπὸ παντὸς ἐπιπέδου διὰ τῆς διαμέτρου παραλλήλου ὄντος τοῖς ἐπιπέδοις τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις παραλληλογράμμοις.

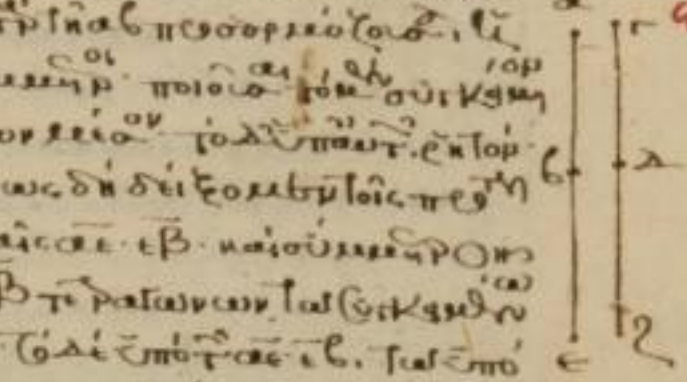
Ἔστω στερεοῦ παραλληλογράμμου στερεοῦ ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχομένου ὧν τὰ δύο ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστὶν τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπίπεδα, ἔτι δὲ τὰ ΑΖ, ΓΗ, ΔΕ, ΒΘ, καὶ τοῦ ΑΗ στερεοῦ παραλληλογράμμου ἑνὸς τῶν ἐπιπέδων τῶν παραλλήλων διάμετρος ἔστω εὐθεῖα ἡ ΚΛ· λέγω ὅτι ἡ ΚΛ δίχα τέμνεται ὑπὸ παντὸς ἐπιπέδου διὰ τῆς ΚΛ διαμέτρου παραλλήλου ὄντος τοῖς ἐπιπέδοις τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις παραλληλογράμμοις.

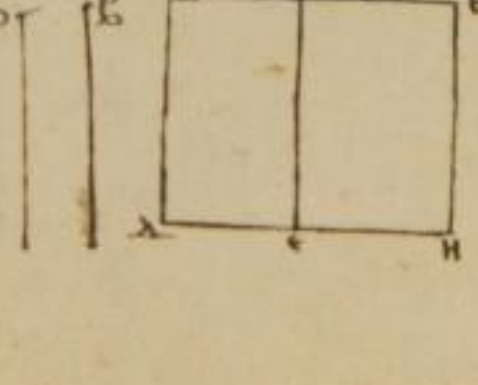
Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΚΛ διὰ μὲν τοῦ Α σημείου ἡ ΚΑ ἐπὶ τὸ Β, διὰ δὲ τοῦ Ε ἡ ΕΜ ἐπὶ τὸ Ζ, διὰ δὲ τοῦ Η ἡ ΝΗΞ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἔτι διὰ τοῦ Α ἡ ΑΟ ἐπὶ τὸ Γ, διὰ δὲ τοῦ Ε ἡ ΕΠ ἐπὶ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Η ἡ ΡΗΣ ἐπὶ τὸ Ζ. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΑΟΓ παραλληλόγραμμον τῷ ΜΕΠΔ παραλληλογράμμῳ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΚΑ τῇ ΑΟ, ἡ δὲ ΜΕ τῇ ΕΠ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ μὲν ΑΟ τῇ ΝΗ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΕΠ τῇ ΡΗ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΚΛ ὅλῃ τῇ ΝΡ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΑ τῇ ΜΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΜΕ ἄρα τῇ ΝΡ ἐστιν ἴση. Κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΡ· ὅλη ἄρα ἡ ΜΡ ὅλῃ τῇ ΝΕ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΜΛ τῇ ΝΞ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΜΛ ἄρα τῇ ΝΕ ἐστιν ἴση. Κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΛ· ὅλη ἄρα ἡ ΜΕ ὅλῃ τῇ ΝΛ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΑ τῇ ΜΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΑ ἄρα τῇ ΝΛ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΟ τῇ ΝΗ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΟ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΟ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Καὶ εἰσὶν αὐτῇ παράλληλοι· καὶ αἱ ΑΛ, ΓΗ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΛΗ τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Καὶ εἰσὶν αὐτῇ παράλληλοι· καὶ αἱ ΔΛ, ΕΗ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΛΗ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση. Καὶ εἰσὶν αὐτῇ παράλληλοι· καὶ αἱ ΑΔ, ΓΕ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση. Καὶ εἰσὶν αὐτῇ παράλληλοι· καὶ αἱ ΑΔ, ΓΕ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση. Ἐκτεταμένων ἄρα ἐπὶ τὰ ἑξῆς τῶν ΑΔ, ΓΕ ἐπιπέδων καὶ τῶν ἀπεναντίον ὄντων ἐπιπέδων ἐκβεβλημένων ἔσται στερεὸν παραλληλόγραμμον ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχόμενον ὧν τὰ δύο ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

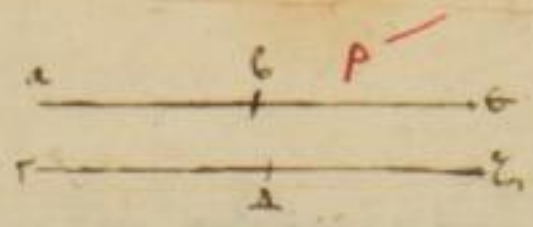
ια΄ Η τοῦ στερεοῦ παραλληλογράμμου στερεοῦ ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχομένου ὧν τὰ δύο ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστίν, ἑνὸς τῶν ἐπιπέδων τῶν παραλλήλων διάμετρος εὐθεῖα δίχα τέμνεται ὑπὸ παντὸς ἐπιπέδου διὰ τῆς διαμέτρου παραλλήλου ὄντος τοῖς ἐπιπέδοις τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις παραλληλογράμμοις.

Ἔστω στερεοῦ παραλληλογράμμου στερεοῦ ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχομένου ὧν τὰ δύο ἀπεναντίον ὄντα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα παραλληλόγραμμα ἐστὶν τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπίπεδα, ἔτι δὲ τὰ ΑΖ, ΓΗ, ΔΕ, ΒΘ, καὶ τοῦ ΑΗ στερεοῦ παραλληλογράμμου ἑνὸς τῶν ἐπιπέδων τῶν παραλλήλων διάμετρος ἔστω εὐθεῖα ἡ ΚΛ· λέγω ὅτι ἡ ΚΛ δίχα τέμνεται ὑπὸ παντὸς ἐπιπέδου διὰ τῆς ΚΛ διαμέτρου παραλλήλου ὄντος τοῖς ἐπιπέδοις τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις παραλληλογράμμοις.

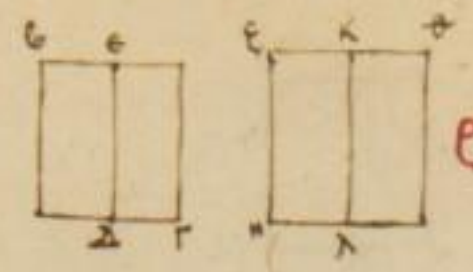



Γ
Δ
Ε


Γ
Δ
Β
Λ
Ε
Η



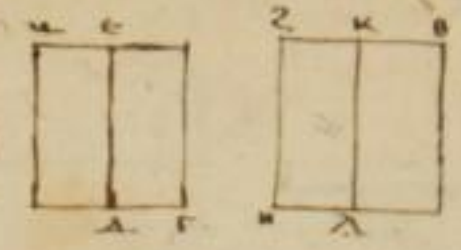
ρ΄ Ἡ τῶν εὐθειῶν ἐν ἐπιπέδῳ τόπου ποιοῦσα γραμμὴ εὐθεῖα καὶ
μετ' ἀλλήλων ἐστὶν ἢ ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλομένη ἢ ἐπὶ σημεῖον
τόπου ποιοῦσα ἴσην ἐστὶ καὶ τῇ ἀφ' ἧς ἤρξατο εὐθείᾳ. ἐὰν γὰρ
μετ' ἀλλήλων ἐστὶν ἡ ΑΒ τόπου ποιοῦσα τὴν ΓΔ, ἐπεὶ ἐφαρμόσει
τὸ Α ἐπὶ τὸ Γ καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Δ. ἐφαρμοσάντων δὲ τῶν Α, Β
διὰ τὸ μετ' ἀλλήλων εἶναι τὰς ΑΒ, ΓΔ ἐφαρμόσει καὶ τὸ ΑΕ
ἐπὶ τὸ ΓΖ διὰ τὸ μετ' ἀλλήλων εἶναι τὰς ΑΕ, ΓΖ. καὶ ἐπεὶ
ἐφαρμοσάντων τῶν ΑΒ, ΓΔ ἐφαρμόσει καὶ τὸ ΑΕ ἐπὶ τὸ ΓΖ,
κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ΑΒ ἐφαρμόσει ἄρα καὶ τὸ ΒΕ ἐπὶ τὸ
ΔΖ. καὶ ἐφαρμοσάντων τῶν Α, Β ἐπὶ τὰ Γ, Δ ἐφαρμόσει καὶ τὸ
ΒΕ ἐπὶ τὸ ΔΖ· ὥστε καὶ τὰ Ε, Ζ ἐφαρμόσει ἐπὶ τὰ Ζ, Κ. καὶ τὸ
ΑΕ ἐφαρμόσει ἐπὶ τὸ ΓΖ· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον ἐφαρμόσει
ἐπὶ τὸ ΓΔΖ τρίγωνον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΓΔΖ
τριγώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἐφαρμοσάντων τῶν ΑΒ, ΓΔ ἐφαρμόσει καὶ τὸ
ΑΕ ἐπὶ τὸ ΓΖ, ἐφαρμόσει δὲ καὶ τὸ ΒΕ ἐπὶ τὸ ΔΖ, ἴση ἄρα ἐστὶ
καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΓΖ καὶ ἡ ΒΕ τῇ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΓΖ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΖΚ. καὶ ἡ ΓΖ ἄρα τῇ
ΖΚ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἐφαρμοσάντων τῶν Α, Β ἐπὶ τὰ Γ, Δ
ἐφαρμόσει καὶ τὸ ΑΕ ἐπὶ τὸ ΓΖ, ἐφαρμόσει δὲ καὶ τὸ ΒΕ ἐπὶ τὸ
ΔΖ, ἐφαρμόσει ἄρα καὶ τὸ Ε ἐπὶ τὸ Ζ. ἐφαρμόσει δὲ καὶ τὸ Ζ ἐπὶ
τὸ Κ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΖ τῇ ΖΚ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα τῷ Ε ἐστὶ
καὶ τὸ Ζ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Κ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Ε, Ζ, Κ. καὶ ἐπεὶ ἐφαρμοσάντων τῶν ΑΒ, ΓΔ ἐφαρμόσει καὶ
τὸ ΑΕ ἐπὶ τὸ ΓΖ, ἐφαρμόσει δὲ καὶ τὸ ΒΕ ἐπὶ τὸ ΔΖ, ἐφαρμόσει
ἄρα καὶ τὸ Ε ἐπὶ τὸ Ζ. ἐφαρμόσει δὲ καὶ τὸ Ζ ἐπὶ τὸ Η· ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ ΓΖ τῇ ΖΗ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα τῷ Ε ἐστὶ καὶ τὸ Ζ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Η· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Ε, Ζ, Η. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Ε, Ζ, Κ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ
Κ καὶ τὸ Η· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ
ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Θ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα
ἐφαρμόσει τὰ Κ, Η, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Η, Θ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Θ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Λ·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Θ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Θ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Λ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Λ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Μ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Λ, Μ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Λ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Μ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ν· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Μ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Μ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ν· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ν. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ξ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ν, Ξ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ν, Ξ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ξ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Ξ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ξ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ο·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ξ, Ο. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Ξ, Ο. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ο· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ο. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ο. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Π· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ο, Π. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ο, Π. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Π· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Π. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Π. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ρ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Π, Ρ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Π, Ρ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ρ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ρ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ρ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Σ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ρ, Σ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ρ, Σ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Σ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Σ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Σ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Τ·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Σ, Τ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Σ, Τ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Τ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Τ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Τ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Υ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Τ, Υ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Τ, Υ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Υ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Υ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Υ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Φ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Υ, Φ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Υ, Φ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Φ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Φ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Φ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Χ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Φ, Χ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Φ, Χ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Χ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Χ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Χ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ψ·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Χ, Ψ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Χ, Ψ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ψ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ψ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ψ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ω· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ψ, Ω. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ψ, Ω. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Ω· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ω. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Ω. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Α· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Ω, Α. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ω, Α. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Α· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Α. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Α. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Β· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Α, Β. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Α, Β. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Β· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Β. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Β. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Γ·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Β, Γ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Β, Γ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Γ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Γ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Γ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Δ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Γ, Δ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Γ, Δ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Δ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Δ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Δ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ε· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Δ, Ε. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Δ, Ε. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ε· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ε. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ε. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ζ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ε, Ζ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ε, Ζ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ζ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Ζ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ζ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Η·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ζ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Ζ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Η· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Η. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Θ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Η, Θ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Η, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Θ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Λ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Θ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Θ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Λ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Λ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Μ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Λ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Λ, Μ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Μ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ν·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Μ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Μ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ν· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ν. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ξ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ν, Ξ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ν, Ξ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Ξ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ξ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Ξ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ο· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Ξ, Ο. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ξ, Ο. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ο· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ο. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ο. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Π· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ο, Π. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ο, Π. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Π· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Π. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Π. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ρ·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Π, Ρ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Π, Ρ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ρ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ρ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ρ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Σ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ρ, Σ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ρ, Σ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Σ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Σ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Σ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Τ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Σ, Τ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Σ, Τ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Τ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Τ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Τ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Υ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Τ, Υ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Τ, Υ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Υ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Υ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Υ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Φ·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Υ, Φ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Υ, Φ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Φ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Φ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Φ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Χ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Φ, Χ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Φ, Χ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Χ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Χ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Χ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ψ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Χ, Ψ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Χ, Ψ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ψ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ψ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ψ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ω· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ψ, Ω. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ψ, Ω. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ω· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Ω. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ω. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Α·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ω, Α. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Ω, Α. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Α· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Α. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Α. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Β· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Α, Β. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Α, Β. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Β· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Β. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Β. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Γ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Β, Γ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Β, Γ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Γ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Γ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Γ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Δ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Γ, Δ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Γ, Δ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Δ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Δ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Δ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ε·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Δ, Ε. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Δ, Ε. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ε· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ε. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ε. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ζ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ε, Ζ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ε, Ζ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Ζ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ζ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Ζ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Η· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Ζ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ζ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Η· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Η. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Η. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Θ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Η, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Η, Θ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Θ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει
τὰ Κ, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Θ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Λ·
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Θ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Θ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Λ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Λ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Λ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Μ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Λ, Μ. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Λ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ
Μ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ
Κ, Μ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ν· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ
Κ, Μ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Μ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ν· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ν. ἐπὶ τοῦ
αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ν. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δὲ καὶ τὸ Ξ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ
ἄρα ἐφαρμόσει τὰ Κ, Ν, Ξ. ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ τὰ Κ, Ν, Ξ. ἐπὶ
τοῦ αὐτοῦ ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Κ καὶ τὸ Ξ· ἐπὶ τὰ αὐ



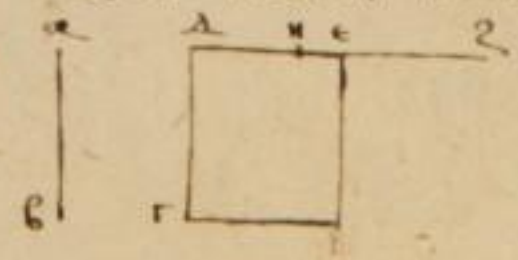
Β αὐτῶν. καὶ ἐὰν ὁλη τῇ συγκειμένῃ ἐκ τῆς καθ' ἣν ἐστὶν ἡ
ΓΖ καὶ ἀποτομὴ ἄρα τετάρτη ἐστὶν ἡ ΚΘ· ἡ δὲ ΚΘ ἀποτομή ἐστι καὶ
ἀποτομῆς, ἧς ἀρτίως προεγράψαμεν, ὅστις αὐτὸς ἀεὶ ἐστιν. βλαστανούσῃ ἡ
ἄρα ὅλῃ τοιαύτῃ τοιαῦται δύο ἀποτομαὶ γίνονται βλαστανούσῃ.

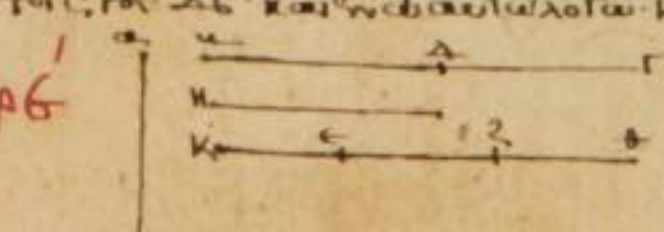
Α Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ἐκτεθείσης ἀφαιρεθῇ ἀπὸ μείζονος μήκει σύμμετρος ἑαυτῇ μόνον τὸ ὅλον ποιοῦσα ῥητὸν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἀποτομή· ῥητὴ γὰρ ἐκτεθεῖσα ἡ ΑΒ τὸ ὅλον τὸ ΑΓ ῥητὸν ποιοῦσα, ἀπὸ δὲ τῆς ΑΒ τῇ ΒΔ σύμμετρος ἑαυτῇ μόνον ἔστω· ἡ ΑΔ ἄρα ῥητή ἐστιν καὶ σύμμετρος τῇ ΑΒ μήκει· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΒ, καὶ συνθέντι ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ μήκει· καὶ ἔστιν ἡ ΓΒ δύναμει σύμμετρος τῇ ΒΔ· ἐὰν γὰρ ἀπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ ἀφαιρεθῇ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ, ἡ λοιπὴ ἡ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴση ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ· ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΑΒ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· καὶ ἡ ΓΒ ἄρα τῇ ΒΔ δυνάμει ἐστὶ σύμμετρος· αἱ ΓΒ, ΒΔ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΓΔ ἄρα ἀποτομή ἐστιν· ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΒΔ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΒΔ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΒ, ΒΔ ἐστὶ ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος

ρα΄

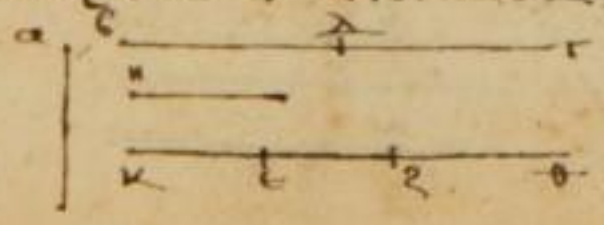


ρβ΄ Ἡ



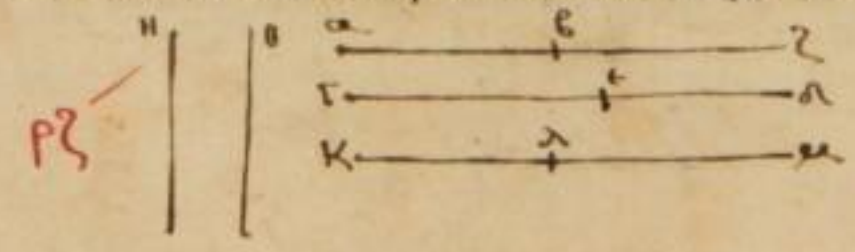


Τὸ ἀπὸ ΕΗ τῆς ΗΔ ἀπὸ ΓΔ ἐστὶ βαλλόμενον εἰς πλάτος ποιοῦν ΕΚ λυόμενον εἰς ἴσα τοῖς ΗΔ ΔΓ· ἴσα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ ΕΗ ΗΔ τοῖς ἀπὸ ΓΔ ΔΗ ὀρθὰς οἵ· καὶ κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΗΔ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ΕΚ λυομένῳ εἰς τὰς ΓΔ ΔΗ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ τῷ ὑπὸ ΓΔ ΔΗ· ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ ΗΒ ἴσον ἑαυτῷ τὸ ὑπὸ ΒΗ ΗΘ· ἔστι τὸ ἀπὸ ΗΔ ἐκτὸς τὸ ἀπὸ ΗΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΔ ΔΗ λυομένῳ εἰς τὰς ΒΗ ΗΘ· ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ ἴσον τῷ ὑπὸ ΓΔ ΔΗ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΗ ΗΘ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΕ οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς ΗΘ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν ἡ δευτέρα ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ τὸ ἐμβαδὸν ἴσον τῷ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ τρίτης περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν ἡ δευτέρα ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ τὸ ἐμβαδὸν ἴσον τῷ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ τρίτης περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν ἡ δευτέρα ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ τὸ ἐμβαδὸν ἴσον τῷ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ τρίτης περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ρε'

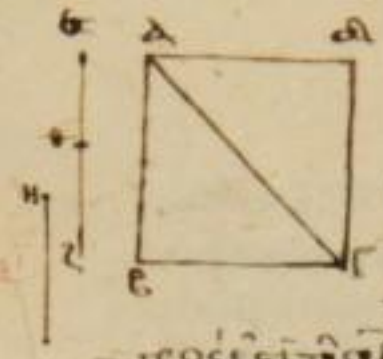
ε΄



ἐὰν ὁ ΑΓ τόα πότης β ἐὰν δὲ τρία καὶ τόα πότης δ ἐὰν δὲ
τέσσαρα καὶ τόα πότης ε καὶ ἑξῆς καὶ τῶν πότων δὲ β ἐὰν ἄρα μέσον
πολύγωνον ὑπὸ πότων ἀρτίων καὶ τῶν ἐν κύκλῳ ἰσογωνίων ἐστί,
ὁρθὴν ἔστω ἡμικυκλίῳ τῷ ΑΓΒ ἡ ΑΓ καὶ τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ
καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνον τὸ ΑΕΖΔ καὶ ἀναπεπληρώσθω
τὸ ΓΕ· καὶ διήχθω ἡ ΔΖ ἐπὶ τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ ΗΓ·
ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗΓ τμῆμα τῷ ΑΓ ἡμικυκλίῳ.

Ἀ πόλεις δὲ πολυγώνους λέγουσιν εἶναι καὶ οὐδετέρας τῶν πόλεων
τῶν πολυγώνων λέγουσιν εἶναι πολιτικὰς πόλεις ἀλλ' ἢ τὰς ἀρτίους
ἀλλ' οὐκ ἀρτιοπλεύρους· καὶ οὐδετέρα τῶν πόλεων λέγουσιν εἶναι
ἐν κύκλῳ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ· καὶ τὰς ὑπὸ ἀρτίων καὶ ἐν κύκλῳ
ἰσογωνίων· τὰς δὲ ὑπὸ περισσῶν καὶ ἐν κύκλῳ ἰσογωνίων
πόλεις ἀλλ' οὐκ ἀρτιοπλεύρους· τὰς δὲ ὑπὸ ἀρτίων καὶ ἐν κύκλῳ
ἀνίσων πόλεις ἀλλ' οὐκ ἀρτιοπλεύρους· τὰς δὲ ὑπὸ περισσῶν καὶ
ἐν κύκλῳ ἀνίσων πόλεις ἀλλ' οὐκ ἀρτιοπλεύρους· ὁμοίως δὲ τούτοις
βαίνουσι φανερόν, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ἀρτίων ἰσογωνίων πόλις ἐν τῷ
ἡμικυκλίῳ ἀρτιοπλεύρους ἔχει τὰς πλευράς· ἡ δὲ ὑπὸ περισσῶν
ἰσογωνίων πόλις ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἀρτιοπλεύρους ἔχει τὰς πλευράς·
ἡ δὲ ὑπὸ ἀρτίων ἀνίσων πόλις ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἀρτιοπλεύρους ἔχει
τὰς πλευράς· ἡ δὲ ὑπὸ περισσῶν ἀνίσων πόλις ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ
ἀρτιοπλεύρους ἔχει τὰς πλευράς· ἄλλως.

Γ πόλεως ἰσογωνίου ἐν κύκλῳ ἀρτιοπλεύρου τῆς ΑΒΓΔΕΖ ἡ ΑΔ
διάμετρος ἔστω· ὅτι ἡ ΑΔ τῶν ΑΒΓΔΕΖ πλευρῶν ἴσων οὐσῶν καὶ
ἀρτίων τὸ ἥμισυ ἐστὶ καὶ τῶν ἐν κύκλῳ ἰσογωνίων καὶ ἀρτίων
πλευρῶν τὸ ἥμισυ ἐστὶ καὶ τῶν ἐν κύκλῳ ἀνίσ



σχημα δ΄ταν τοῦ ἡμισείος πρὸς τὴν διάμετρον λόγος τὴν αὐτὴν ἔχῃ ὑπερέχον τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τετραγώνῳ τὸν διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενον τετράγωνον ὁ ἄρα διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενος τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ καὶ ἐπὶ τὴν ἐκκειμένην εὐθεῖαν παραβαλλομένῳ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ. ἔστω ἡμισείος μὲν ἡ ΑΒ διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ καὶ ἐκκείσθω ἡ Η καὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ΑΔΓΒ· λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς Η καὶ τῷ ΑΔΓΒ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς Η, ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΑΔΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς Η. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς Η, κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὸ ἄρα ΑΔΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἀλλὰ τῷ μὲν ΑΔΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· τὸ γὰρ ΑΔΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η· τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Η ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η· ὁ ἄρα ἀπὸ τῆς Η τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἀφ΄ ἑαυτοῦ καὶ τῷ ΑΔΓΒ. ὁ ἄρα διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενος τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ καὶ ἐπὶ τὴν ἐκκειμένην εὐθεῖαν παραβαλλομένῳ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε΄ λημμα

Ἀκόλουθον δὲ τούτοις ἐστὶ τὸ τὸν ἡμισείος πρὸς τὴν διάμετρον λόγον τὴν αὐτὴν ἔχειν ὑπερέχον τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τετραγώνῳ τὸν διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενον τετράγωνον. ἔστω ἡμισείος μὲν ἡ ΑΒ διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ καὶ ἐκκείσθω ἡ Η καὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ΑΔΓΒ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΑΔ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς Η, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΑΔ. ὁ ἄρα διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενος τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ καὶ ἐπὶ τὴν ἐκκειμένην εὐθεῖαν παραβαλλομένῳ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε΄ λημμα

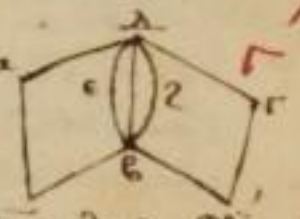
Ἀκόλουθον δὲ τούτοις ἐστὶ τὸ τὸν ἡμισείος πρὸς τὴν διάμετρον λόγον τὴν αὐτὴν ἔχειν ὑπερέχον τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τετραγώνῳ τὸν διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενον τετράγωνον. ἔστω ἡμισείος μὲν ἡ ΑΒ διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ καὶ ἐκκείσθω ἡ Η καὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ΑΔΓΒ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΑΔ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς Η, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΑΔ. ὁ ἄρα διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενος τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ καὶ ἐπὶ τὴν ἐκκειμένην εὐθεῖαν παραβαλλομένῳ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

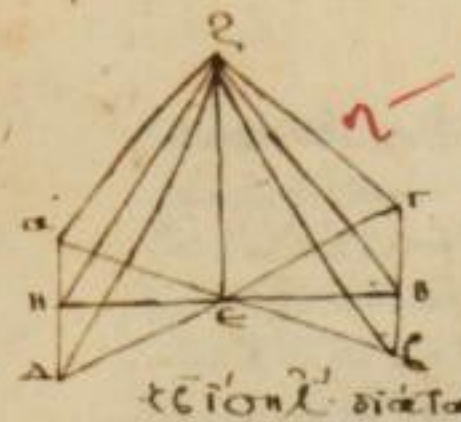
ε΄ λημμα

Ἀκόλουθον δὲ τούτοις ἐστὶ τὸ τὸν ἡμισείος πρὸς τὴν διάμετρον λόγον τὴν αὐτὴν ἔχειν ὑπερέχον τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τετραγώνῳ τὸν διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενον τετράγωνον. ἔστω ἡμισείος μὲν ἡ ΑΒ διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ καὶ ἐκκείσθω ἡ Η καὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ΑΔΓΒ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΑΔ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς Η, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΑΔ. ὁ ἄρα διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενος τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ καὶ ἐπὶ τὴν ἐκκειμένην εὐθεῖαν παραβαλλομένῳ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

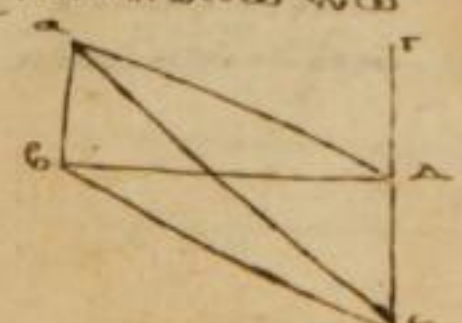
ε΄ λημμα

Ἀκόλουθον δὲ τούτοις ἐστὶ τὸ τὸν ἡμισείος πρὸς τὴν διάμετρον λόγον τὴν αὐτὴν ἔχειν ὑπερέχον τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τετραγώνῳ τὸν διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενον τετράγωνον. ἔστω ἡμισείος μὲν ἡ ΑΒ διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ καὶ ἐκκείσθω ἡ Η καὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ΑΔΓΒ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΑΔ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς Η, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΑΔ. ὁ ἄρα διὰ τοῦ ἡμισείος ἀναγραφόμενος τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἀφ΄ ἑαυτοῦ καὶ ἐπὶ τὴν ἐκκειμένην εὐθεῖαν παραβαλλομένῳ ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.


α
β
γ
δ
ε
ζ



πρὸς ταῖς ἐν γωνίαις, τὴν αἰτὴν ΒΒ. καὶ
ταῖς λοιπαῖς ἄρα πλευραῖς τὰ ΑΒΓΔΕ
ἴσας ἕξουσιν τοῖς ΗΘΚΛΜ· τὴν ΘΒ ἑκατέρᾳ
αὐτῶν ΒΒ. καὶ πέντε ἄρα αἱ ΑΒΓΔΕ
καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐταῖς εἰσὶ βάσεις
ἴσαι ἀλλήλαις τὰ ΑΒΓΔΕ τοῖς ΗΘΚΛΜ
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΖΒ τῇ ΒΘ ἴση· καὶ πέντε
αἱ ΖΑ ΖΒ ΖΓ ΖΔ ΖΕ πέντε ταῖς ΖΗ ΖΘ ΖΚ ΖΛ ΖΜ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· καὶ βάσεις αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ
βάσεσιν ταῖς ΗΘ ΘΚ ΚΛ ΛΜ ΜΗ ἴσαι ἀλλήλαις,
ὀρθογώνιον καὶ ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓΔΕ
ἄρα ἐστὶν ὀρθογωνίῳ καὶ ἰσοπλεύρῳ τῷ ΗΘΚΛΜ ἴσον
καὶ ὅμοιον· ἀλλὰ μὴν καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ
τῷ ΗΘΚΛΜ· βάσεις γὰρ εἰσὶ τῶν ἴσων τριγώνων
ἴσαι καὶ ὅμοιαι· καὶ ἰσογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ
ΑΒΓΔΕ τῷ ΗΘΚΛΜ· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ ὅμοιον
καὶ πάλιν ὀρθογώνιον· τὸ δὲ ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ
ἴσον ἐστὶ τοῖς ΑΒΓ ΑΓΔ ΑΔΕ βάσεσιν αἷς ἔχει
ἴσον δὲ καὶ τὸ ΗΘΚΛΜ τοῖς ΗΘΚ ΗΚΛ ΗΛΜ
βάσεσιν αἷς ἔχει· καὶ ἰσογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ
ΑΒΓ ΑΓΔ ΑΔΕ τοῖς ΗΘΚ ΗΚΛ ΗΛΜ· ἴσον ἄρα
καὶ ὅμοιον καὶ πάλιν ὀρθογώνιον· τὸ δὲ ὀρθογώνιον
ἴσον ἐστὶ τοῖς ΑΒΓ ΑΓΔ ΑΔΕ βάσεσιν αἷς ἔχει·

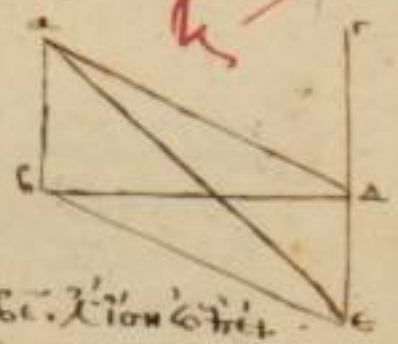

a
r
b
d
e

ξ΄

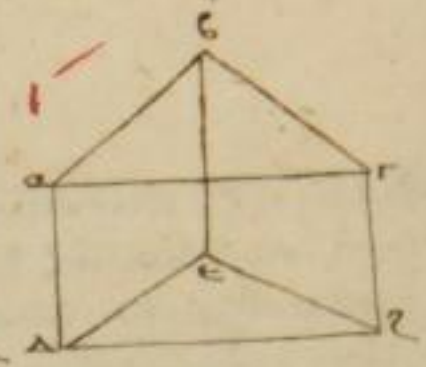
ἐὰν εἰς εὐθεῖαν πέσασα εὐθεῖα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

ε΄ Εἰς γὰρ εὐθεῖαν τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα πεσοῦσα ἡ ΕΗ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΗ, ΕΗΔ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ ΑΒ, ΓΔ ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη συμπεσοῦνται ἢ ἐπὶ τὰ Α, Γ. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη κατὰ τὸ Κ σημεῖον. ἔστιν ἄρα τὸ ΚΕΗ τρίγωνον· καὶ ἐκτὸς ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΗ γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΕΗΔ· ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α, Γ· αἱ δὲ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

η΄ Ἐὰν εἰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα πεσοῦσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, καὶ κάθετος ἔσται ἐπὶ ἑκατέραν τῶν παραλλήλων. καὶ



βλοεθεῖ. καὶ ποιῶν λ ια β τῶν ε κοινὴ
ιβ δ. δυοσὶ αἱ αβ βδ δυσὶ ταῖς δβ ἴσαι
εἰσὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αδβ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δβ
ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀδ τρίγωνον τριγώνῳ τῷ
ἴσον καὶ ὅμοιον τὸ αβδ τρίγωνον τῷ δβε τριγώνῳ
ἐστὶ δὲ καὶ τὸ αβδ τρίγωνον τῷ αγδ τριγώνῳ
ἴσον καὶ ὅμοιον· ἑκάτερον ἑκατέρῳ· καὶ ἄρα καὶ
ἡ γωνία ἡ ὑπὸ αδγ τῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ αδβ ἴσον ἐστὶ
καὶ ὀρθή· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ βδγ· πρὸς τὴν αδ
ἄρα εὐθεῖαν καὶ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δ σημείου
τῇ αδ πρὸς ὀρθὰς ἐστὶν ἡ δγ· ἡ δγ ἄρα ἐφάπτεται
τοῦ διὰ τῶν α β δ κύκλου· ἐφάπτεται δὲ καὶ ἡ αγ·
ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γα γβ μετὰ
τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τῷ ἀπὸ τῆς γε, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν
γα γβ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς
γε μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ·
κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς γδ· λοιπὸν ἄρα τὸ
ἀπὸ τῆς γε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ· ἴση ἄρα
ἡ γε τῇ γδ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ γδ τῇ γα ἴση· καὶ ἡ γα
ἄρα τῇ γε ἐστὶν ἴση· ἡ γα ἄρα τῶν α β δ κύκλου
ἐφαπτομένη ἴση ἐστὶ τῇ γε· ἐφάπτεται δὲ καὶ ἡ
γε· ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ γ δύο
εὐθεῖαι πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν, ἐφάπτονται
δὲ τοῦ κύκλου αἱ εὐθεῖαι, καὶ ἴσαι ἔσονται· καὶ
ἡ γε ἄρα τῶν α β δ κύκλου ἐφαπτομένη ἴση ἐστὶ
τῇ γα ἐφαπτομένῃ· καὶ ἐὰν οὖν ἐκ τοῦ κέντρου
τοῦ κύκλου καὶ ἐκ τοῦ γ ἑτέρα τις εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ,
ὅτι πρὸς ὀρθὰς ἐστὶ τῇ ἐφαπτομένῃ τῇ ἀπὸ τοῦ
ἐκτὸς τοῦ κύκλου· ἐπιζευχθείσης οὖν τῆς ζγ καὶ
τῆς ζδ, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ηβ τῇ βδ, κοινὴ δὲ ἡ βζ,
δύο δὴ αἱ ηβ βζ δυσὶ ταῖς δβ βζ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ηβζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δβζ
ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ηζ βάσει
τῇ ζδ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ηβζ τρίγωνον τῷ δβζ
τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς
γωνίαις ἴσαι ἔσονται· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ηζβ
γωνία τῇ ὑπὸ δζβ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ηζβ
γωνία τῇ ὑπὸ δζβ, ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ ηζβ ἐφεξῆς
ἐστὶ τῇ ὑπὸ ηζγ, ἡ δὲ ὑπὸ δζβ ἐφεξῆς ἐστὶ τῇ
ὑπὸ δζκ, αἱ δὲ ἐφεξῆς γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν
ὀρθαί, ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ηζγ δζκ·
ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὴν ζκ ἐπιζευγνυμένη ἐφάπτεται
τοῦ διὰ τῶν α β δ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι
καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐφάπτεται τοῦ κύκλου ἡ ἐπιζευγνυμένη
ἡ ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὴν ζκ· ἐὰν ἄρα κύκλου
ἐφάπτηται τις εὐθεῖα καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν
ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος
ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην· καὶ ἐὰν ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην
κάθετος ἀπὸ τοῦ ἁφῆς ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἐπὶ
ταύτης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ια΄

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων ὦσι καὶ ἀπ' αὐτῶν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων ὦσιν ἐκτὸς τοῦ κύκλου ἑκατέρα ἑκατέρας, ἃ μὲν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ἃ δὲ ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ἡ δὲ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν γωνία ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ὑπὸ τῶν ἁπτομένων, ἡ ὑπὸ τῶν ἁπτομένων περιεχομένη γωνία ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τέσσαρσιν ὀρθαῖς.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐκτὸς ἁπτέσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΕ, ΔΖ κατὰ τὰ Β, Γ σημεῖα, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Α κέντρον τοῦ κύκλου ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΒΓ· λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ὑπὸ τῶν ἁπτομένων, ἡ ὑπὸ τῶν ΔΒΓ περιεχομένη γωνία, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία ἐλάσσων ἐστὶν ἢ δύο ὀρθαῖς.

Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ, ἴση ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· καὶ ἐπεὶ ἐπὶ μιᾶς τῶν ΑΒ ἁπτομένης εὐθείας τῆς ΔΕ καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς Β ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐπέζευκται ἡ ΑΒ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ὀρθή ἐστιν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ὀρθή ἐστιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΕ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΖ ἐστὶν ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΓΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΒ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΕΒ τῇ ΖΓ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΕ δυσὶ ταῖς ΔΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΖ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΕ βάσει τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΔΒΕ τρίγωνον τῷ ΔΓΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι λοιπαῖς ταῖς ὑπὸ τὰς ἴσας πλευρὰς ἴσαι ἔσονται· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΕ τῇ ὑπὸ ΓΔΖ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΔΓ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΓ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσων ἐστίν, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΔΖ ἄρα τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσων ἐστίν.

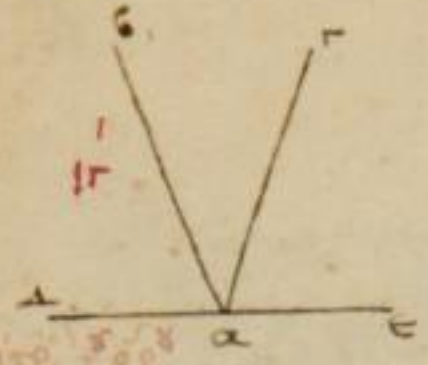
ιβ΄

Τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐφαπτομένου ἐπιπέδου εὑρεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς κέντρον τὸ Α, καὶ τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τῆς σφαίρας τὸ Β· δεῖ δὴ τοῦ Β σημείου ἐφαπτόμενον ἐπίπεδον εὑρεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς σφαίρας τυχὸν σημεῖον τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Δ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΔΕ, ΖΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΕ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΕ γωνία ὀρθή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΕ, ἴση ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΕΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ ὀρθή ἐστιν, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΒΑΕ, ΒΕΑ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΕΑ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΑ τῇ ὑπὸ ΑΔΕ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΑΕ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ ΑΔΕ, ΔΑΕ, ΑΕΔ τῇ ὑπὸ ΒΑΕ εἰσὶν ἴσαι· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΒΑΕ, ΒΕΑ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΔΕ, ΔΑΕ, ΑΕΔ ἄρα μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΑΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΖ τῇ ὑπὸ ΔΑ

Καὶ ἐπεὶ τῶν ΑΒΓ στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἡ μὲν ΑΒ βάσις τῆς ΔΕ βάσεως μείζων ἐστίν, ἡ δὲ

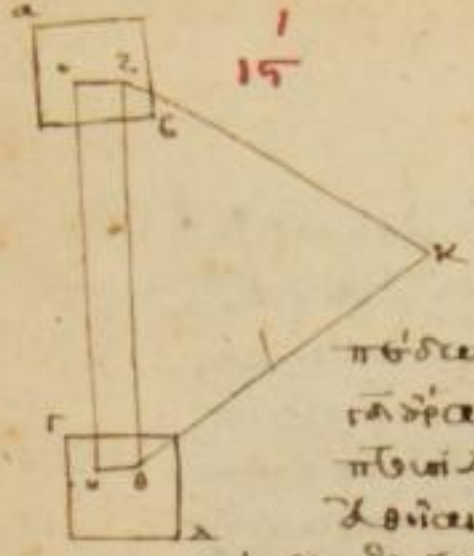


Ἐὰν ἀπὸ τυχόντος σημείου ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον δύο εὐθεῖαι γωνίαν περιέχουσαι ἐπιζευχθῶσιν, ἡ ἐπιζευγνύουσα τὸ σημεῖον καὶ τὴν κορυφὴν τῆς γωνίας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐστίν.

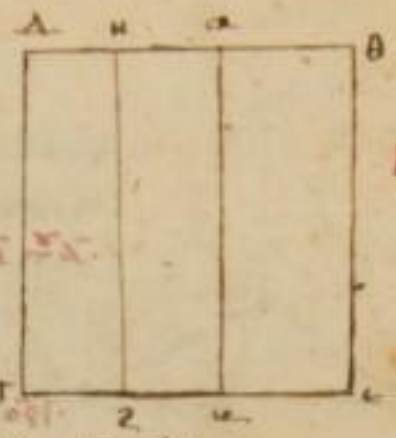
Ἀπὸ τυχόντος σημείου τοῦ Α ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΑΓ γωνίαν περιεχέτωσαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΔ ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ἔστω· λέγω, ὅτι ἡ ΑΔ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐστίν.

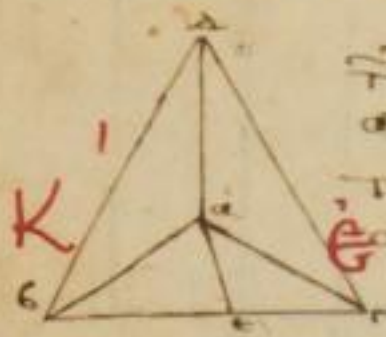
Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλεῖ τι μέρος αὐτῆς ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τοῦ ἐπιπέδου· ἐκβεβλήσθω καὶ ἔστω ἡ ΑΕ. ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶν ἡ ΒΑΓ, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ καὶ ἡ ΒΑΕ· ὥστε ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία ἐν ἐπιπέδῳ ἐστὶ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ ἐν ᾧ εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι. ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ ἐν ᾧ εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι ἐστὶ καὶ τὸ Β σημεῖον· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΕ γωνία ἐν ἐπιπέδῳ ἐστὶ τῷ ἐν ᾧ εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· ἐν ἐπιπέδῳ ἄρα ἐστὶ τῷ ἐν ᾧ εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι καὶ ἡ ΑΔ ἄρα ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶν ἐν ᾧ εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι· ἐν ἐπιπέδῳ ἄρα ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ ἡ ΑΔ

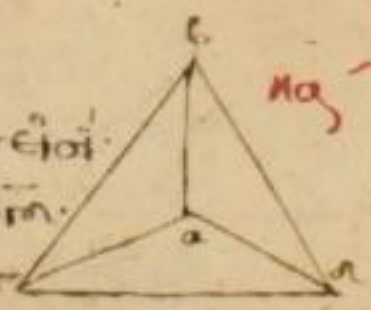
διὰ τοῦ Ν παράλληλος ἤχθω ἡ ΝΞ· ἐπεὶ οὖν εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ, ΝΞ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΝΚ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΝΞ, ΝΚΔ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΝΞ τῇ ΑΒ, καὶ ἐπ' αὐτὰς ἐνέπεσεν εὐθεῖα ἡ ΑΔ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΝΞ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστιν ἴση· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΝΞ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΝΞ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΝΞ τῇ ΑΒ, καὶ ἐπ' αὐτὰς ἐνέπεσεν εὐθεῖα



ἐὰν εἰς πέντε ἴσα διαιρεθῇ ἑνὸς δὲ τῶν σημείων τοῦ Κ τοῦ πρὸς τῷ Κ τῆς βάσεως ἐπὶ τὰ πέρατα ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι αἱ ΚΑ ΚΓ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς βάσεως τὰ Α Γ τρίγωνα ἐπὶ τῆς βάσεως ἰσοσκελῆ συστήσονται ὧν αἱ πλευραὶ διὰ τὸ πλῆθος τῶν σημείων ἐκείνων ἐφ' ὧν ἡ βάσις ἐνηρμόσθη ἀνίσους ποιοῦσι τοὺς ἐπὶ τῆς βάσεως γωνίας ἀλλ' οὐδὲ ἐπὶ τὰ ἐναντία μεταπεσοῦνται αἱ πλευραὶ τῶν τριγώνων ἐπὶ τὰ ἐναντία τῶν ἐπὶ τῆς βάσεως γωνιῶν ἔσονται αἱ πρὸς τῷ Κ τῶν ἐπὶ τῆς βάσεως γωνιῶν ἐλάττονες ἢ αἱ πρὸς τῷ Κ τῶν ἐπὶ τῆς βάσεως γωνιῶν μείζονες ἔσονται ἢ αἱ πρὸς τῷ Κ τῶν ἐπὶ τῆς βάσεως γωνιῶν ἴσαι ἔσονται ἢ αἱ πρὸς τῷ Κ τῶν ἐπὶ τῆς βάσεως γωνιῶν ἐλάττονες ἢ μείζονες ἔσονται ἢ ἴσαι ἔσονται ἢ


A
H
Θ
I
Z
K


A
K
E
B
Γ



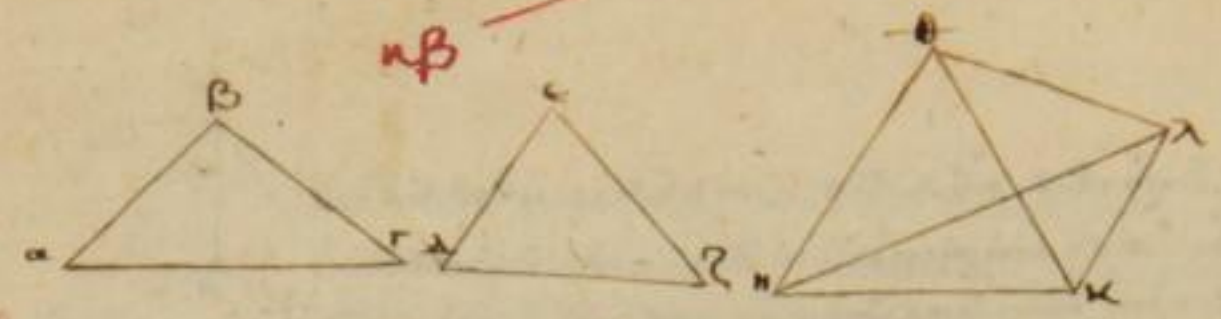
Mag

αἱ ΔΕΑ ὑπὸ ΓΔΑ τῆς ὑπὸ ΓΔΒ μείζονες εἰσὶ
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ μὲν ὑπὸ ΔΕΑ, ΔΑΕ τῆς
μείζονες εἰσὶ καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΔΑΕ, ΔΕΑ τῆς ὑπὸ
ΓΔΒ μείζονες εἰσὶν· αἱ ἄρα ΓΔ, ΔΑ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΔΑ
ΓΔΑ. ἴση ἐστὶ καὶ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΕΖ τῆς ὑπὸ ΓΔΒ μείζων
ἐστίν. καὶ αἱ ὑπὸ ΔΕΖ, ΔΖΕ ἄρα τῶν ὑπὸ ΓΔΒ, ΓΔΑ μείζονες
εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ, καὶ
πλευρὰ ἡ ΔΖ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΔΒ
ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΔΖ ἄρα τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΗΔ, ΔΒ
ταῖς ΗΔ, ΔΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΔΒ
γωνίας τῆς ὑπὸ ΗΔΖ μείζων ἐστίν· ἡ ἄρα ΗΒ τῆς ΗΖ μείζων ἐστίν.
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΒ, ΗΖ τῆς ΗΚ μείζων
ἐστίν· αἱ ΗΒ, ΗΖ ἄρα τῆς ΗΚ μείζονες εἰσίν. φανερὸν ὅτι καὶ
αἱ ΑΕ, ΑΚ τῆς ΑΗ μείζονες εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες
εἰσὶ πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, δυνατὸν δὲ ἐστὶ τὰς ἴσας αὐταῖς
γωνίας συστήσασθαι τρίγωνον· ἀνάγκη δὲ τὰς τρεῖς γωνίας τὰς
δοθείσας μὴ ἐλάττονας εἶναι δυσὶν ὀρθαῖς.

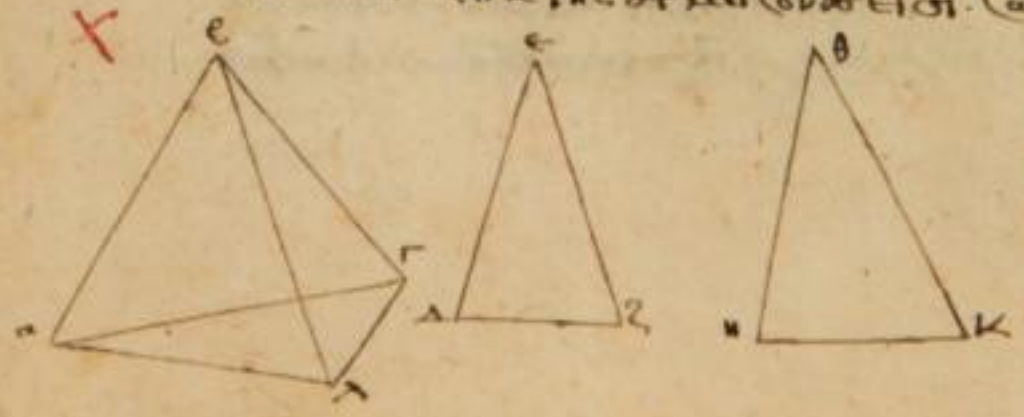
ΚΒ

Ἔστωσαν τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ, ΗΘΚ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς
μείζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ
τῆς ὑπὸ ΗΘΚ, αἱ δὲ ὑπὸ ΔΕΖ, ΗΘΚ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ
ΗΘΚ, ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΔΕΖ. καὶ ἔστω δυνατὸν τρίγωνον συστήσασθαι
τὸ ΛΜΝ γωνίας ἴσας ἔχον ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ, ΗΘΚ, καὶ ἔστω
τὸ ΛΜΝ, ὥστε τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν ἴσην εἶναι τῇ ὑπὸ ΜΛΝ,
τὴν δὲ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΛΜΝ, τὴν δὲ ὑπὸ ΗΘΚ τῇ ὑπὸ ΛΝΜ·
ἀνάγκη δὴ τὰς τρεῖς γωνίας τὰς δοθείσας μὴ ἐλάττονας εἶναι δυσὶν
ὀρθαῖς. ἐπεὶ γὰρ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ τῆς ὑπὸ ΗΘΚ μείζονές εἰσιν,
κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ
τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ, ΔΕΖ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ
τῆς ὑπὸ ΔΖΕ μείζονές εἰσιν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ ἄρα τῆς ὑπὸ
ΔΖΕ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ μὴν καὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ
γωνίαι τῇ ὑπὸ ΜΛΝ, ΛΝΜ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΜΛΝ, ΛΝΜ τῆς ὑπὸ ΔΖΕ
μείζων ἐστίν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΜΛΝ τῆς ὑπὸ ΔΖΕ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ
ἡ μὲν ὑπὸ ΜΛΝ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΔΖΕ μείζων
ἐστίν. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΖ, ΖΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΔΖΕ μείζων ἐστίν·
καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσεως τῆς ΔΕ μείζων ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ αἱ ὑπὸ
ΔΕΖ, ΗΘΚ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ μείζονές εἰσιν, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ
ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΕΖ, ΗΘΚ, ΑΒΓ τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ
μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ τῆς ὑπὸ ΔΖΕ μείζονές εἰσιν·
καὶ αἱ ὑπὸ ΔΕΖ, ΗΘΚ, ΑΒΓ ἄρα τῆς ὑπὸ ΔΖΕ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ
μὴν καὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ, ΗΘΚ γωνίαι τῇ ὑπὸ ΜΛΝ, ΛΝΜ·
ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΕΖ, ΜΛΝ, ΛΝΜ τῆς ὑπὸ ΔΖΕ μείζων ἐστίν· ἀφῃρήσθω
κοινὴ ἡ ὑπὸ ΜΛΝ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ λοιπῆς τῆς ὑπὸ ΔΖΕ μείζων
ἐστίν· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΛΜΝ· καὶ ἡ ὑπὸ ΛΜΝ ἄρα τῆς ὑπὸ
ΔΖΕ μείζων ἐστίν· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΗΘΚ· καὶ ἡ ὑπὸ ΛΜΝ
ἄρα τῆς ὑπὸ ΗΘΚ μείζων ἐστίν. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ



πᾶν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ γωνίαν ἴσην ἔχει τῇ ὑπὸ ΚΘΛ καὶ κείσθωσαν αὐτῶν αἱ πρὸς τῇ ΔΕΖ καὶ ΗΘΚ ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΛ, ΚΛ καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΔΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΗΘ, ΘΚ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΘΚ ἴση ἐστίν, βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΗΚ ἐστὶν ἴση καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΗΘΚ τριγώνῳ ἴσον ἔσται καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΗΚΘ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΚΘ τῇ ὑπὸ ΗΚΛ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΚΛ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΚΛ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΚΘΛ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΚΘΛ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΚΛ ἐστὶν ἴση· ἡ ὑπὸ ΗΚΛ ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΘΛ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΗΚΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΗΚΛ, ΗΚΘ τῇ ὑπὸ ΗΚΘ καὶ τῇ ὑπὸ ΚΘΛ ἴσαι εἰσίν· αἱ δὲ ὑπὸ ΗΚΛ, ΗΚΘ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΗΚΘ, ΚΘΛ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ δὲ ὑπὸ ΗΚΘ, ΚΘΛ ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εἰσὶ τῆς ΗΚ εὐθείας τεμούσης τὰς ΚΗ, ΘΛ· αἱ ἄρα ΚΗ, ΘΛ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον οὐ συμπεσοῦνται.

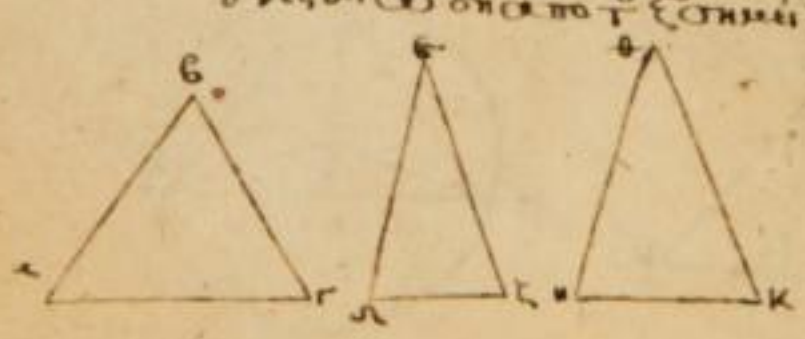
ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

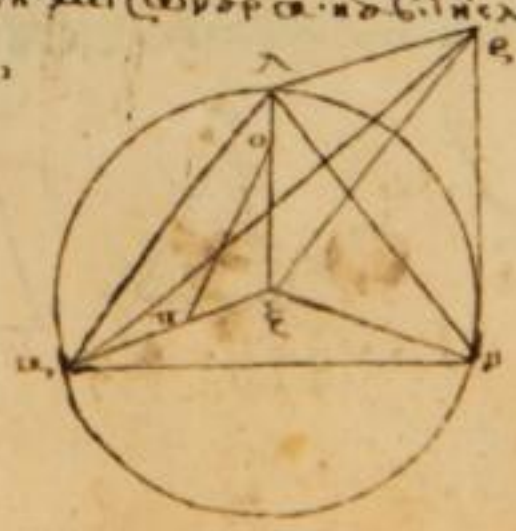


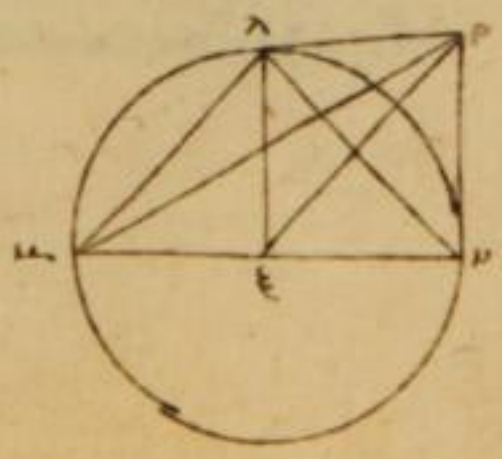
ἀθεία κάθετος πρὸς ἑκατέραν τῶν ἐπιπέδων γωνίας ἴσας περιέχει ταῖς ὑπὸ τῆς κλίσεως. ἀ κγ΄.

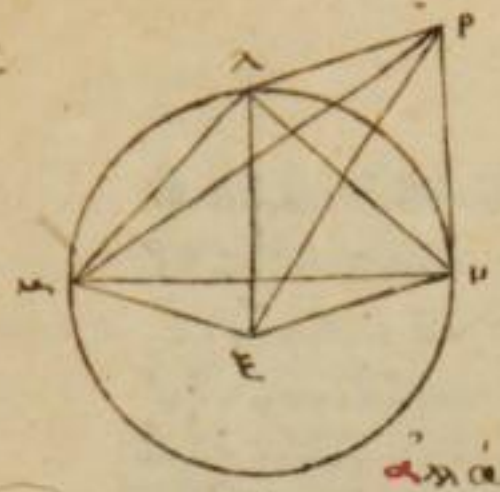
ἔστω ἐπίπεδα τὰ ΑΒ, ΒΓ, κοινὴ δὲ αὐτῶν τομὴ ἔστω ἡ ΔΕ, καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΖΗ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΗΘ, ΗΚ ποιείτωσαν πρὸς τῇ ΔΕ γωνίας ἴσας τὰς ὑπὸ ΖΗΘ, ΖΗΚ. ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΗΘ τῇ ὑπὸ ΖΗΚ.

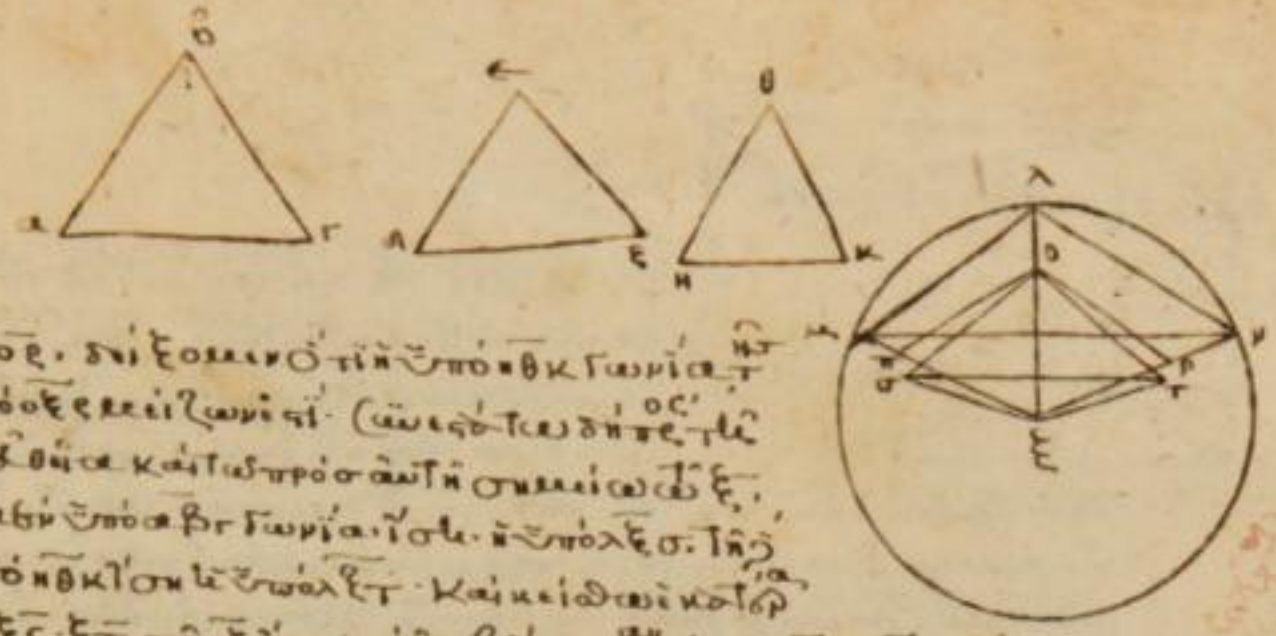
ἀπὸ γὰρ τοῦ Ζ ἐπὶ τὰ ΗΘ, ΗΚ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΖΛ, ΖΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΛ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΖΗ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ, καὶ ἡ ΖΗΘ ἄρα γωνία ὀρθή ἐστιν. ἴση δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΗΚ· καὶ ἡ ΖΗ ἄρα ἐπὶ τὴν ΗΚ κάθετός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ἡ ΖΜ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΗΚ, ἡ ΖΗ δὲ ἐπὶ τὴν ΗΘ, ἡ ΖΗ ἄρα ἐπὶ τὸ διὰ τῶν ΗΚ, ΗΘ ἐπίπεδόν ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ἡ ΖΗ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὸ διὰ τῶν ΗΚ, ΗΘ ἐπίπεδον, ἡ ΖΗ ἄρα ἐπὶ πᾶσαν τὴν ἐν τῷ διὰ τῶν ΗΚ, ΗΘ ἐπιπέδῳ οὖσαν εὐθεῖαν ἁπτομένην αὐτῆς ὀρθή ἐστιν. ἁπτομένη δὲ ἑκατέρας τῶν ΗΚ, ΗΘ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΚ, ΗΘ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΜ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΗΚ, ἡ ΖΗ δὲ ἐπὶ τὴν ΗΚ, ἡ ΖΗ ἄρα ἐπὶ τὸ διὰ τῶν ΖΜ, ΖΗ ἐπίπεδόν ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ἡ ΖΗ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὸ διὰ τῶν ΖΜ, ΖΗ ἐπίπεδον, ἡ ΖΗ ἄρα ἐπὶ πᾶσαν τὴν ἐν τῷ διὰ τῶν ΖΜ, ΖΗ ἐπιπέδῳ οὖσαν εὐθεῖαν ἁπτομένην αὐτῆς ὀρθή ἐστιν. ἁπτομένη δὲ ἑκατέρας τῶν ΖΜ, ΖΗ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΖΜ, ΖΗ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΗ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΗΚ, ἡ ΖΗ ἄρα ἐπὶ τὸ διὰ τῶν ΜΛ, ΛΗ ἐπίπεδόν ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ἡ ΖΗ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὸ διὰ τῶν ΜΛ, ΛΗ ἐπίπεδον, ἡ ΖΗ ἄρα ἐπὶ πᾶσαν τὴν ἐν τῷ διὰ τῶν ΜΛ, ΛΗ ἐπιπέδῳ οὖσαν εὐθεῖαν ἁπτομένην αὐτῆς ὀρθή ἐστιν. ἁπτομένη δὲ ἑκατέρας τῶν ΜΛ, ΛΗ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΜΛ, ΛΗ


G
E
Θ
Α
Γ
Ζ
Κ


Λ
Β
Ο
Η
Ξ
Μ
Π


λ
μ
ξ
ν

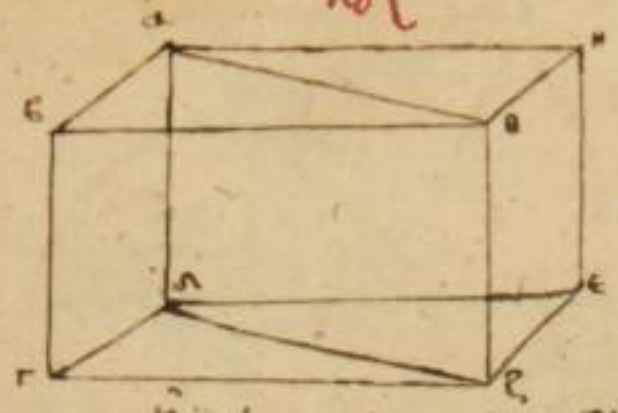

Λ
P
M
N
E



τμήσει. δείξομεν δὴ ὅτι καὶ ὑπὸ ΘΚ γωνία τῇ
ὑπὸ ΕΖΓ ἴση ἐστίν. εἰλήφθω γὰρ τοῦ μὲν ΛΞ
δίχα κατὰ τὸ Ο σημεῖον τὸ Ξ,
τοῦ δὲ ΒΓ τῷ ΛΟ ἴση κείσθω ἡ ΒΠ. ἴση δὲ ἡ ΕΖ τῇ
ΘΚ ἐστίν. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΟΞ ΠΡ. ἐπεὶ οὖν
δύο αἱ ΛΟ ΟΞ δυσὶ ταῖς ΒΠ ΠΡ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΛΟΞ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΠΡ
ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΛΞ βάσει τῇ ΒΡ ἴση ἐστίν. καὶ
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΜΞ τῇ ΡΣ ἐστιν ἴση· καὶ
ἔτι ἡ ΝΞ τῇ ΡΤ ἐστιν ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΜΝ
βάσει τῇ ΣΤ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΛ
τῇ ΣΒ, ἴση δὲ καὶ ἡ ΛΝ τῇ ΒΤ, καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ
ΜΛΝ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΣΒΤ ἴση ἐστίν. βάσις ἄρα ἡ ΜΝ
βάσει τῇ ΣΤ ἴση ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἑκατέρα
τῶν ΜΞ ΝΞ ἑκατέρᾳ τῶν ΣΡ ΡΤ ἴση· καὶ γωνία
ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΞΝ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΣΡΤ ἴση ἐστίν.
καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΜΞΝ τῇ ὑπὸ ΛΟΒ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ
ΣΡΤ ἄρα τῇ ὑπὸ ΛΟΒ ἴση ἐστίν. καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ
ΛΟΒ τῇ ὑπὸ ΕΖΓ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΓ ἄρα τῇ ὑπὸ
ΣΡΤ ἴση ἐστίν. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΣΡΤ τῇ ὑπὸ ΘΚΗ
ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΘΚΗ ἴση ἐστίν.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο
γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ,
μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἔχῃ ἢ τὴν πρὸς ταῖς
ἴσαις γωνίαις κειμένην, ἤτοι τὴν ὑποτείνουσαν
ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς
ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ,
καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει.

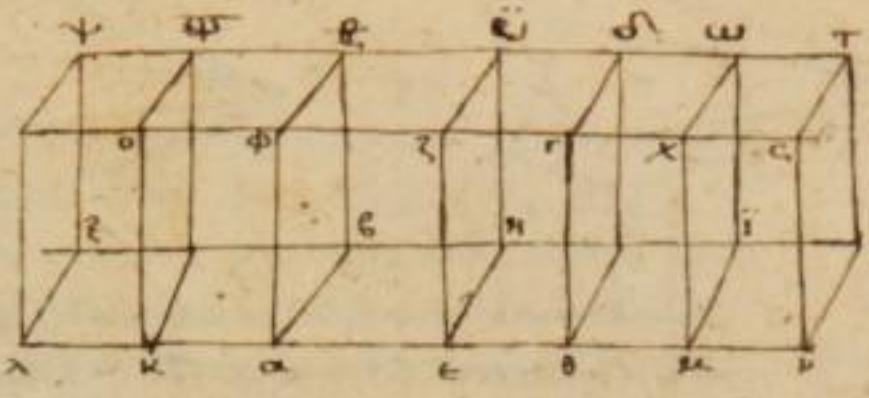
ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς
ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν μὲν γωνίαν τῆς
μιᾶς τῇ γωνίᾳ τῆς ἑτέρας ἴσην, τὴν δὲ πρὸς τῇ
ἴσῃ γωνίᾳ ἑκατέραν τῶν λοιπῶν πλευρῶν τῇ ἑτέρᾳ
ἑκατέρᾳ ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα, καὶ τὸ
λοιπὸν τρίγωνον τῷ λοιπῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει.

242



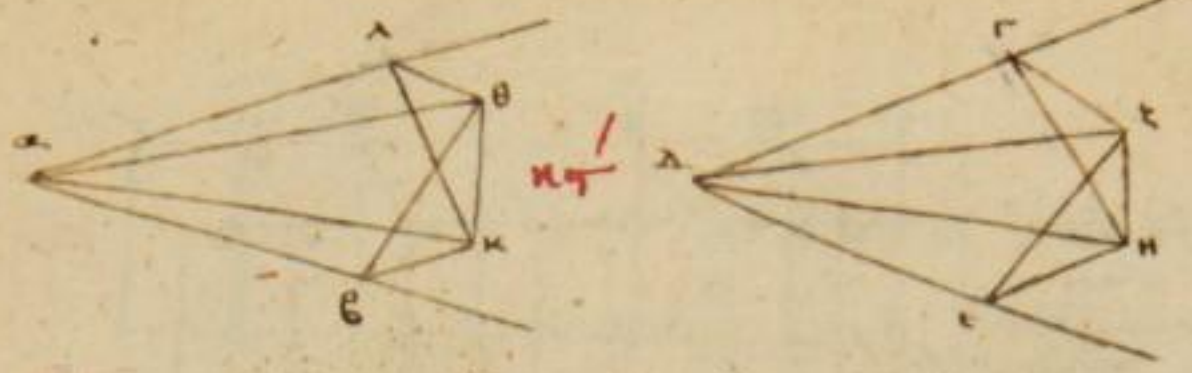
ια

ιβ

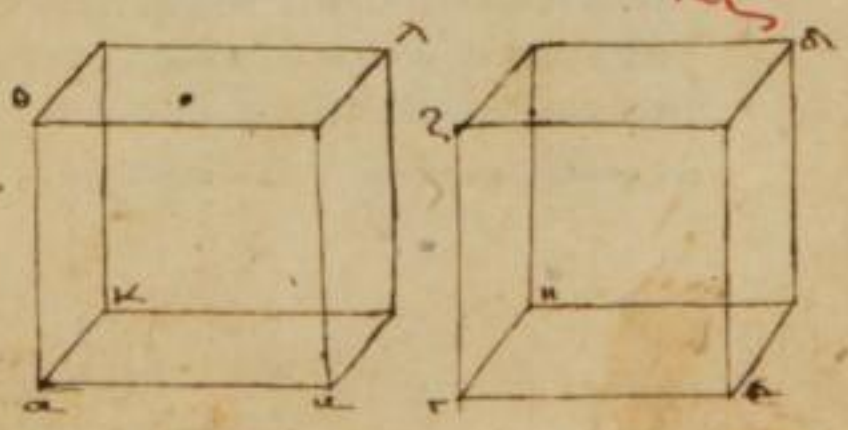


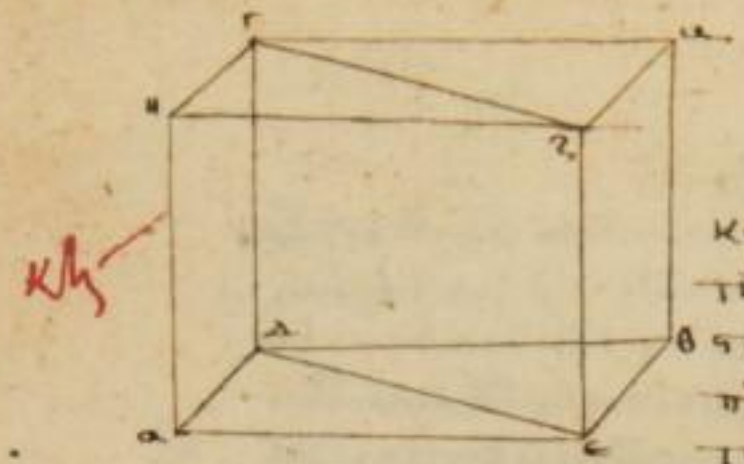
ἀνάπαλιν ἐπὶ δὲ τὰ αὐτὰ δὶς καὶ ἐπὶ τὰ
θχ. καὶ περισσὸς ἐστὶν
καὶ ἴσος ἀλλήλοις ὁ
θη θι ιβ. ἴσα ἐστὶν ἀλλή-
λοις καὶ ἐπὶ τὰ δθ καὶ
νς. τετράδιπλα ἐπὶ πλατωνικὰ κβ αὐξηθέντα. δεκαπλάσια ἐπὶ πλατύ
ιθ. δισκαιτετράδιπλα ἐπὶ πλατωνικὰ ιθ τὰ δὲ τρὶς τοῦ
τα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὶς καὶ τὰ δεκαπλάσια
ξθ. δεκαεπτάπλασίονα ἀλλήλοις ἐστίν. ὅλον παραλληλόγραμμον
βάσεως ἴσον ἐστὶ παραλληλογράμμῳ ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τοῦ
στερεοῦ καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ἀπεναντίον αὐτῇ πλευρᾶς τοῦ
αὐτοῦ στερεοῦ. καὶ ἐπεὶ ἓξ πλευραί εἰσι παραλληλόγραμμοι
ἴσαι ἀλλήλαις. δύο μὲν βάσεις αἱ ΑΖ ΖΒ. δύο δὲ στερεοῦ αὐτοῦ θ.
ἄλλαι δὲ δύο δύο πλάγιαι τῆς μὲν βάσεως καὶ
στερεοῦ. αἱ ΖΗ ΖΕ καὶ ὅλου στερεοῦ. αἱ ΖΗ ΖΕ καὶ
τοῦ θ στερεοῦ. αἱ ΗΒ ΖΕ καὶ ὅλου στερεοῦ. αἱ δὲ θ ΖΒ βάσεως καὶ
τοῦ θ στερεοῦ. αἱ ΗΒ ΖΕ καὶ ὅλου στερεοῦ. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδος ὁ
ΕΒ ὑπόκειται ΗΖ ΖΕ ὑπόκειται καὶ ὅλου
στερεοῦ τοῦ θ καὶ ἴσον καὶ ὅμοιον καὶ ἐναλλὰξ παράλληλα ἄρα
ἐστὶ καὶ βάσεως. πρὸς τὴν ΖΒ βάσιν. ὑπόκειται ἄρα στερεὸν
ὑθ στερεοῦ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρόκειται δὲ θείας καὶ τρισὶ πρὸς αὐτῇ σημείοις τῇ δοθείσῃ
στερεᾷ γωνίᾳ ἴσον καὶ ὅμοιον στερεὸν γωνίαν συστήσασθαι. ἐστω δὴ
ἡ δοθεῖσα στερεὰ γωνία πρὸς τοῖς Α περιεχομένη ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων
γωνιῶν ἐπιπέδων τῶν ΒΑΓ ΓΑΔ ΔΑΒ. δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ
θείᾳ καὶ τρισὶ σημείοις τοῖς Ε Ζ Η στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι
ἴσην καὶ ὅμοιον τῇ πρὸς τῷ Α στερεᾷ γωνίᾳ. ἴσον δὴ καὶ ὅμοιον
ἀπὸ τοῦ Ε σημείου τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἐπιπέδῳ γωνίᾳ εὐθεῖα ἡ ΕΚ καὶ

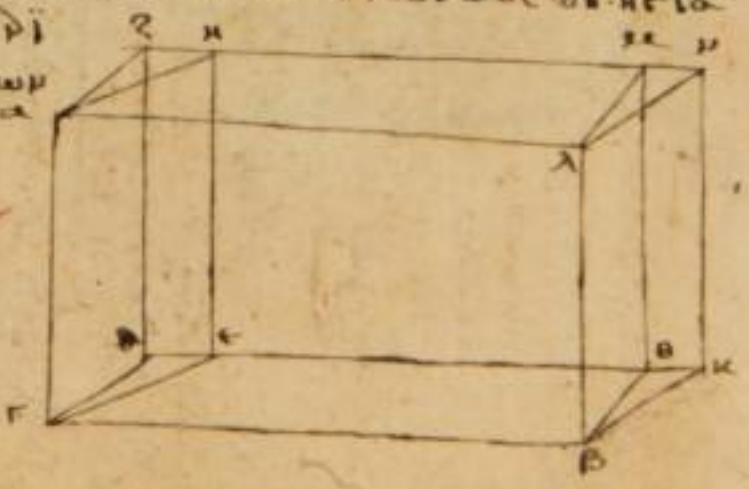


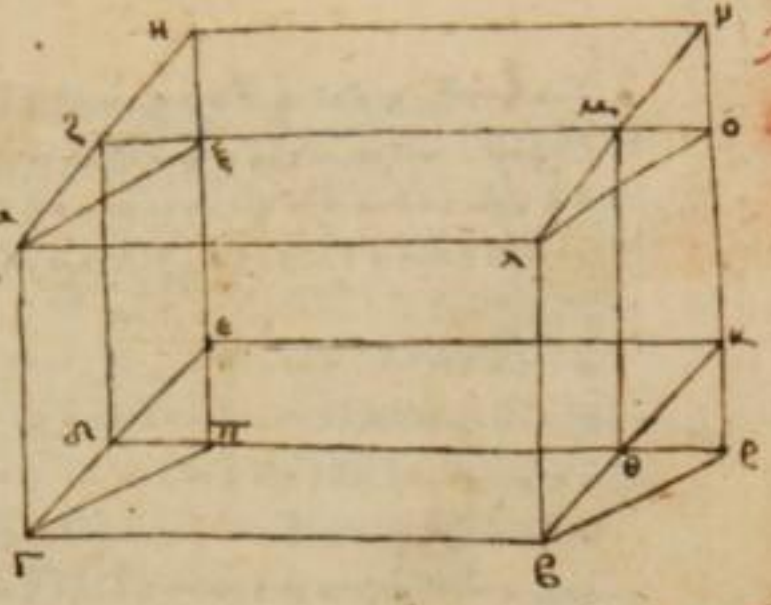
συμβαλλέτω τις πλευρὰ ἡ ΓΔ τὰ Κ, Λ καὶ πολλαπλασιάσθω ἡ ΓΔ ἐπὶ τὸν ΚΛ καὶ ποιείτω τὸ ΜΝ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι τὸ ΜΝ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ τετραγώνοις καὶ τοῖς δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ καὶ τοῖς δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΚΛ τῷ ΓΔ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΛ ὅλῳ τῷ ΔΚ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ μὲν ΓΛ ἐστὶ τὰ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΑ καὶ τὰ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΓΒ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΑ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΓΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ· τὸ δὲ ΔΚ ἐστὶ τὰ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΓΒ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ


D
K
a
d
Z
H
r
e



Κατὰ τὰς διαστάσεις τῶν δοθέν-
των εὐθειῶν. δίχα τετμήσθω ἑκάστη τῶν
ΑΒ εὐθειῶν. ἔστωσιν αἱ ΑΕ. ΕΒ. ἀπὸ τοῦ Ε σημείου
τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΕΓ. καὶ ἐκβεβλήσθω
ἐπὶ τὸ Δ. καὶ κείσθω τῇ ΕΓ ἴση ἑκατέρα τῶν ΕΔ. ΕΖ.
καὶ διὰ μὲν τοῦ Γ τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΗ. διὰ δὲ
τοῦ Δ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΗ. διὰ δὲ τοῦ Ζ
ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ. ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ. διὰ δὲ
τοῦ Η τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ. καὶ ἐπεζεύχθω-
σαν αἱ ΑΗ. ΗΒ. ΓΖ. ΖΔ. ΗΖ. ΑΒ. ΓΔ. ΘΖ. ΗΘ. ΑΓ. ΒΔ.
ΓΗ. ΔΗ. ΖΘ. ΑΒ. ΓΔ. ΘΖ. ΗΘ. ΑΓ. ΒΔ. ΓΗ. ΔΗ. ΖΘ.
ΑΒ. ΓΔ. ΘΖ. ΗΘ. ΑΓ. ΒΔ. ΓΗ. ΔΗ. ΖΘ.
ΑΒ. ΓΔ. ΘΖ. ΗΘ. ΑΓ. ΒΔ. ΓΗ. ΔΗ. ΖΘ.
ΑΒ. ΓΔ. ΘΖ. ΗΘ. ΑΓ. ΒΔ. ΓΗ. ΔΗ. ΖΘ.



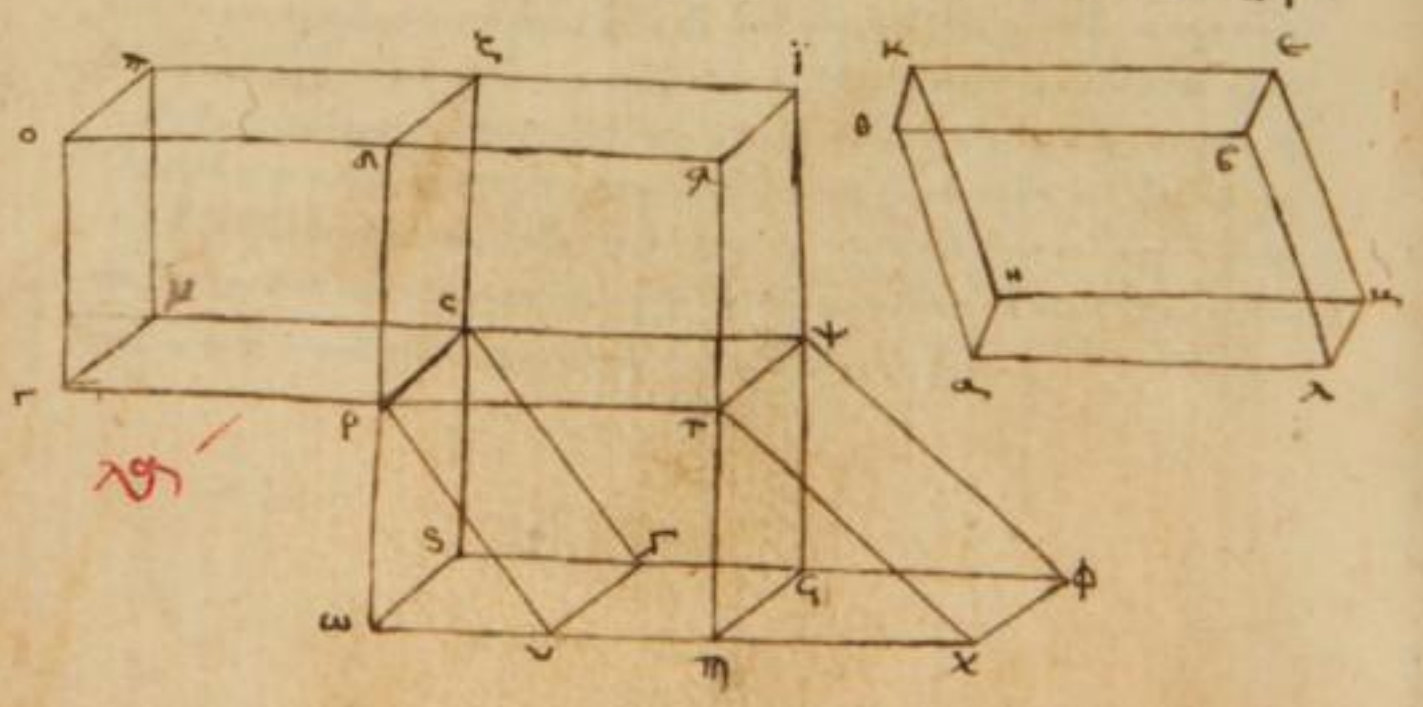


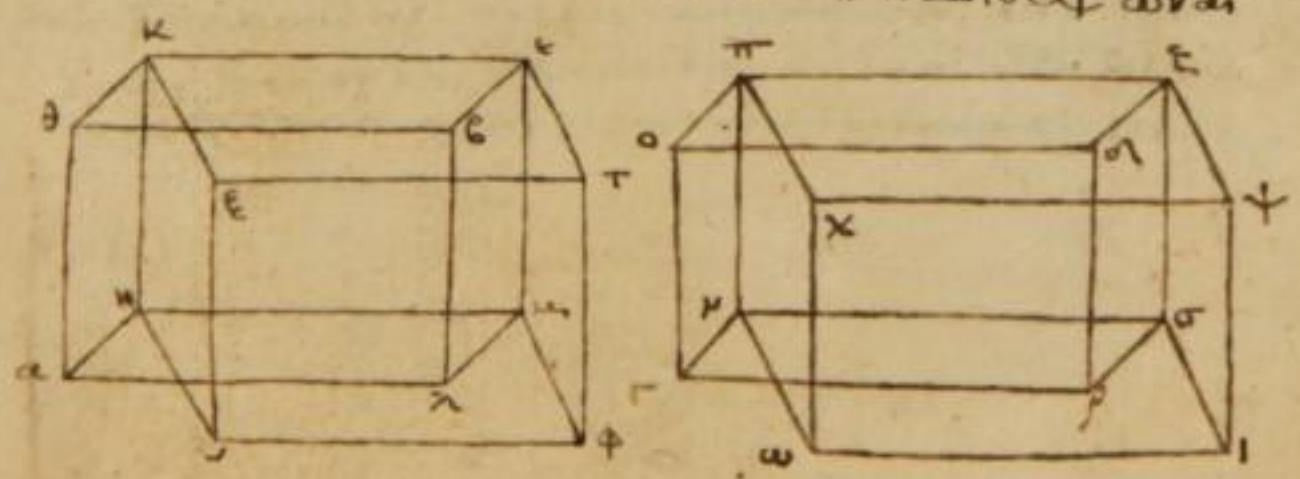
Τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων βάσεων ὁμοίων στερεῶν παραλληλεπιπέδων πρὸς ἄλληλα ἐστὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Ἔστω στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὁμοια τὰ ΑΒ, ΓΔ, βάσεις δὲ αὐτῶν ἔστωσαν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ὁμόλογοι δὲ ἔστωσαν ἐν μὲν τῇ ΕΖ βάσει αἱ ΕΖ, ΚΛ, ἐν δὲ τῇ ΗΘ βάσει αἱ ΗΘ, ΜΝ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΔ στερεόν, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ.

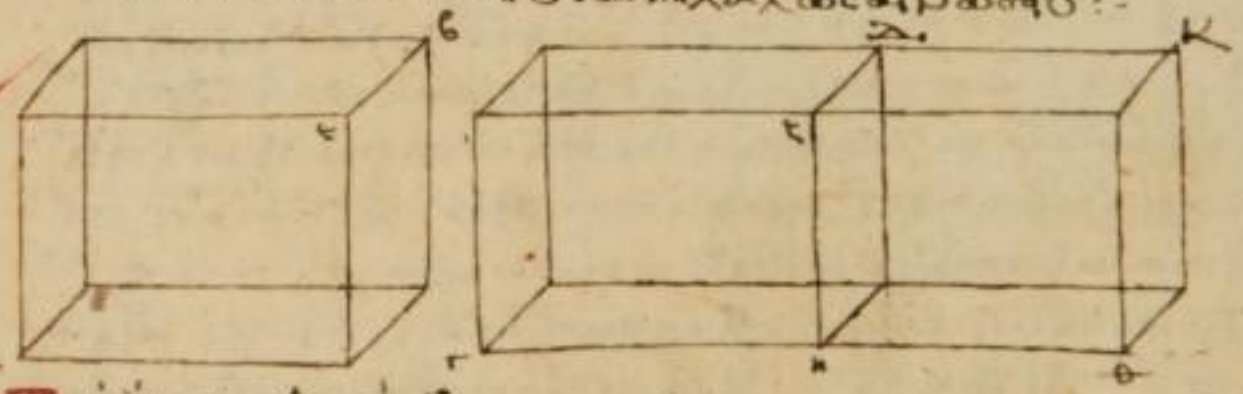
Κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας τῇ ΚΛ ἡ ΚΟ, καὶ ἀναπεπληρώσθω τὸ ΚΟ στερεὸν παραλληλεπίπεδον ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τοῖς ΑΒ, ΓΔ στερεοῖς παραλληλεπιπέδοις· ἔστω δὲ αὐτοῦ βάσις ἡ ΚΠ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΠ πρὸς τὴν ΜΞ, ὡς δὲ ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΠ πρὸς τὴν ΜΞ, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΚΠ πρὸς τὴν ΜΞ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΚΠ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τετράγωνον ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΠ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τετράγωνον. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς ΚΠ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τετράγωνον, οὕτως ἐστὶ τὸ ΚΟ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΔ στερεόν· ἐπὶ τὰ αὐτὰ γὰρ βάσεις εἰσὶ τὰ ΚΟ, ΓΔ στερεὰ παραλληλεπίπεδα καὶ αὐτῶν αἱ ἐφεστῶσαι αἱ ΚΛ, ΜΝ, ΞΟ, ΓΒ ἴσαι τὸν ἀριθμόν εἰσιν· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ, οὕτως τὸ ΚΟ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΔ στερεόν, ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ ΚΟ στερεὸν τῷ ΑΒ στερεῷ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ γὰρ βάσεις εἰσὶ τὰ ΚΟ, ΑΒ στερεὰ παραλληλεπίπεδα καὶ αὐτῶν αἱ ἐφεστῶσαι αἱ ΚΛ, ΜΝ, ΞΟ, ΓΒ ἴσαι τὸν ἀριθμόν εἰσιν· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ, οὕτως τὸ ΑΒ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΔ στερεόν· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ΑΒ στερεόν, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ πρὸς τὸ ΓΔ στερεόν.

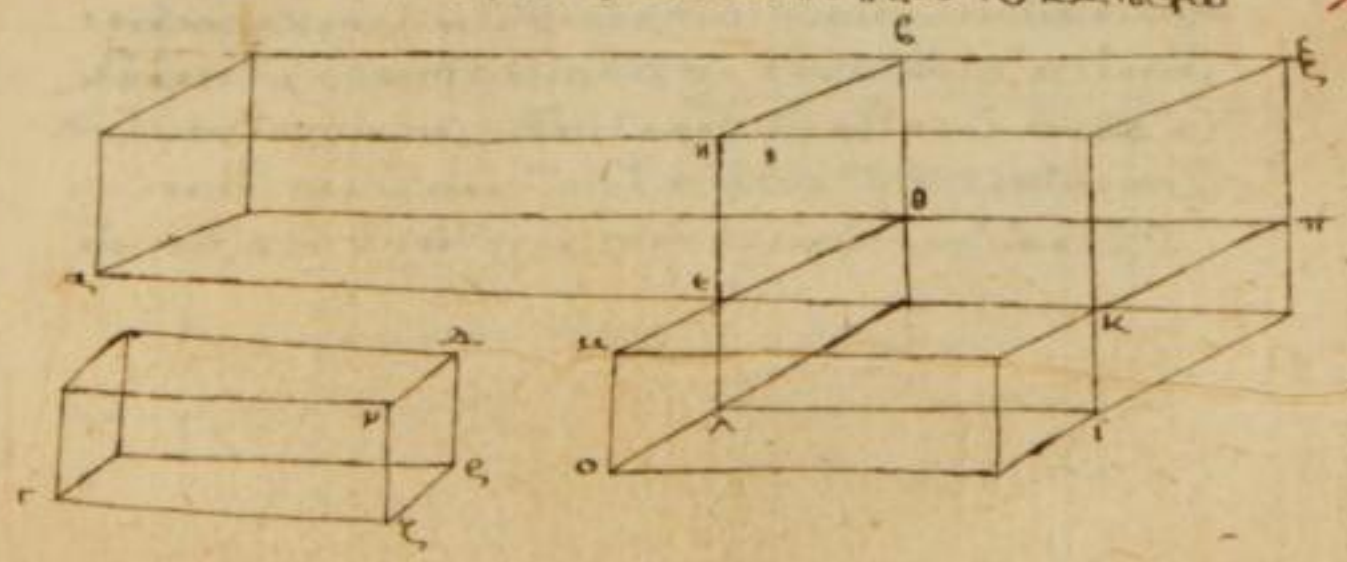
Τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ἀνίσων βάσεων ὁμοίων στερεῶν παραλληλεπιπέδων πρὸς ἄλληλα ἐστὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.


ζ
ι
ο
λ
ρ
μ
ς
ψ
τ
ω
ς
υ
η
χ
φ
κ
ε
θ
ϛ
η
ι
ϛ


κ
ε
θ
ζ
ε
τ
α
η
λ
φ
ι
π
ξ
ο
η
ψ
χ
μ
σ
ρ
ω
ι

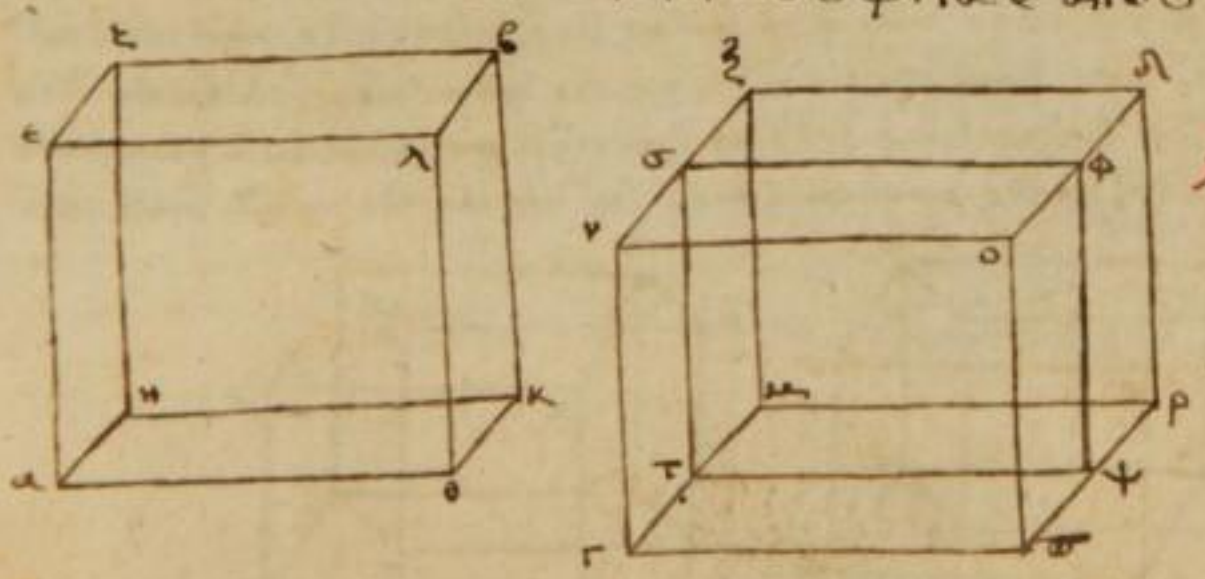
λϛ

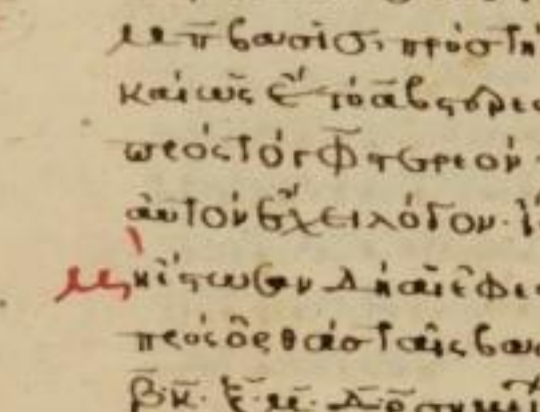


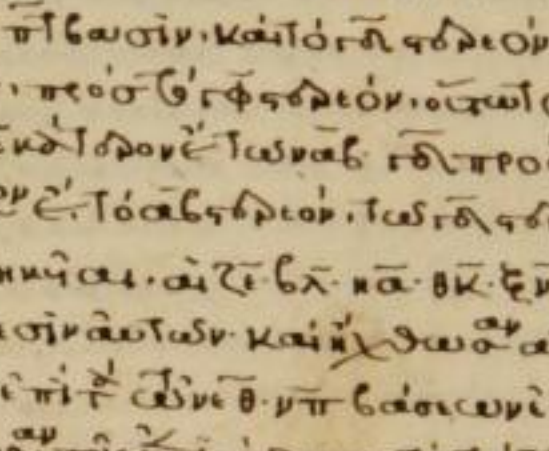


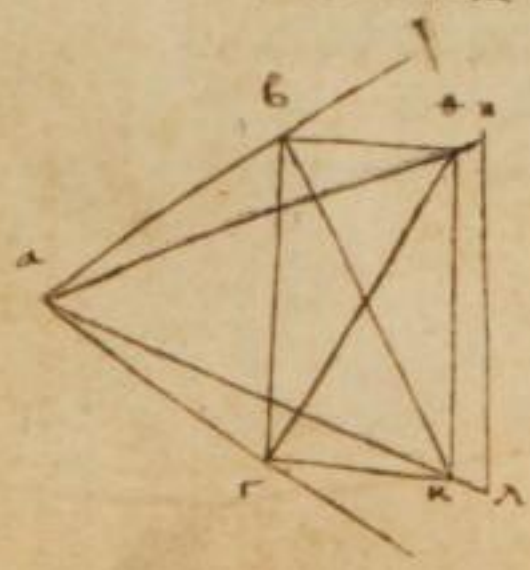
λτ

λη΄

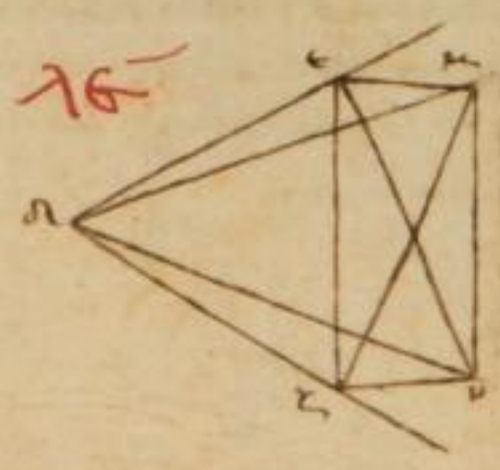

ε
ϛ
λ
η
κ
α
ο
ξ
σ
φ
ν
ο
μ
ρ
τ
ψ
γ


ζ
β
ε
λ
σ
η
κ
α
θ
τ
φ


ξ
δ
ν
ο
S
χ
μ
ρ
π
ψ
ω

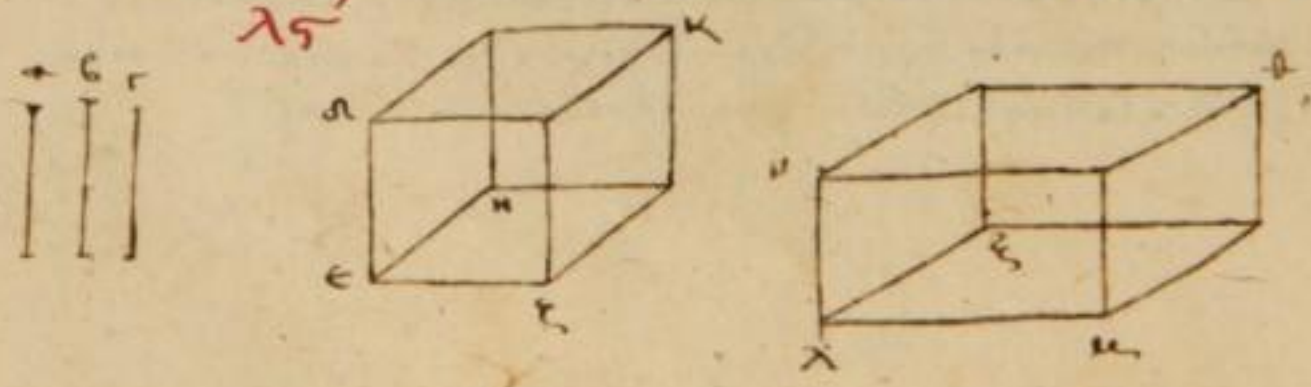


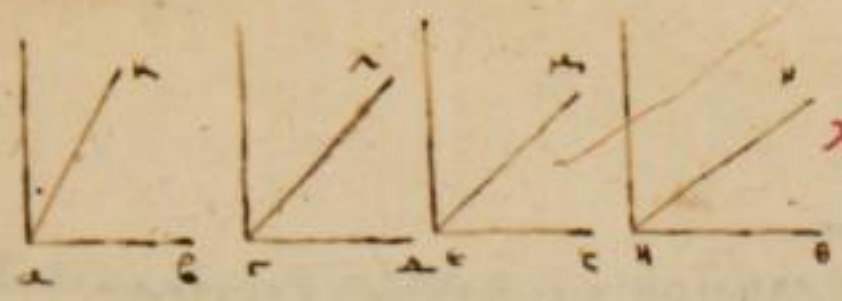
λϛ



λδ′

λε′





λβ

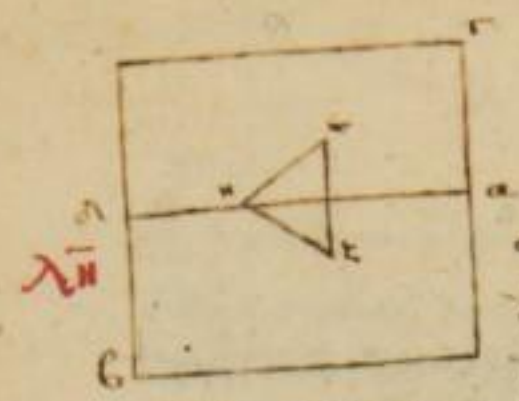
καὶ ἐστὶ τὸ ὑπὸ αβ, τοῦτ' ἔστι τὸ ἀπὸ τοῦ
βστερεοῦ· τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνον· τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ
βστερεοῦ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῶν αβ γ στερεὸν, κατὰ τὰ ἔξῆς·

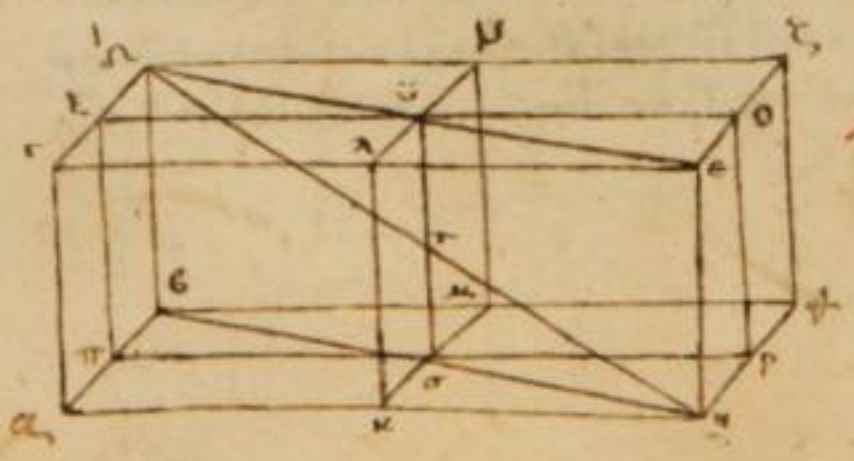
Ϛ' Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ
παραλληλεπίπεδα ὅμοια τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται·
καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοια τε καὶ ὁμοίως
ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.
αἱ ἄρα αβ, γδ, εζ, ηθ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔστωσαν, τουτέστιν ὡς ἡ αβ
πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ εζ πρὸς τὴν ηθ· καὶ ἐπὶ τῶν αβ, γδ, εζ, ηθ
εὐθειῶν παραλληλεπίπεδα ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα τὰ κα, κβ, κγ, κδ·
λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ κα πρὸς τὸ κβ, οὕτως τὸ κγ πρὸς τὸ κδ.
πεποιήσθω γὰρ τῶν μὲν αβ, γδ, εζ τρίτη ἀνάλογον ἡ λ, τῶν δὲ γδ, εζ, ηθ
τρίτη ἀνάλογον ἡ μ· καὶ ἐπὶ τῶν αβ, γδ, λ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον
παραλληλεπίπεδον τὸ ν, ἐπὶ δὲ τῶν γδ, εζ, μ τῷ κβ ὅμοιον καὶ ὁμοίως
ἀναγεγραμμένον τὸ ξ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ γδ πρὸς
τὴν εζ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ αβ πρὸς τὴν γδ, οὕτως τὸ κα πρὸς τὸ κβ, ὡς δὲ ἡ γδ
πρὸς τὴν εζ, οὕτως τὸ κβ πρὸς τὸ ξ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ κα πρὸς τὸ κβ, οὕτως
τὸ κβ πρὸς τὸ ξ· πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ γδ πρὸς τὴν εζ, οὕτως ἡ εζ πρὸς
τὴν ηθ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ γδ πρὸς τὴν εζ, οὕτως τὸ κβ πρὸς τὸ ξ, ὡς δὲ ἡ εζ
πρὸς τὴν ηθ, οὕτως τὸ ξ πρὸς τὸ ν· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ κβ πρὸς τὸ ξ, οὕτως
τὸ ξ πρὸς τὸ ν· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ κβ πρὸς τὸ ξ, οὕτως ἡ αβ πρὸς τὴν λ·
ὡς δὲ τὸ ξ πρὸς τὸ ν, οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν μ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν λ,
οὕτως τὸ κβ πρὸς τὸ ξ, καὶ ὡς τὸ ξ πρὸς τὸ ν, οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν μ·
καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν λ, οὕτως τὸ κα πρὸς τὸ κβ, καὶ ὡς ἄρα
τὸ κα πρὸς τὸ κβ, οὕτως τὸ κβ πρὸς τὸ ξ· πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ γδ πρὸς
τὴν μ, οὕτως τὸ κβ πρὸς τὸ ν, καὶ ὡς ἄρα τὸ κβ πρὸς τὸ ν, οὕτως ἡ γδ
πρὸς τὴν μ· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ κβ πρὸς τὸ ν, οὕτως τὸ ξ πρὸς τὸ ν· ὡς δὲ ἡ γδ
πρὸς τὴν μ, οὕτως τὸ κγ πρὸς τὸ κδ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ξ πρὸς τὸ ν, οὕτως
τὸ κγ πρὸς τὸ κδ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ κβ πρὸς τὸ ξ, οὕτως τὸ κα πρὸς τὸ κβ·
καὶ ὡς ἄρα τὸ κα πρὸς τὸ κβ, οὕτως τὸ κγ πρὸς τὸ κδ.

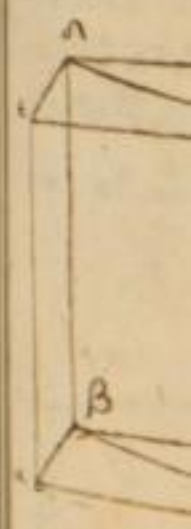
Ϛ' Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ
παραλληλεπίπεδα ὅμοια τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται·
καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοια τε καὶ ὁμοίως
ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ

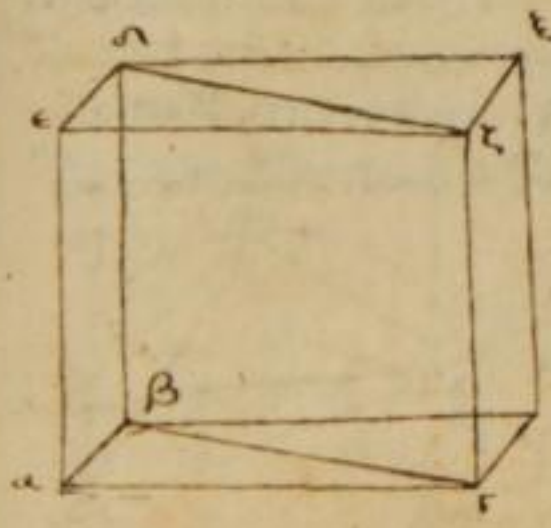
Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ἀπεναντίον
ἐπίπεδον καὶ αἱ πρὸς αὐτῷ πλευραὶ δίχα τμηθῶσιν, διὰ δὲ τῶν τομῶν
ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἡ μὲν κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων καὶ ἡ διάμετρος τοῦ
στερεοῦ δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας· καὶ ἀνάπαλιν, ἐὰν ἡ μὲν κοινὴ τομὴ τῶν
ἐπιπέδων καὶ ἡ διάμετρος τοῦ στερεοῦ δίχα τέμνωσιν ἀλλήλας, δίχα τμηθήσονται
καὶ αἱ πρὸς αὐτῷ πλευραὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ἀπεναντίον ἐπιπέδου
καὶ αἱ πρὸς αὐτῷ πλευραὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ἀπεναντίον ἐπιπέδου
καὶ αἱ πρὸς αὐτῷ πλευραὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ἀπεναντίον ἐπιπέδου
καὶ αἱ πρὸς αὐτῷ πλευραὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ἀπεναντίον ἐπιπέδου
καὶ αἱ πρὸς αὐτῷ πλευραὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ἀπεναντίον ἐπιπέδου
καὶ αἱ πρὸς αὐτῷ πλευραὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ἀπεναντίον ἐπιπέδου
καὶ αἱ πρὸς αὐτῷ πλευραὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ἀπεναντίον ἐπιπέδου

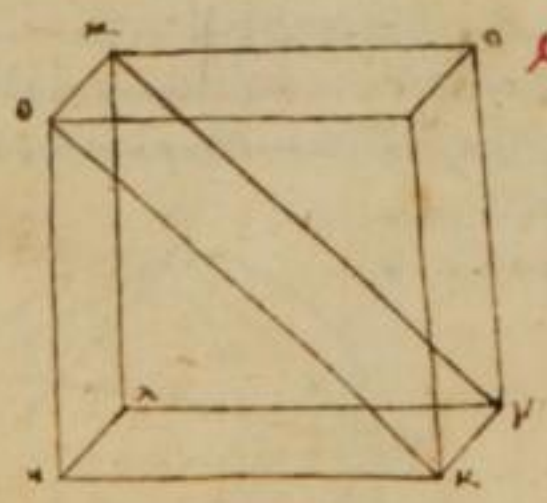

λη
γ
α
β
δ


λθ
Λ
Μ
Ν
Ξ
Ο
Π
Ρ
Σ
Τ
Υ
Φ
Χ
Ψ
Ω
α
β
γ
δ
ε
ζ
η
θ
ι
κ
λ
μ
ν
ξ
ο
π
ρ
σ
τ
υ
φ
χ
ψ
ω


Λ
Β

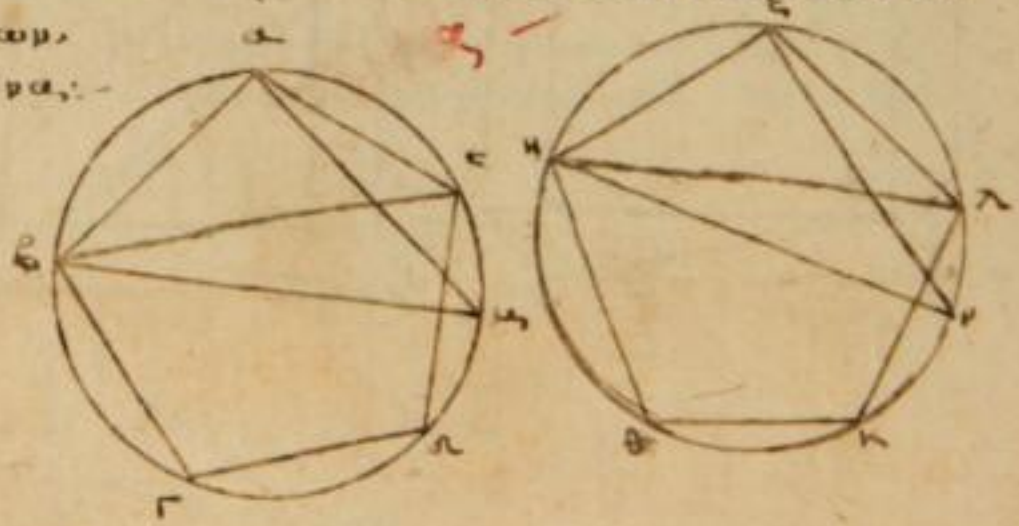
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς αὐτὰς τυχούσας σημείου πρὸς
τῷ Κ καὶ πλάγιος ὁ ΚΟ τῷ ΚΞ τὰ ΚΟ, ΚΞ ἴσα ἀλλήλοις
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς αὐτὰς γωνίας ποιείτω καὶ ἐπὶ παραλλήλου ἐστὶν ἡ ΚΞ τῇ ΗΟ· ἴσον
ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΚΟ τῷ ΗΞ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΚΟ, ΗΞ τῷ ΚΛ ἐστὶν ἴσον καὶ
παράλληλον· καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ ΚΗ, ΟΞ· καὶ τὸ ΚΟΞΗ ἄρα
ἐπίπεδόν ἐστι παραλληλόγραμμον· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάτερον τῶν ΚΟΜΝ,
ΛΗΝΜ ἑκατέρῳ τῷ ΚΟΞΗ ἐστὶν ἴσον καὶ παράλληλον· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΚΟΞΗ,
ΚΟΜΝ, ΛΗΝΜ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ παράλληλοι· καὶ τὰ ἀπεναντίον αὐτῶν
τετράπλευρα ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ καὶ παράλληλα· στερεὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΛΜΝΟΞΗ
ὑπὸ ἓξ παραλληλογράμμων περιεχόμενον, ὧν τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ παράλληλα
ἐστίν· ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ στερεὸν ὑπὸ ἓξ παραλληλογράμμων ἐστὶ περιεχόμενον,
ὧν τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ παράλληλα ἐστίν· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΔΖ, ΕΒ·
καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ καὶ ὅμοιον τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΚΟΞΗ παραλληλογράμμῳ,
ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ΚΟΞΗ τῷ ΚΛΜΝ ἐστὶν ἴσον τε καὶ ὅμοιον, καὶ τὸ ΑΒΓΔ ἄρα τῷ
ΚΛΜΝ ἴσον ἐστὶ καὶ ὅμοιον· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΔΕΖΓ τῷ ΚΟΜΝ ἐστὶν ἴσον
τε καὶ ὅμοιον, καὶ τὸ ΑΒΕΔ τῷ ΛΗΝΜ· τρία ἄρα τὰ ΑΒΓΔ, ΔΕΖΓ, ΑΒΕΔ τρισὶ
τοῖς ΚΛΜΝ, ΚΟΜΝ, ΛΗΝΜ ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστιν· ἀλλὰ τὰ μὲν ΑΒΓΔ, ΔΕΖΓ,
ΑΒΕΔ τρία τὰ ἀπὸ τῆς ΑΔ στερεὰ περιέχει παραλληλόγραμμα, τὰ δὲ ΚΛΜΝ,
ΚΟΜΝ, ΛΗΝΜ τρία τὰ ἀπὸ τῆς ΚΜ στερεὰ περιέχει παραλληλόγραμμα· ἴσον ἄρα
ἐστὶ καὶ ὅμοιον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ στερεὸν παραλληλεπίπεδον τῷ ἀπὸ τῆς ΚΜ στερεῷ
παραλληλεπιπέδῳ· καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς αὐτὰς γωνίας περιέχουσιν· ἴσα ἄρα
ἐστὶ καὶ ὅμοια καὶ τὰ ἀπεναντίον αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα· ἴσον ἄρα ἐστὶ
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ στερεὸν παραλληλεπίπεδον τῷ ἀπὸ τῆς ΚΜ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ·
καὶ ἐστὶν ἀπὸ μὲν τῆς ΑΔ τὸ ΑΖ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΜ τὸ ΚΝ·
ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΖ στερεὸν παραλληλεπίπεδον τῷ ΚΝ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ·
καὶ ἐστὶν ἀπὸ μὲν τῆς ΑΔ τὸ ΑΖ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΜ τὸ ΚΝ·
ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΖ στερεὸν παραλληλεπίπεδον τῷ ΚΝ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ·
καὶ ἐστὶν ἐμβαδὸν μὲν τὸ ΑΖ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ὧν βάσις μὲν τὸ ΑΒΓΔ
παραλληλόγραμμον, ἀπεναντίον δὲ αὐτῷ τὸ ΕΖΓΔ, αἱ δὲ ΑΗ, ΒΘ, ΓΙ, ΔΚ παράλληλοι·
ἐμβαδὸν δὲ τὸ ΚΝ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ὧν βάσις μὲν τὸ ΚΛΜΝ παραλληλόγραμμον,
ἀπεναντίον δὲ αὐτῷ τὸ ΟΞΗΜ, αἱ δὲ ΚΟ, ΛΞ, ΜΗ, ΝΡ παράλληλοι· καὶ ἐκβεβλήσθω
τὸ ΚΟ ἐπὶ τὸ Σ, καὶ κείσθω τῇ ΑΗ ἴση ἡ ΚΣ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΣΞ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΚΣ
τῇ ΑΗ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος, ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΑΗ τῇ ΒΘ ἐστὶν ἴση τε καὶ παράλληλος,
καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΚΣ, ΒΘ τῇ ΑΗ ἐστὶν ἴση τε καὶ παράλληλος· καὶ ἐπιζευγνύουσιν
αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ ΚΒ, ΣΘ· καὶ τὸ ΚΣΘΒ ἄρα ἐπίπεδόν ἐστι παραλληλόγραμμον·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάτερον τῶν ΚΟΜΝ, ΛΗΝΜ ἑκατέρῳ τῷ ΚΣΘΒ ἐστὶν ἴσον τε
καὶ παράλληλον· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΚΣΘΒ, ΚΟΜΝ, ΛΗΝΜ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ
παράλληλοι· καὶ τὰ ἀπεναντίον αὐτῶν τετράπλευρα ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ καὶ παράλληλα·
στερεὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΛΜΝΣΞΘΒ ὑπὸ ἓξ παραλληλογράμμων περιεχόμενον, ὧν τὰ
ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ παράλληλα ἐστίν· ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ στερεὸν ὑπὸ ἓξ
παραλληλογράμμων ἐστὶ περιεχόμενον, ὧν τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ παράλληλα ἐστίν·





Ἀκολουθοῦσι τῷ ιγ. τοῖς ιδ̄ καὶ ιε̄:-

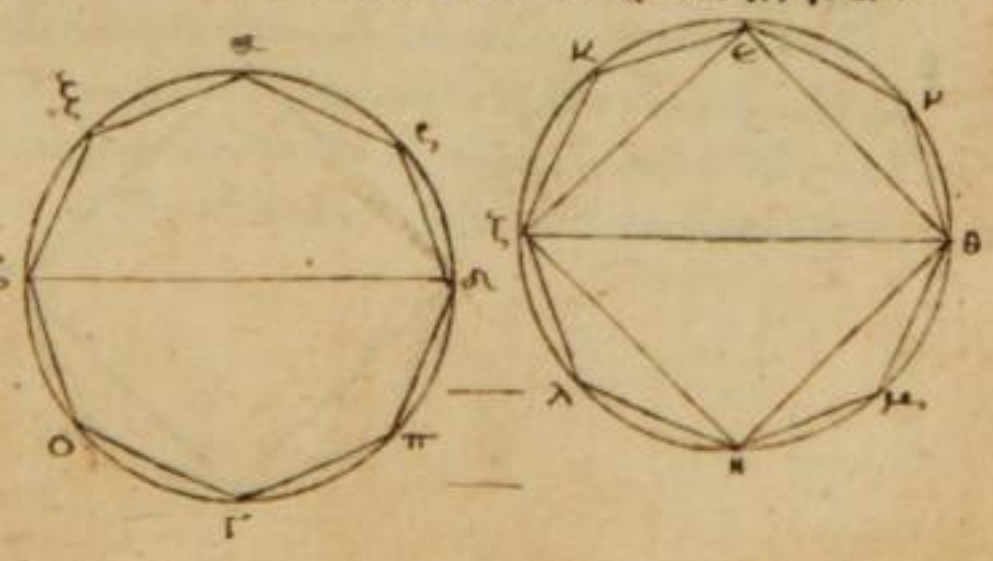
α Τὰ ὑπὸ τοῖς κῦ κλοις ὅμοια πολύγωνα, πρὸς ἀλλήλους ἐστὶ
τὰ ἀπ' αὐτῶν διάμετρον τετράγωνα. ἔστω γὰρ κύκλοις τοῖς
ΖΗΘΚ. καὶ εἰς αὐτοῖς ὅμοια πολύγωνα ἔστω τὰ ΖΗΘΚΛ.
καὶ εἰς αὐτοῖς ὅμοια πολύγωνα ἔστω τὰ ΖΜΗΝΘΞΟΚΠΛ. διάμετροι δὲ τοῦ
κύκλου ἔστωσαν αἱ ΖΗ. ΗΘ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ
τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τετράγωνον, οὕτως τὸ ΖΗΘΚΛ
πολύγωνον, πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ
ΒΖ. ΑΗ. ΖΓ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΖ τμῆμα τῷ ΖΓΗ τμήματι. (β)
ΖΗΘΚΛ πολύγωνον. ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ βάσεως μὲν τῆς ΑΖ
καὶ ὕψους τοῦ αὐτοῦ τῷ ΑΒΖ τμήματι τριγώνῳ. τῷ δὲ ΖΓΗ τμήματι
τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ βάσεως μὲν τῆς ΖΓ καὶ ὕψους τοῦ
αὐτοῦ τῷ ΖΓΗ τμήματι τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ βάσις πρὸς τὴν
ΖΓ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΖ τμῆμα πρὸς τὸ ΖΓΗ τμῆμα. ἀλλ' ὡς μὲν
ἡ ΑΖ βάσις πρὸς τὴν ΖΓ βάσιν, οὕτως καὶ τὸ ὑπὸ βάσεως μὲν τῆς ΑΖ
καὶ ὕψους τοῦ αὐτοῦ τῷ ΑΒΖ τμήματι τριγώνῳ πρὸς τὸ ὑπὸ βάσεως μὲν
τῆς ΖΓ καὶ ὕψους τοῦ αὐτοῦ τῷ ΖΓΗ τμήματι τριγώνῳ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ
βάσεως μὲν τῆς ΑΖ καὶ ὕψους τοῦ αὐτοῦ τῷ ΑΒΖ τμήματι τριγώνῳ
πρὸς τὸ ὑπὸ βάσεως μὲν τῆς ΖΓ καὶ ὕψους τοῦ αὐτοῦ τῷ ΖΓΗ τμήματι
τριγώνῳ, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ΑΖΒ τμῆμα πρὸς τὸ ΖΓΗ τμῆμα. ἐστὶν ἄρα
ὡς τὸ ΑΖΒ τμῆμα πρὸς τὸ ΖΓΗ τμῆμα, οὕτως τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον
πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον. ἀλλ' ὡς τὸ ΑΖΒ τμῆμα πρὸς τὸ ΖΓΗ τμῆμα,
οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τετράγωνον.
ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τετράγωνον,
οὕτως τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι. τοῖς ἄρα κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἀλλήλους ἐστὶν
ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα:-



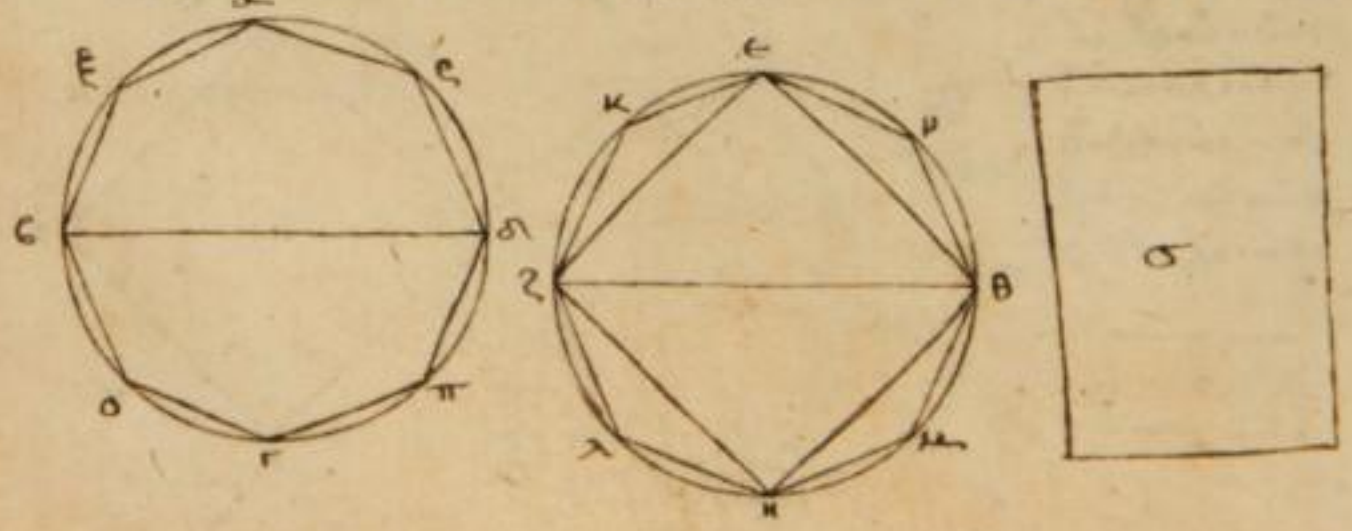
Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. ἔστω κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ, διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔστωσαν αἱ ΒΔ, ΖΘ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ, οὕτως ἔσται ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τινα ἐλάσσονα ἢ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον ἢ πρὸς μείζονα. ἔστω πρότερον πρὸς ἐλάσσονα τὸν Σ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον τετράγωνον τὸ ΕΖΗΘ· τὸ δὴ ἐγγραφὲν τετράγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τοῖς πρότερον δείξομεν ὅτι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. τετμήσθωσαν δίχα αἱ περιφέρειαι ἐν τοῖς ΕΖΗΘ, ΑΒΓΔ κύκλοις κατὰ τὰ Κ, Λ, Μ, Ν σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΚΖ, ΖΛ, ΛΗ, ΗΜ, ΜΘ, ΘΝ, ΝΕ· καὶ ἕκαστον ἄρα τῶν ΕΚΖ, ΖΛΗ, ΗΜΘ, ΘΝΕ τριγώνων μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ' αὑτὸ τμήματος τοῦ περὶ αὐτὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· ὡφ' ἑκάστην γὰρ τῶν ΕΚ, ΚΖ, ΖΛ, ΛΗ, ΗΜ, ΜΘ, ΘΝ, ΝΕ εὐθειῶν ἀπολαμβάνεται τμῆμα ἔλασσον τοῦ καθ' αὑτὸ τμήματος τοῦ περὶ αὐτὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ἐν ᾧ τὸ καθ' αὑτὸ τρίγωνον· ὥστε καὶ τὰ λοιπὰ τὰ ἐπὶ τῶν ΕΚ, ΚΖ, ΖΛ, ΛΗ, ΗΜ, ΜΘ, ΘΝ, ΝΕ εὐθειῶν μείζονά ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τῶν καθ' αὑτὰ τμημάτων τοῦ περὶ αὐτὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. τετμήσθω δίχα καὶ ἑκάστη τῶν περιφερειῶν τῶν ΑΒΓΔ κύκλου, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ἐφεξῆς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι τριγώνους ποιήσουσιν, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τμημάτων τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τὸν αὐτὸν τρόπον ποιήσαντες καὶ καταλείποντες τινὰ τμήματα τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ἧς ὑπερέχει ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τοῦ Σ, λήψομεν τὰ αὐτὰ τοῖς ἐπὶ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου γινόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν Σ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ. ἀλλ' ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν Σ, οὕτως ἐστὶν ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸν Σ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸν Σ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον, οὕτως ὁ Σ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ. ὁ δὲ ΕΖΗΘ κύκλος μεῖζων ἐστὶ τοῦ Σ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΘ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον ἔλασσόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΖΘ ἔλασσόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ τετράγωνον· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τινα ἐλάσσονα ἢ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον ἢ πρὸς μείζονα. ἔστω πρότερον πρὸς ἐλάσσονα τὸν Τ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον τετράγωνον τὸ ΕΖΗΘ· τὸ δὴ ἐγγραφὲν τετράγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τοῖς πρότερον δείξομεν ὅτι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. τετμήσθωσαν δίχα αἱ περιφέρειαι ἐν τοῖς ΕΖΗΘ, ΑΒΓΔ κύκλοις κατὰ τὰ Κ, Λ, Μ, Ν σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΚΖ, ΖΛ, ΛΗ, ΗΜ, ΜΘ, ΘΝ, ΝΕ· καὶ ἕκαστον ἄρα τῶν ΕΚΖ, ΖΛΗ, ΗΜΘ, ΘΝΕ τριγώνων μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ' αὑτὸ τμήματος τοῦ περὶ αὐτὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· ὡφ' ἑκάστην γὰρ τῶν ΕΚ, ΚΖ, ΖΛ, ΛΗ, ΗΜ, ΜΘ, ΘΝ, ΝΕ εὐθειῶν ἀπολαμβάνεται τμῆμα ἔλασσον τοῦ καθ' αὑτὸ τμήματος τοῦ περὶ αὐτὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ἐν ᾧ τὸ καθ' αὑτὸ τρίγωνον· ὥστε καὶ τὰ λοιπὰ τὰ ἐπὶ τῶν ΕΚ, ΚΖ, ΖΛ, ΛΗ, ΗΜ, ΜΘ, ΘΝ, ΝΕ εὐθειῶν μείζονά ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τῶν καθ' αὑτὰ τμημάτων τοῦ περὶ αὐτὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. τετμήσθω δίχα καὶ ἑκάστη τῶν περιφερειῶν τῶν ΑΒΓΔ κύκλου, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ἐφεξῆς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι τριγώνους ποιήσουσιν, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τμημάτων τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τὸν αὐτὸν τρόπον ποιήσαντες καὶ καταλείποντες τινὰ τμήματα τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ἧς ὑπερέχει ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τοῦ Τ, λήψομεν τὰ αὐτὰ τοῖς ἐπὶ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου γινόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν Τ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ. ἀλλ' ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν Τ, οὕτως ἐστὶν ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸν Τ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸν Τ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον, οὕτως ὁ Τ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ. ὁ δὲ ΕΖΗΘ κύκλος μεῖζων ἐστὶ τοῦ Τ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΘ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον ἔλασσόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΖΘ ἔλασσόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ τετράγωνον· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ τετράγωνον.

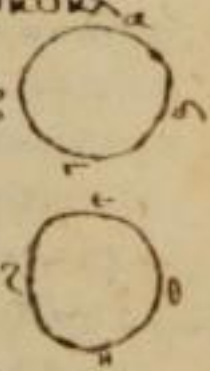
τοῦ κύκλ. α'

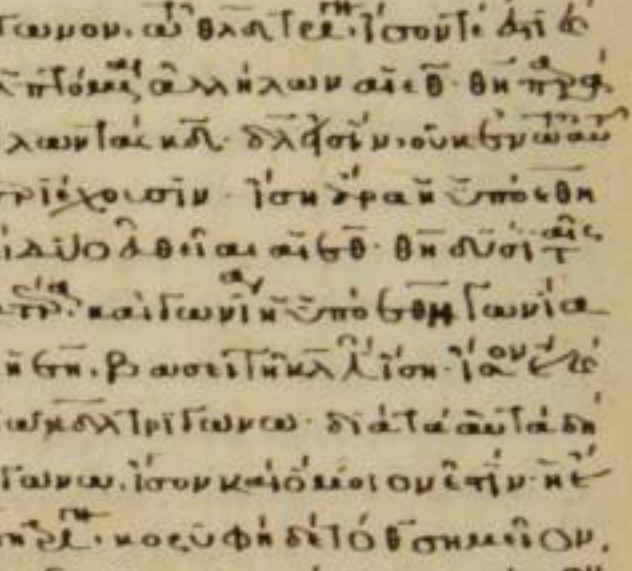
ἴσα ἐλλείποντα
ὁμοίοις τοῖς
κύκλοις τοῖς
ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ



σ


Ε
Δ
Ζ
Γ
Θ
Κ
Μ
Η
σ


Γ
Δ
Ε
Ζ
Η
Θ

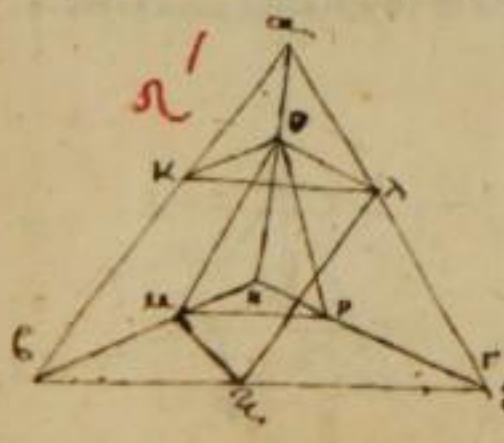

Α
Β
Γ
Δ
Ε
Ζ
Η
Θ

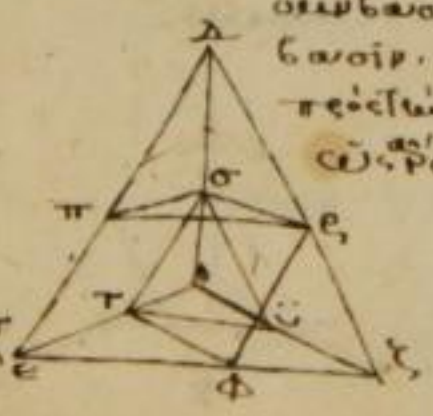
κορυφὴ δὲ τὸ Σ σημεῖον. ὅμοιαι εἰσὶ πυραμίδι ἡ ΒΓΔΕ,
ἧς τὸ ΘΚΛ τρίγωνον· κορυφὴ δὲ τὸ Σ σημεῖον· ἡ δὲ ΑΒΓΔ
ἧς βάσις ἐστὶ τὸ ΘΚΛ τρίγωνον· κορυφὴ δὲ τὸ Σ σημεῖον).
ἐπεὶ οὖν ὅμοιαι πυραμίδες εἰσὶν αἱ ἧς βάσεις ἐστὶ τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα
καὶ κορυφὴ τὸ Σ σημεῖον· ὅμοιαι ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ἧς βάσεις ἐστὶ τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ
τρίγωνα· κορυφὴ δὲ τὸ Σ σημεῖον· ἐπεὶ δὲ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ
τοῖς ΔΕ, ΕΖ, ΖΔ, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ τοῖς ΔΕ, ΕΖ, ΖΔ· καὶ
εἰσὶν ἰσόπλευρα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἐφ' ἑκάτερα δὴ τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἰσόπλευρα τρίγωνα
ἀναγεγράφθω τὰ ΘΚΛ, ΜΝΞ στερεὰ παραλληλόγραμμα· ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΘΚΛ στερεὸν τῷ ΜΝΞ στερεῷ· καὶ εἰσὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ
τριγώνων ἴσα τε καὶ ὅμοια στερεὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τοῖς ΑΒΓ,
ΔΕΖ τριγώνοις ἀναγεγραμμένα· ἐπὶ δὲ τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων στερεῶν
παραλληλογράμμων ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ πρὸς ταῖς βάσεσι γωνίαι καὶ
ἴσαι αἱ πλευραὶ αἱ περιέχουσαι τὰς ἴσας γωνίας· ἴσαι ἄρα εἰσὶ καὶ
αἱ πρὸς ταῖς βάσεσι γωνίαι τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων καὶ αἱ πλευραὶ
αἱ περιέχουσαι τὰς ἴσας γωνίας· ὥστε καὶ ὁ περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλος
ἴσος ἐστὶ τῷ περὶ τὸν ΔΕΖ κύκλῳ· καὶ ἐὰν δὴ περὶ τὰ κέντρα τῶν
κύκλων, ἃ ἐστὶ τὰ Ο, Π, ἀχθῶσιν εὐθεῖαι, καὶ ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι
ἀπὸ τῶν Α, Δ ἐπὶ τὰ Ο, Π, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ἔσονται τοῦ
ἐπιπέδου τοῦ ἐπὶ τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων· καὶ ἔσται ἑκατέρα τῶν
ΑΟ, ΔΠ ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς περιγραφομένης περὶ τὸν ΑΒΓ,
ΔΕΖ τριγώνων· καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΟ, ΔΠ, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ
ΑΟΠΔ παραλληλόγραμμον· καὶ ἐπεὶ ἐκατέρα τῶν ΑΟ, ΔΠ ἐστὶ
καὶ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐπὶ τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων ἐπὶ τὰ
ἐναντία μέρη, ἐκβαλλομένη ἐκτὸς ἐμπεσεῖται τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐπὶ
τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων· καὶ ἔσται ἑκατέρα τῶν ΑΟ, ΔΠ ἴση τῇ
ἐκ τοῦ κέντρου τῆς περιγραφομένης περὶ τὸν ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων·
καὶ ἐὰν ἀπὸ τῶν Ο, Π ἐπὶ τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα ἀχθῶσιν εὐθεῖαι
πρὸς ὀρθάς, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ἔσονται τοῦ ἐπὶ τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ
τριγώνων· καὶ ἐπεὶ ἐν ἴσοις κύκλοις αἱ ἀπὸ τῶν κέντρων πρὸς ὀρθὰς
ἐπὶ τὰ τρίγωνα ἀγόμεναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ἔσονται τοῦ ἐπὶ τῶν
ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων· καὶ ἐπεὶ ἐκατέρα τῶν ΑΟ, ΔΠ ἐστὶ καὶ ἀπὸ τοῦ

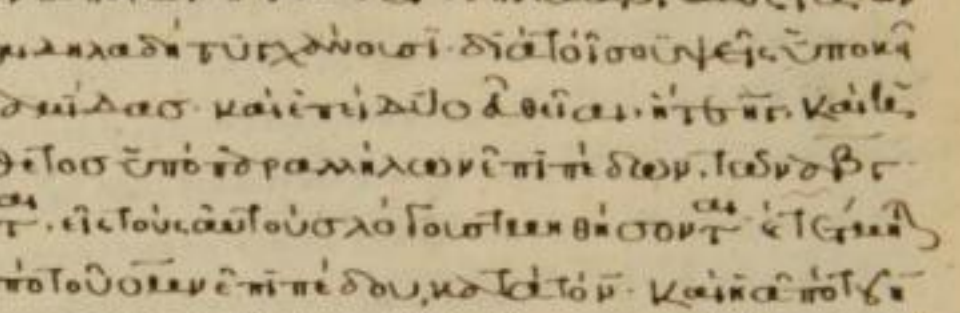
σημεῖον, ἴσον ἐστὶ πυραμίδι ἧς βάσις ἐστὶ τὸ ΒΓΔ
κορυφὴ δὲ τὸ Σ σημεῖον· ἀπὸ ἄρα τῆς ΕΖΗΘ δύο πρίσματα
μείζονα ἐστὶ τοῦ μεταξὺ τῶν δύο πυραμίδων οὗ βάσις μὲν
ἐστὶ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον κορυφὴ δὲ τὸ ΔΕΖΗ τετράπλευρον
πυραμὶς δὲ ἐστὶ τὸ ΔΒΓΕΖ· καὶ κορυφὴ μὲν τὸ Σ σημεῖον,
ἀπεναντίον δὲ τοῦ ΔΕΖΗ τετραπλεύρου· ἔστιν ἄρα καὶ
τὸ ΔΕΖΗΘ πρίσμα μεῖζον ἢ ἥμισυ τῆς μεταξὺ τῶν δύο
πυραμίδων. Καὶ ἐπεὶ δύο πυραμίδες εἰσὶν ἴσαι τε καὶ ὅμοιαι
ἀλλήλαις καὶ ὅμοιαι τῇ ὅλῃ, καὶ ἐστὶ δύο πρίσματα καὶ
τετραπλεύρους ἔχοντα παραλληλογράμμους ἐπιπέδους
ἀπεναντίον καὶ ἴσους καὶ ὁμοίους ἀλλήλοις καὶ ὅμοιον
καὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΕΖΗΘ πρίσμα τῷ ΒΓΚΛΜΝ· καὶ ἐστὶ
δύο πρίσματα καὶ τετραπλεύρους ἔχοντα παραλληλογράμμους
ἐπιπέδους ἀπεναντίον καὶ ἴσους καὶ ὁμοίους ἀλλήλοις καὶ
ὅμοιον καὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΒΓΕΖ πρίσμα τῷ ΗΚΛΜΝΘ·
ἔστιν ἄρα τὸ ΔΕΖΗΘ πρίσμα μεῖζον ἢ ἥμισυ τοῦ ΔΒΓΕΖ
πρίσματος, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δὲ δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὦσι πρίσμα, τριῶν
ὄντων τῶν πλευρῶν τοῦ πρίσματος ἑκατέρας, διαιρεθῇ
ἑκατέρα τῶν δύο πυραμίδων εἰς δύο πυραμίδας ἴσας
ἀλλήλαις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα
ἀλλήλοις, ὧν ἐστὶν ἀρχὴ πυραμὶς ἧς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ
ΓΒΔ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Σ σημεῖον, τὰ δὲ λοιπὰ
πρίσματα πλείονα ἐστὶ τοῦ ἡμίσεος τῶν μεταξὺ τῶν δύο
πυραμίδων· καὶ ἐὰν ἑκατέρα τῶν δύο πυραμίδων τὸν
αὐτὸν τρόπον διαιρεθῇ καθάπερ ἡ ΒΓΔΣ, καὶ τοῦτο ἀεὶ
γένηται, ἔσονται δύο πυραμίδες ἴσαι ἀλλήλαις ὑπὸ τὸ
αὐτὸ πρίσμα, καὶ τοσαῦται ἐν ἑκατέρᾳ πυραμίδι πρίσματα
πλείονα ἐσται θ· ἴσων ἄρα δύο πυραμίδων ὑπὸ τὸ αὐτὸ
τριγώνους ἔχον βάσεις πρίσματος τὰ ἀφαιρούμενα μέρη
τοῦ μεταξὺ τῶν δύο πυραμίδων πρὸς τὸ ἐκ τῶν δύο
πυραμίδων ἐστὶν ἐλάσσονα λόγον ἢ ὃν ἡ ἑκατέρα τῶν
πυραμίδων πρὸς τὸ πρίσμα.

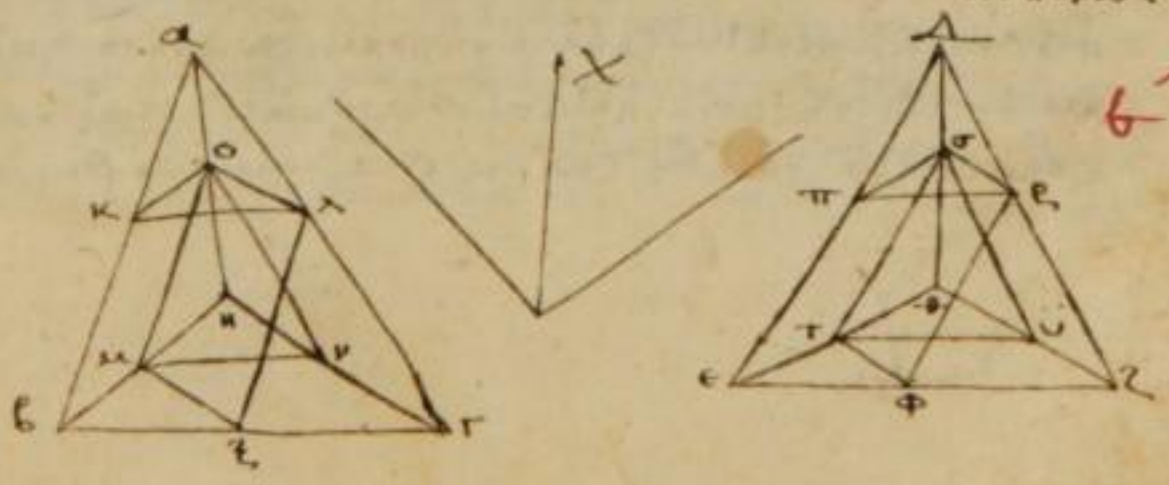
Ἔστω ἴσων δύο πυραμίδων ὑπὸ τὸ αὐτὸ πρίσμα τριῶν
ὄντων τῶν πλευρῶν τοῦ πρίσματος ἑκατέρας διῃρημένη
ἑκατέρα εἰς δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις καὶ ὁμοίας τῇ
ὅλῃ καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα ἀλλήλοις, ὧν ἀρχὴ μὲν
πυραμὶς ἧς βάσις ἐστὶ τὸ ΓΒΔ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Σ
σημεῖον, τὰ δὲ λοιπὰ πρίσματα πλείονα ἐστὶ τοῦ ἡμίσεος
τῶν μεταξὺ τῶν δύο πυραμίδων· καὶ ἔστω τὸ ΔΕΖΗΘ
πρίσμα τῷ ΒΓΚΛΜΝ ὑπὸ τὸ αὐτὸ πρίσμα τριῶν ὄντων
τῶν πλευρῶν τοῦ πρίσματος ἑκατέρας· ἔστιν ἄρα καὶ
τὸ ΔΕΖΗΘ πρίσμα μεῖζον ἢ ἥμισυ τῆς μεταξὺ τῶν δύο
πυραμίδων. Καὶ ἐπεὶ δύο πυραμίδες εἰσὶν ἴσαι τε καὶ
ὅμοιαι ἀλλήλαις καὶ ὅμοιαι τῇ ὅλῃ, καὶ ἐστὶ δύο πρίσματα
καὶ τετραπλεύρους ἔχοντα παραλληλογράμμους ἐπιπέδους
ἀπεναντίον καὶ ἴσους καὶ ὁμοίους ἀλλήλοις καὶ ὅμοιον
καὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΕΖΗΘ πρίσμα τῷ ΒΓΚΛΜΝ· καὶ ἐστὶ
δύο πρίσματα καὶ τετραπλεύρους ἔχοντα παραλληλογράμμους
ἐπιπέδους ἀπεναντίον καὶ ἴσους καὶ ὁμοίους ἀλλήλοις καὶ
ὅμοιον καὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΒΓΕΖ πρίσμα τῷ ΗΚΛΜΝΘ·
ἔστιν ἄρα τὸ ΔΕΖΗΘ πρίσμα μεῖζον ἢ ἥμισυ τοῦ ΔΒΓΕΖ
πρίσματος· ὥστε καὶ τὸ ἀφαιρούμενον μέρος τοῦ μεταξὺ
τῶν δύο πυραμίδων ἐστὶν ἐλάσσονα λόγον ἢ ὃν ἡ ἑκατέρα
τῶν πυραμίδων πρὸς τὸ πρίσμα. Ἐπεὶ οὖν δύο πυραμίδες
εἰσὶν ἴσαι ἀλλήλαις ὑπὸ τὸ αὐτὸ πρίσμα τριῶν ὄντων
τῶν πλευρῶν τοῦ πρίσματος ἑκατέρας, καὶ ἀφῄρηται
ἀπὸ μὲν τῆς ΔΒΓΕΖ πυραμίδος ἔλασσον ἢ ἥμισυ τοῦ
ΔΒΓΕΖ πρίσματος, ἀπὸ δὲ τῆς ΔΕΖΗΘ πυραμίδος μεῖζον
ἢ ἥμισυ τοῦ ΔΕΖΗΘ πρίσματος, καὶ ἐστὶ τὸ ΔΕΖΗΘ
πρίσμα τῷ ΒΓΚΛΜΝ ἴσον, λοιπὸν ἄρα ἀπὸ μὲν τῆς
ΔΒΓΕΖ πυραμίδος ἔλασσον ἢ ἥμισυ τοῦ ΔΒΓΕΖ πρίσματος
πρὸς τὸ ΔΒΓΕΖ πρίσμα ἐστὶν ἔλασσον ἢ ὃν ἡ ΔΒΓΕΖ
πυραμὶς πρὸς τὸ ΔΒΓΕΖ πρίσμα, ἀπὸ δὲ τῆς ΔΕΖΗΘ
πυραμίδος ἔλασσον ἢ ἥμισυ τοῦ ΔΕΖΗΘ πρίσματος πρὸς
τὸ ΔΕΖΗΘ πρίσμα ἐστὶν ἔλασσον ἢ ὃν ἡ ΔΕΖΗΘ πυραμὶς
πρὸς τὸ ΔΕΖΗΘ πρίσμα· ὅλον ἄρα τὸ ἀφαιρούμενον μέρος
τοῦ μεταξὺ τῶν δύο πυραμίδων ἐστὶν ἔλασσον ἢ ὃν ἡ
ΔΒΓΕΖ πυραμὶς πρὸς τὸ ΔΒΓΕΖ πρίσμα· ἀλλὰ τὸ ΔΒΓΕΖ
πρίσμα πρὸς τὸ ΔΒΓΕΖ τρίγωνον, οὗ ἐστὶ βάσις τὸ ΔΒΓ

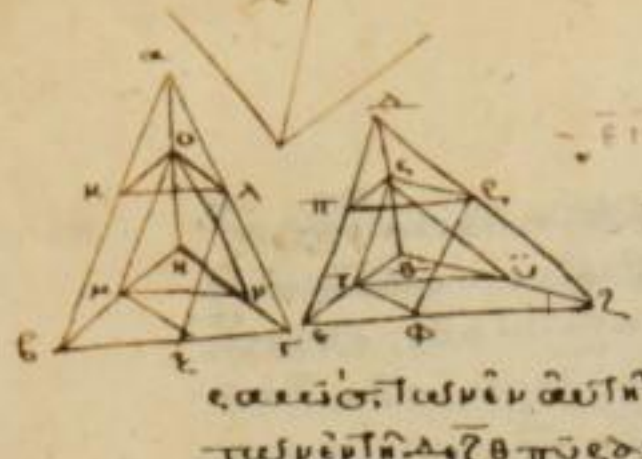

α
δ
κ
λ
μ
ν
ρ
β
γ
ξ


σ
π
ρ
τ
υ
ε
φ
ζ

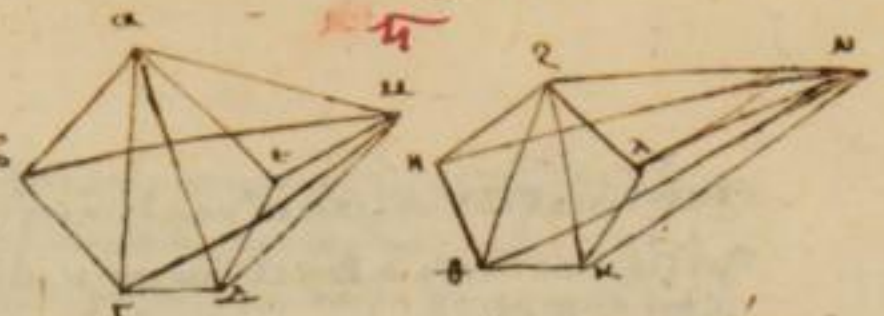

α
ο
κ
λ
μ
η
ν
β
ξ
γ
λ
σ
π
ρ
τ
θ
υ
β
φ
χ

Αἰ ἐπὶ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες καὶ ἐπὶ τριγώνους βάσεις πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. ἔστω ἐπὶ τὸ αὐτὸ ὕψος πυραμίδες ὧν βάσεις μὲν τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τρίγωνα, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ, οὕτως καὶ ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὴν ΔΕΖΗ. ἐκβεβλήσθω γὰρ τὸ μὲν ΑΒΓ ἐπίπεδον καὶ ἡ ΔΕΖΗ στερεὰ ἐπὶ τὰ Θ, Κ μέρη, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς ἐπὶ τὰ Θ, Κ μέρη, καὶ ἔστω τῆς μὲν ΑΒΓ βάσεως πυραμὶς ἡ ΑΒΓΗ, τῆς δὲ ΔΕΖ βάσεως πυραμὶς ἡ ΔΕΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἐν τῇ ΑΒΓΗ πυραμίδι ἐπίπεδα ἐστὶ τὰ ΑΒΓ, ΘΛΜΝ παράλληλα ὄντα, καὶ ὁμοίως ἐν τῇ ΔΕΖΗ πυραμίδι ἐπίπεδα ἐστὶ τὰ ΔΕΖ, ΚΞΟΠ παράλληλα ὄντα, καὶ ἐπεὶ ἴσον ἀπέχει τὸ ΑΒΓ ἐπίπεδον τοῦ ΘΛΜΝ ἐπιπέδου καὶ τὸ ΔΕΖ τοῦ ΚΞΟΠ, καὶ εἰσὶν ἐν τῇ ΑΒΓΗ πυραμίδι τρία μὲν παραλληλόγραμμα τὰ ΘΑΒΛ, ΛΒΓΜ, ΜΓΑΘ, τρία δὲ τρίγωνα τὰ ΘΝΜ, ΝΜΛ, ΝΛΘ, ἐν δὲ τῇ ΔΕΖΗ πυραμίδι τρία μὲν παραλληλόγραμμα τὰ ΚΔΕΞ, ΞΕΖΟ, ΟΖΔΚ, τρία δὲ τρίγωνα τὰ ΚΠΟ, ΠΟΞ, ΠΞΚ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘΝΜ βάσις πρὸς τὴν ΚΠΟ βάσιν, οὕτως τὰ ΘΑΒΛ, ΛΒΓΜ, ΜΓΑΘ παραλληλόγραμμα πρὸς τὰ ΚΔΕΞ, ΞΕΖΟ, ΟΖΔΚ παραλληλόγραμμα· καὶ ἐπεὶ ἐν τῇ ΑΒΓΗ πυραμίδι ἐπίπεδα ἐστὶ τὰ ΘΛΜΝ, ΑΒΓ παράλληλα ὄντα, καὶ ὁμοίως ἐν τῇ ΔΕΖΗ πυραμίδι ἐπίπεδα ἐστὶ τὰ ΚΞΟΠ, ΔΕΖ παράλληλα ὄντα, καὶ ἐπεὶ ἴσον ἀπέχει τὸ ΘΛΜΝ ἐπίπεδον τοῦ ΑΒΓ ἐπιπέδου καὶ τὸ ΚΞΟΠ τοῦ ΔΕΖ, καὶ εἰσὶν ἐν τῇ ΑΒΓΗ πυραμίδι τρία μὲν παραλληλόγραμμα τὰ ΘΑΒΛ, ΛΒΓΜ, ΜΓΑΘ, τρία δὲ τρίγωνα τὰ ΘΝΜ, ΝΜΛ, ΝΛΘ, ἐν δὲ τῇ ΔΕΖΗ πυραμίδι τρία μὲν παραλληλόγραμμα τὰ ΚΔΕΞ, ΞΕΖΟ, ΟΖΔΚ, τρία δὲ τρίγωνα τὰ ΚΠΟ, ΠΟΞ, ΠΞΚ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν, οὕτως καὶ ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὴν ΔΕΖΗ πυραμίδα. ἐπεὶ οὖν δύο πυραμίδες εἰσὶν αἱ ΑΒΓΗ, ΔΕΖΗ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι καὶ ἐπὶ τριγώνους βάσεις πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν, οὕτως καὶ ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὴν ΔΕΖΗ πυραμίδα. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν, οὕτως καὶ ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὴν ΔΕΖΗ πυραμίδα, ὡς ἄρα ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς



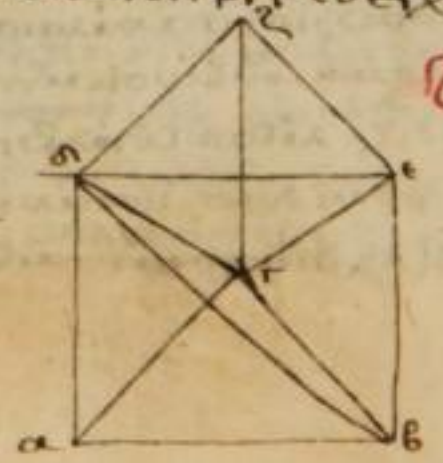


πρὸς τὰ ἐν αὐτῇ πεῖσαι. οὕτω καὶ τὸ χ στερεόν, πρὸς τὰ ἐν τῇ δοθείσῃ πυραμίδι πεῖσαι πεντάεδρα· μείζων ἄρα ἡ δοθεῖσα πυραμὶς τῆς ἐν αὐτῇ πεῖσαι. μείζον δὲ καὶ τὸ χ στερεὸν τῆς ἐν τῇ δοθείσῃ πυραμίδι πεῖσαι. ἀλλὰ καὶ ἔλαττον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ὡς ἡ αβγ βάσις πρὸς τὴν ζηθ βάσιν, οὕτως ἡ αβγ πυραμὶς πρὸς τὴν ζηθ πυραμίδα· στερεὸν ἄρα τι ἐστὶν ἀφ' οὗ ἀφαιρεθείσης ὁποιουδήποτε τῆς ζηθ βάσεως πρὸς τὴν αβγ βάσιν, οὕτως ἡ ζηθ πυραμὶς πρὸς τὸ λοιπὸν τῆς αβγ πυραμίδος, στερεὸν μείζονα ἔχον ἐπιφάνειαν τῆς ἐπιφανείας τῆς ζηθ πυραμίδος· ἀφ' οὗ ἀφαιρεθείσης ὁποιουδήποτε τῆς ζηθ βάσεως πρὸς τὴν αβγ βάσιν, οὕτως ἡ ζηθ πυραμὶς πρὸς τὸ λοιπὸν τῆς αβγ πυραμίδος, στερεὸν ἔλαττον ἔχον ἐπιφάνειαν τῆς ἐπιφανείας τῆς ζηθ πυραμίδος· ἀφ' οὗ ἀφαιρεθείσης ὁποιουδήποτε τῆς ζηθ βάσεως πρὸς τὴν αβγ βάσιν, οὕτως ἡ ζηθ πυραμὶς πρὸς τὸ λοιπὸν τῆς αβγ πυραμίδος, στερεὸν ἴσον ἔχον ἐπιφάνειαν τῇ τῆς ζηθ πυραμίδος ἐπιφανείᾳ· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ὡς ἡ αβγ βάσις πρὸς τὴν ζηθ βάσιν, οὕτως ἡ αβγ πυραμὶς πρὸς τὴν ζηθ πυραμίδα· μείζων ἄρα ἡ δοθεῖσα πυραμὶς τῆς ἐν αὐτῇ πεῖσαι. πεντάεδρα· μείζων ἄρα ἡ δοθεῖσα πυραμὶς τῆς ἐν αὐτῇ πεῖσαι. πεντάεδρα· μείζων

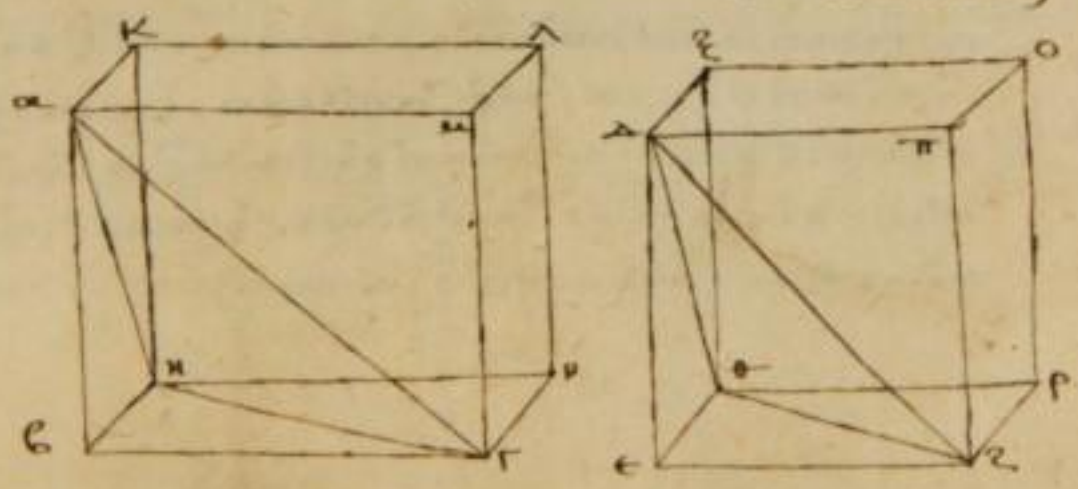


ἐφ' ἃς οὖν τρίγωνα. πυραμίδες ἴσου ὕψους τὰς ἐξ ἀρχῆς πυραμίδας· καὶ ἐπὶ μιᾶς τινὸς τὸ αβγ τρίγωνον. πρὸς τὸ αδε τρίγωνον. οὕτως ἡ αβγ πυραμὶς πρὸς τὴν αδε πυραμίδα. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὴν αβγ πυραμίδα. οὕτως τὸ αδε τρίγωνον πρὸς τὴν αδε πυραμίδα. καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς. οὕτως ἡ αβγ πυραμὶς πρὸς τὴν αδε πυραμίδα. ἀλλὰ καὶ τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ αδε διπλασίων ἐστὶν οὕτως καὶ ἡ αβγ πυραμὶς πρὸς τὴν αδε πυραμίδα. διπλασίων ἐστὶν ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας ἐστὶν ἑξαπλῆ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ ζηθ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ηθκλ παραλληλόγραμμον. οὕτως ἐστὶν ἡ ζηθ πυραμὶς πρὸς τὴν ηθκλ πυραμίδα. καὶ ἐπὶ μιᾶς τινὸς βάσεως τοῦ ηθκλ παραλληλογράμμου ἐστὶν ἑξῆς ἴσου ὕψους τὰς ἐξ ἀρχῆς πυραμίδας. καὶ ἐπὶ μιᾶς τινὸς τὸ ηθκ τρίγωνον πρὸς τὸ ηκλ τρίγωνον. οὕτως ἡ ζηθκ πυραμὶς πρὸς τὴν ζηκλ πυραμίδα. ἀλλὰ καὶ τὸ ηθκλ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ηκλ διπλασίων ἐστὶν οὕτως καὶ ἡ ζηθκ πυραμὶς πρὸς τὴν ζηκλ πυραμίδα. διπλασίων ἐστὶν ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας ἐστὶν ἑξαπλῆ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

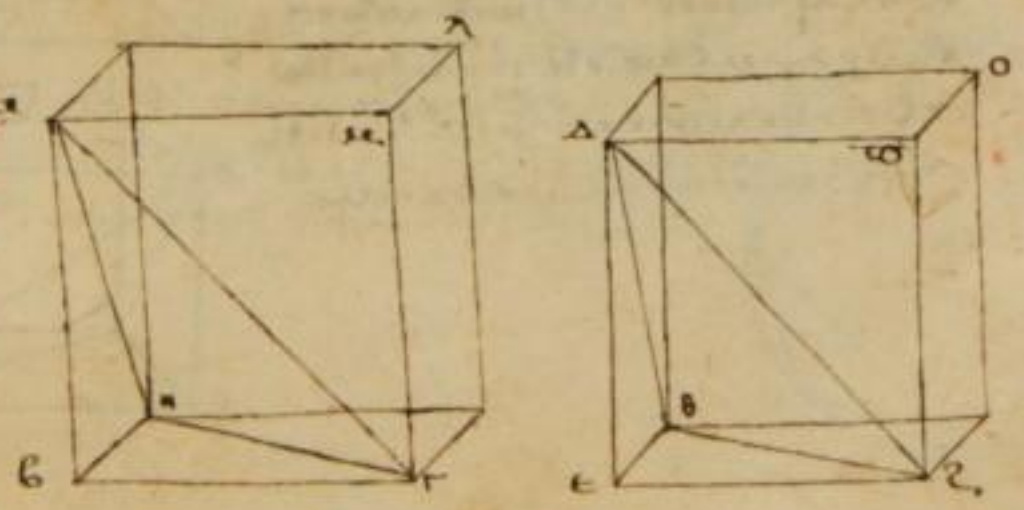
Πᾶν πρίσμα τριγώνου ἔχον βάσιν διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας. ἔστω πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ αβγ τρίγωνον. ἀπεναντίον δὲ τὸ δεζ. λέγω ὅτι τὸ αβγδεζ πρίσμα διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας. ἤτοι γὰρ ἐπιζευγνύουσιν αἱ βδ γδ γε ἢ αἱ βε γδ γε ἢ αἱ βε γδ γε

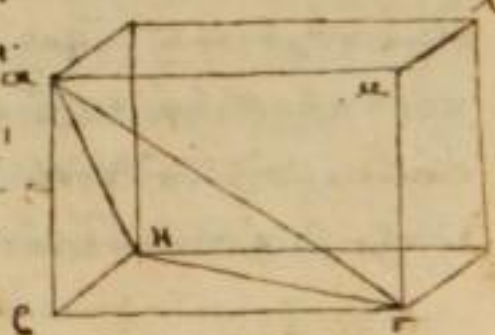

δ
ε
Γ
α
β

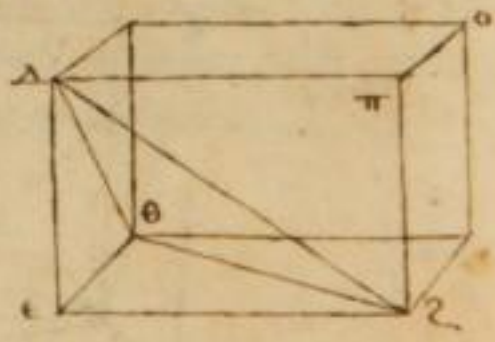
τὸ ΑΜ πρίσμα. διὰ τοῦ ΑΒΓΔ πρίσματος τοῦ ἴσον ἔχοντος βάσιν
τὴν ΑΒΓΔ καὶ ἀπεναντίον τὸ ΑΒΓ. ὅτι δὲ καὶ τὸ ΑΜ πρίσμα
ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ πρίσματι δείκνυται οὕτως. ἐπεὶ γὰρ
παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ καὶ ἴσον καὶ ὅμοιον τὸ
ΚΛΜΝ. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΑΒΓΔ καὶ ΚΛΜΝ βάσεις. διὰ τὰ αὐτὰ
δὴ καὶ αἱ ΕΟΠΡ καὶ ΖΗΘΣ. ἐπεὶ οὖν ἐπίπεδος γωνία ἡ ὑπὸ
ΒΑΔ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΚΛΜ γωνίᾳ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ τῇ ὑπὸ ΟΠΡ,
δύο δὴ αἱ ΒΑ, ΑΔ δυσὶ ταῖς ΚΛ, ΛΜ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΛΜ ἴση. παραλληλόγραμμον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμῳ τῷ ΚΛΜΝ ἴσον τε καὶ ὅμοιον.
ὁμοίως δὴ δείκνυται καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ ΟΠΡΣ ἴσον τε καὶ ὅμοιον.
ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΚΛΜ ἐστὶν ἴσον τε καὶ ὅμοιον.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τῷ ΟΠΡ ἐστὶν ἴσον τε καὶ
ὅμοιον. ἐπίπεδα ἄρα ὄντα τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ, ΚΛΜ, ΟΠΡ καὶ ἀπεναντίον
τὰ ΑΒΓ, ΚΛΜ τοῖς ΕΖΗ, ΟΠΡ ἐστὶν ἴσα τε καὶ ὅμοια καὶ

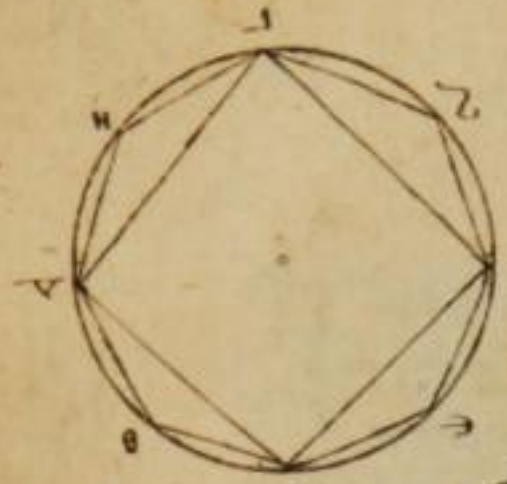


ια΄


α
ε
β
γ
Δ
θ
ε
ζ

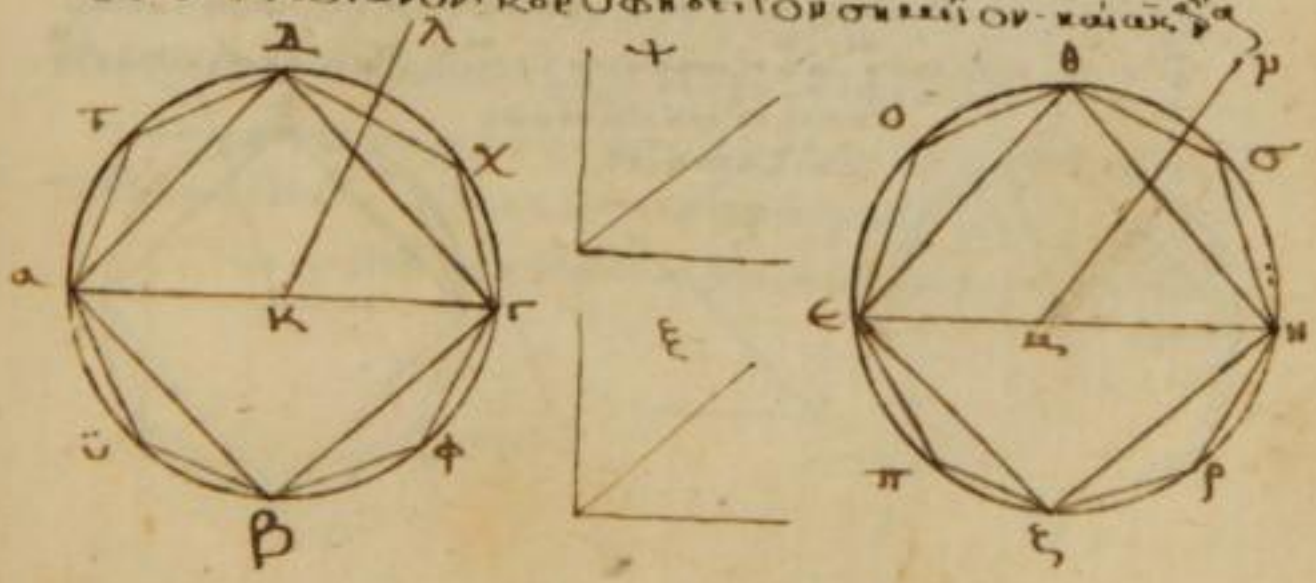

α
κ
η
C
Γ

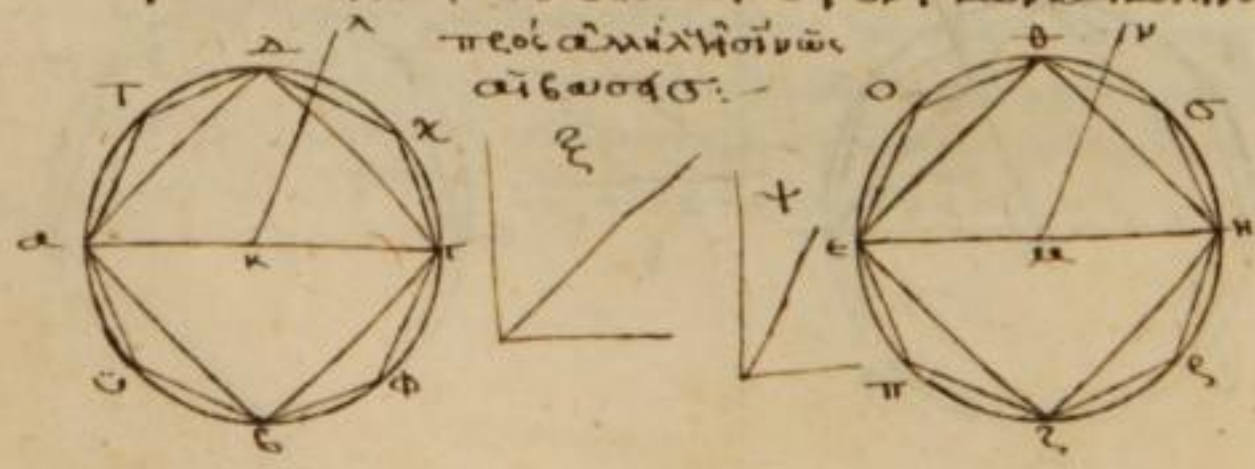

Δ
ο
π
θ
ε
ζ


Γ
Z
H
A
Θ

α
β
γ
δ
ε
ζ

Δ
Κ
Τ
Β

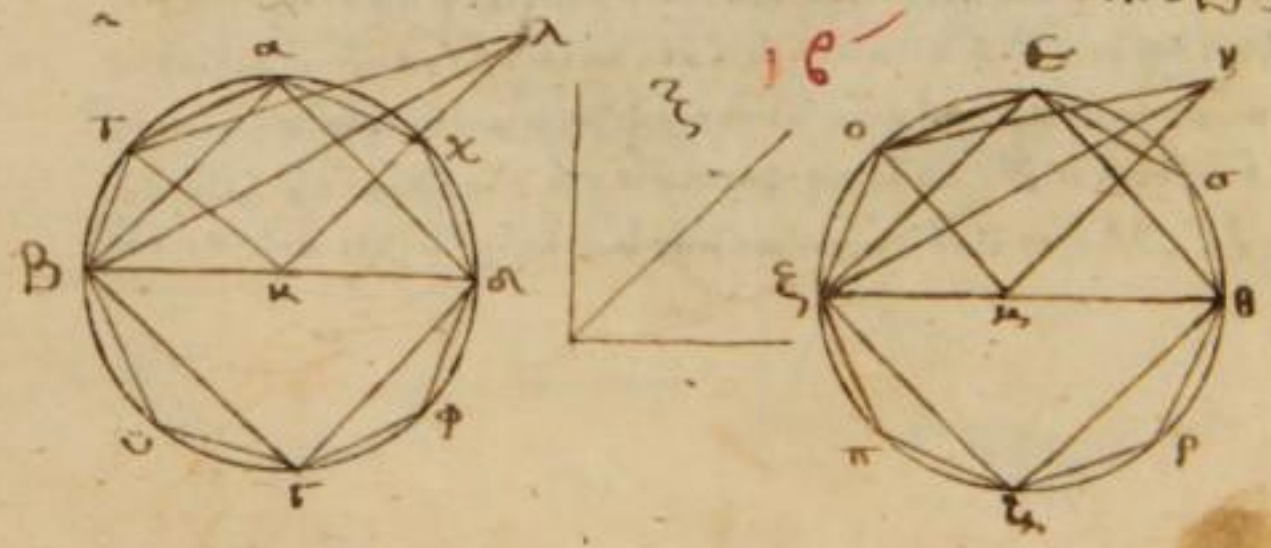

A
λ
τ
χ
α
κ
γ
ω
φ
β
ε
ξ
θ
μ
ο
σ
π
ρ
ξ


Δ
Λ
Γ
Χ
α
Κ
Γ
Ω
Φ
Ε
ξ
ψ
Θ
Ν
Ο
Σ
Ε
Μ
Π
Ρ
Ζ

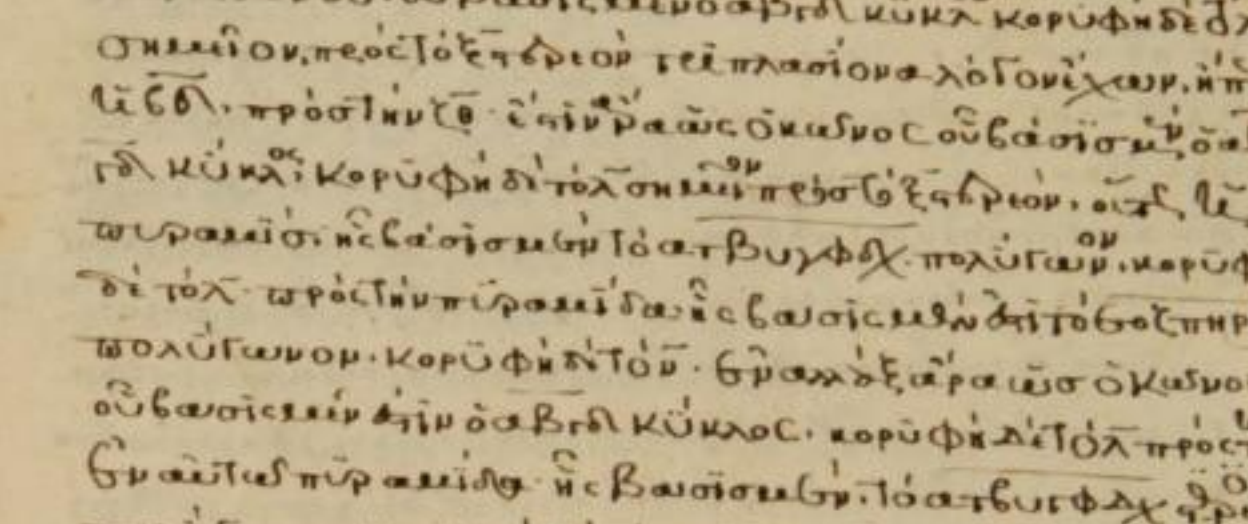
Βʹ Ἰσόπλευροι κανόνες καὶ κύλινδροι, ὧν ἡ πλευρὰ τοῦ ἰσοπλεύρου βάσεως ἴσων ὄντων οἱ κανόνες καὶ κύλινδροι. ὧν βάσεις ἐλλείψεις ὦσιν αἱ ΑΒΓΔ· κύκλοι δὲ αἱ τῶν κανόνων καὶ κυλίνδρων, οἱ μὲν λίθινοι πόκινος οὗ βάσεις ἔστωσαν αἱ ΑΒΓΔ κύκλοι· κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον· πρίσμα οὖν ἐστὶν ὁ βάσεις μὲν ἔχων τὰς ΑΒΓΔ κύκλους, κορυφὴν δὲ τὸ Ε σημεῖον· ὁ δὲ κανὼν ὁ βάσεις μὲν ἔχων τὰς ΑΒΓΔ κύκλους, κορυφὴν δὲ τὸ Ε σημεῖον, πρίσματός ἐστιν ἀφαίρεσις· ὁ δὲ κύλινδρος ὁ βάσεις μὲν ἔχων τὰς ΑΒΓΔ κύκλους, κορυφὴν δὲ τὸ Ε σημεῖον, πρίσματός ἐστιν ἀφαίρεσις

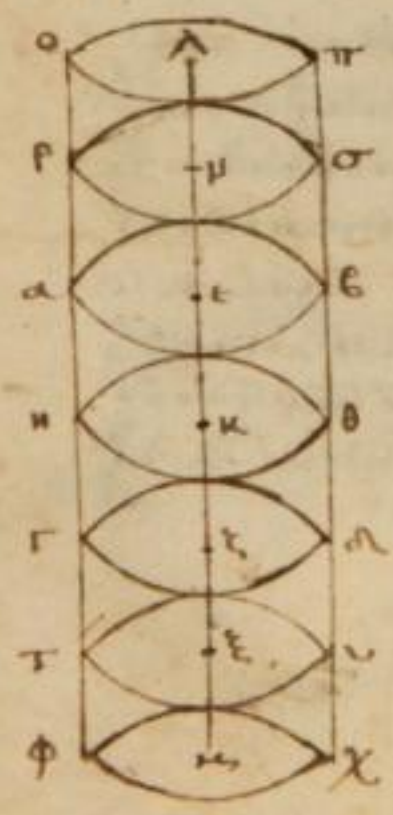
τοῦ ξ κύκλου· λι λείφθω καὶ ἔστω ἡ ΑΓ τῆ ΟΖ π ἴση· ἡ ΑΓ ἄρα
ρβ· θσ· ἐστὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πυραμὶς, ἧς βάσις ἐστὶ τὸ ΟΖ π
ηρθσ· πολ', κορυφὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον· μείζων ἐστὶ ὁ ξ κύκλου
τοῦ ΑΓ φθ· καὶ ἔστω αὐτοῦ κύκλος ὁ ΟΖ π ρθς πολ', ὁμοίου
δὲ καὶ ὁμοίως κειμένου πολ'· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΓ φθ
τοῦ π ἄρα τοῦ ΟΖ π πυραμὶς· ἐὰν δὴ τοῦ ΑΓ φθ κύκλου
ὑπόκειται πυραμὶς ἧς βάσις ἐστὶν ὁ ΑΓ φθ κύκλος
καὶ κορυφὴ ὁ Ν σημεῖον· ἐὰν δὲ τοῦ ΟΖ π κύκλου
ὑπόκειται πυραμὶς ἧς βάσις ἐστὶν ὁ ΟΖ π κύκλος
καὶ κορυφὴ τὸ Ν σημεῖον· ἐὰν ἄρα ἐν πυραμίδι
ἰσοσκελεῖ ἧς βάσις ὁ ΑΓ κύκλος καὶ ἐν ἄλλῃ
ἰσοσκελεῖ ἧς βάσις ὁ ΟΖ π κύκλος ἴσαι ὦσι
καὶ ὅμοιαι αἱ πλευραὶ αἱ πρὸς ταῖς βάσεσι
τῶν πυραμίδων, ἴσαι ἔσονται καὶ αἱ πυραμίδες·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ὁρθὴν κα'



16


α
λ
Γ
χ
β
δ
κ
ε
ο
σ
ζ
θ
μ
ϋ
φ
τ
ρ
ω
η

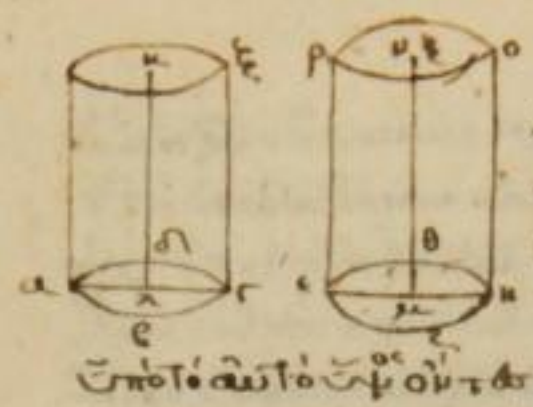


ΙΓ'

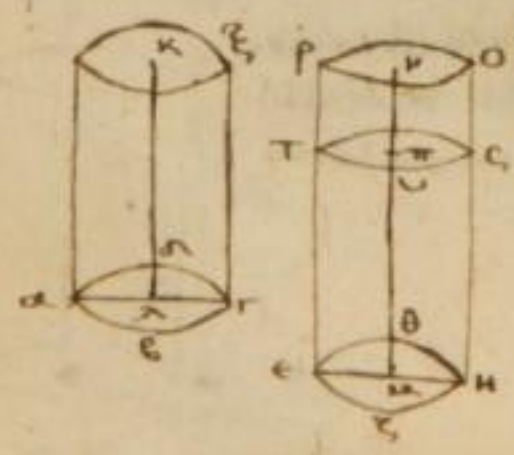
ΙΔ'

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῷ ΑΒ τρίγωνα ἰσοσκελῆ τὰ ΑΓΒ, ΑΔΒ μὴ ὁμοιοσκελῆ ἔστω, ὧν ἔστω μείζων ὁ ΑΓΒ τοῦ ΑΔΒ· καὶ ἐπὶ τῆς ΑΒ ἐκατέρου τῶν ΑΓΒ, ΑΔΒ τμήματος ὅμοια τμήματα κύκλου γεγράφθω τὰ ΑΕΒ, ΑΖΒ· ἐντὸς ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΕΒ τοῦ ΑΖΒ. λέγω, ὅτι ἐκ τῶν ἀπολαμβανομένων ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, ΑΔ, ΔΒ εὐθειῶν ἴσων τὸ πλῆθος καὶ τῷ μεγέθει ἑκάστη ἑκάστῃ ἐκ μὲν τοῦ ΑΓΒ τμήματος ἡ ΑΓ, ΓΒ, ἐκ δὲ τοῦ ΑΔΒ ἡ ΑΔ, ΔΒ, ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΓΒ ἴση, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΔΒ, ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΑΔ οὐκ ἔστω ἴση, ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΔΒ οὐκ ἔστω ἴση, ἐκ δὲ τοῦ ΑΕΒ τμήματος ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἴση, ἐκ δὲ τοῦ ΑΖΒ τμήματος ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ ἴση, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΑΔ οὐκ ἔστω ἴση, ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΔΒ οὐκ ἔστω ἴση, καὶ ἐκ μὲν τοῦ ΑΕΒ τμήματος ἐλάσσονες ἔστωσαν αἱ ΑΓ, ΓΒ τῶν ΑΔ, ΔΒ, ἐκ δὲ τοῦ ΑΖΒ τμήματος μείζονες ἔστωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ τῶν ΑΓ, ΓΒ. εἰλήφθω δὴ τοῦ μὲν ΑΕΒ τμήματος τὸ κέντρον τὸ Η, τοῦ δὲ ΑΖΒ τμήματος τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΗΒ, ΑΘ, ΘΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐπὶ τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΓ, ΓΒ τῇ ΑΔ, ΔΒ, ἡ δὲ ΓΚ τῇ ΓΑ οὐκ ἔστιν ἴση, οὐδὲ ἡ ΔΛ ἄρα τῇ ΔΒ οὐκ ἔστιν ἴση· ἀνισογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΚΒ τρίγωνον· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΑ τῆς ΑΒ, ἡ δὲ ΒΚ τῆς ΒΛ

Οἱ ἐπίπεδοι βάσεις ἔχοντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, ὧν οἱ ἄξονες εἰσὶν ἴσοι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. ἔστω πρότερον κῶνοι κύλινδροι οἱ ΑΒ, ΓΔ ἴσους ἔχοντες ἄξονας τοὺς ΕΖ, ΗΘ, ὧν βάσεις μὲν κύκλοι οἱ ΚΛ, ΜΝ, διάμετροι δὲ τῶν βάσεων αἱ ΚΛ, ΜΝ, ἄξονες δὲ οἱ ΕΖ, ΗΘ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΕ ἐπὶ τὸ Ξ, καὶ κείσθω τῇ ΖΕ ἴση ἡ ΕΞ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΘΗ ἐπὶ τὸ Π, καὶ κείσθω τῇ ΘΗ ἴση ἡ ΗΠ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΚ, ΚΛ, ΛΞ, ΠΜ, ΜΝ, ΝΠ. ἐπεὶ οὖν ἴσος ἐστὶν ὁ ΕΖ ἄξων τῷ ΗΘ ἄξονι, ἀλλὰ καὶ ὁ ΕΞ τῷ ΗΠ ἐστιν ἴσος, ὅλος ἄρα ὁ ΖΞ ὅλῳ τῷ ΘΠ ἐστιν ἴσος. ἀλλὰ καὶ ὁ ΖΞ τῷ ΚΛ ἐστιν ἴσος· καὶ ὁ ΚΛ ἄρα τῷ ΘΠ ἐστιν ἴσος. ἀλλὰ καὶ ὁ ΜΝ τῷ ΚΛ ἐστιν ἴσος· καὶ ὁ ΘΠ ἄρα τῷ ΜΝ ἐστιν ἴσος. ἀλλὰ καὶ ὁ ΗΘ τῷ ΕΖ ἐστιν ἴσος· καὶ ὁ ΕΖ ἄρα τῷ ΗΘ ἐστιν ἴσος. ἀλλὰ καὶ ὁ ΗΠ τῷ ΕΞ ἐστιν ἴσος· καὶ ὁ ΕΞ ἄρα τῷ ΗΠ ἐστιν ἴσος. ἐὰν δὲ ἐπὶ ἴσων βάσεων κῶνοι καὶ κύλινδροι ὦσιν, ὧν οἱ ἄξονες ἴσοι εἰσίν, ἐν ἴσοις ἀλλήλοις ἐπιπέδοις ἐστὶν ἑκάτερα τῶν ἐπιπέδων τῶν τε κώνων καὶ τῶν κυλίνδρων, ἐν ἴσοις ἄρα ἀλλήλοις ἐπιπέδοις ἐστὶν ἑκάτερα τῶν ἐπιπέδων τῶν τε κώνων καὶ τῶν κυλίνδρων. ἔστω δὲ ἑκάτερα τῶν ΚΛ, ΜΝ ἐν ἴσοις ἀλλήλοις ἐπιπέδοις· ὥστε καὶ ἑκάτερα τῶν ΞΚ, ΚΛ, ΛΞ, ΠΜ, ΜΝ, ΝΠ ἐν ἴσοις ἀλλήλοις ἐπιπέδοις ἐστίν



ὕψος, πρὸς τὸ λκ ὕψ. τὸ δὴ λκ
ὕψος τῷ ΑΓ ἴσον ποιῶ, ἤτοι ἴσον ἢ μεῖζον ἢ
οὗ. ἔστω πρότερον μεῖζον τὸ λκ τοῦ ΑΓ, καὶ ἀνα-
κύλινδρος, τοῦ δὲ κυλίνδρου ὁ
ὑπὸ τὰ αὐτὰ ὕψη τοῖς κώνοις κύλινδρος. πρόσταξις
ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ βάσιν, οὕτως
οὕτως τὸ ΑΓ ὕψος πρὸς ἄλλην τινὰ
μείζονα τοῦ λκ ὕψους. τοῦτο δὲ ἔστω τὸ ΑΖ. καὶ
ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ βάσιν, οὕτως
τὸ ΑΓ ὕψος πρὸς τὸ ΑΖ ὕψος, ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ἡ
ΑΒ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ βάσιν, οὕτως ὁ ΑΒΓ κῶνος
πρὸς τὸν ΔΕΖ κῶνον· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΒΓ κῶνος πρὸς
τὸν ΔΕΖ κῶνον, οὕτως τὸ ΑΓ ὕψος πρὸς τὸ ΑΖ ὕψος.
ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ ΑΒΓ κῶνος πρὸς τὸ ΑΓ ὕψος,
οὕτως ὁ ΔΕΖ κῶνος πρὸς τὸ ΑΖ ὕψος. μείζων δὲ
ὁ ΑΒΓ κῶνος τοῦ ΔΕΖ κώνου· μείζων ἄρα καὶ ἡ
ΑΓ ὕψος τοῦ ΑΖ ὕψους. ἀλλὰ τὸ ΑΓ ὕψος τῷ λκ
ὕψει ἐστὶν ἴσον· μείζων ἄρα καὶ ἡ λκ τοῦ ΑΖ. ἔστω
αὐτῇ ἴση ἡ λμ· καὶ διὰ τοῦ μ σημείου ἐπιζευ-
χθεῖσα ἡ μν παράλληλος οὖσα τῇ ΑΒ ἐκβεβλήσθω
καὶ ἀπὸ τῶν Α, Β, ν ἐπὶ τὸ ΔΕ ἐπίπεδον ἐπιζευχθεῖσαι
αἱ ΑΔ, ΒΕ, νΕ ἐκβεβλήσθωσαν· καὶ ἀπὸ τοῦ ν ἐπὶ τὴν
ΔΕ κάθετος ἤχθω ἡ νξ. ἐπεὶ οὖν ὁ ΑΒΓ κῶνος ὁμοιός
ἐστὶ τῷ ΔΕΖ κώνῳ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΓΒ γωνία
τῇ ὑπὸ ΔΖΕ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. ἀλλὰ ἡ μὲν
ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΜΛΓ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΜΛΓ
ὀρθή ἐστιν· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΜΓΛ· καὶ ἡ ὑπὸ
ΜΛΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ
ΜΛΓ ὀρθὴ τῇ ὑπὸ ΝΜΛ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΝΜΛ ἄρα τῇ
ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΜΝΛ τῇ ὑπὸ
ΔΕΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΜΝΛ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση.
ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΝΜΛ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ
ΜΝΛ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ
ΜΝΛ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΜΝΛ ἄρα τῇ ὑπὸ
ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΜΝΛ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση·

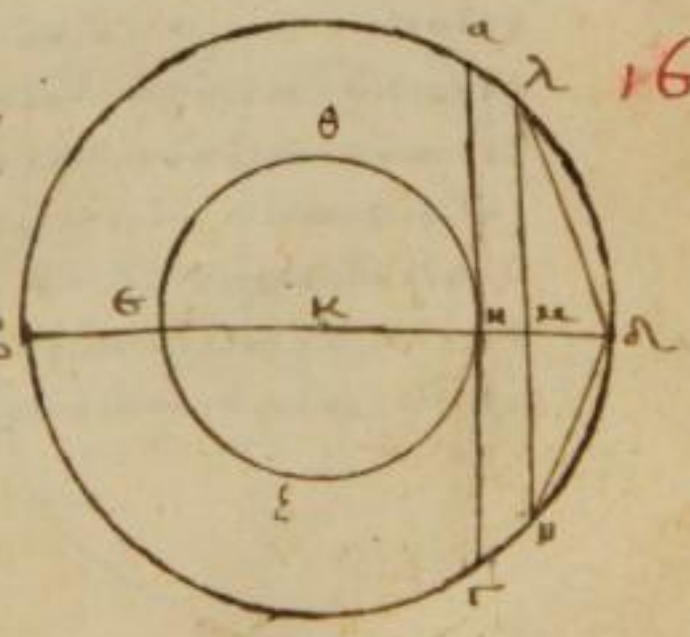


τὸ ΑΓ ὕψος τῷ λκ ὕψει ἐστὶν ἴσον. ἴσος ἄρα ἐστὶν
ὁ ΑΒΓ κῶνος τῷ ΔΕΖ κώνῳ. τὸ δὲ ΑΒΓ
ὕψος τῷ ΑΓ ὕψει ἴσον ποιῶ, ἤτοι ἴσον ἢ μεῖζον ἢ
οὗ. ἔστω πρότερον μεῖζον τὸ ΑΒΓ τοῦ ΑΓ, καὶ ἀνα-
κύλινδρος, τοῦ δὲ κυλίνδρου ὁ
ὑπὸ τὰ αὐτὰ ὕψη τοῖς κώνοις κύλινδρος. πρόσταξις
ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ βάσιν, οὕτως
οὕτως τὸ ΑΓ ὕψος πρὸς ἄλλην τινὰ
μείζονα τοῦ λκ ὕψους. τοῦτο δὲ ἔστω τὸ ΑΖ. καὶ
ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ βάσιν, οὕτως
τὸ ΑΓ ὕψος πρὸς τὸ ΑΖ ὕψος, ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ἡ
ΑΒ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ βάσιν, οὕτως ὁ ΑΒΓ κῶνος
πρὸς τὸν ΔΕΖ κῶνον· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΒΓ κῶνος πρὸς
τὸν ΔΕΖ κῶνον, οὕτως τὸ ΑΓ ὕψος πρὸς τὸ ΑΖ ὕψος.
ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ ΑΒΓ κῶνος πρὸς τὸ ΑΓ ὕψος,
οὕτως ὁ ΔΕΖ κῶνος πρὸς τὸ ΑΖ ὕψος. μείζων δὲ
ὁ ΑΒΓ κῶνος τοῦ ΔΕΖ κώνου· μείζων ἄρα καὶ ἡ
ΑΓ ὕψος τοῦ ΑΖ ὕψους. ἀλλὰ τὸ ΑΓ ὕψος τῷ λκ
ὕψει ἐστὶν ἴσον· μείζων ἄρα καὶ ἡ λκ τοῦ ΑΖ. ἔστω
αὐτῇ ἴση ἡ λμ· καὶ διὰ τοῦ μ σημείου ἐπιζευ-
χθεῖσα ἡ μν παράλληλος οὖσα τῇ ΑΒ ἐκβεβλήσθω
καὶ ἀπὸ τῶν Α, Β, ν ἐπὶ τὸ ΔΕ ἐπίπεδον ἐπιζευχθεῖσαι
αἱ ΑΔ, ΒΕ, νΕ ἐκβεβλήσθωσαν· καὶ ἀπὸ τοῦ ν ἐπὶ τὴν
ΔΕ κάθετος ἤχθω ἡ νξ. ἐπεὶ οὖν ὁ ΑΒΓ κῶνος ὁμοιός
ἐστὶ τῷ ΔΕΖ κώνῳ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΓΒ γωνία
τῇ ὑπὸ ΔΖΕ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. ἀλλὰ ἡ μὲν
ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΜΛΓ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΜΛΓ
ὀρθή ἐστιν· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΜΓΛ· καὶ ἡ ὑπὸ
ΜΛΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ
ΜΛΓ ὀρθὴ τῇ ὑπὸ ΝΜΛ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΝΜΛ ἄρα τῇ
ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΜΝΛ τῇ ὑπὸ
ΔΕΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΜΝΛ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση.
ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΝΜΛ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ
ΜΝΛ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ
ΜΝΛ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΜΝΛ ἄρα τῇ ὑπὸ
ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΜΝΛ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση·

καθ' ἃ βάσεις πρὸς ἀλλήλας εἰσίν, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ ΑΒ
πρὸς τὸ ΚΛΜΝ· ἴσον δὲ τὸ ΚΛΜΝ τῷ ΓΔ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ
βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
ΕΖ βάσεως· ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως ὁ ΑΒ
πρὸς τὸν ΓΔ κύλινδρον· ὑπὲρ βάσεις γὰρ τοὺς αὐτοὺς ὕψεσίν εἰσιν· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τοῦ
ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ, οὕτως ὁ ΑΒ κύλινδρος πρὸς τὸν ΕΖ κύλινδρον·
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΑΒ κύλινδρος, οὕτως ὁ ΓΔ κύλινδρος πρὸς τὸν ΕΖ κύλινδρον,
τουτέστιν ὁ ΑΒΓΔ κύλινδρος πρὸς τὸν ΕΖ κύλινδρον. ὁ ἄρα ΑΒΓΔ κύλινδρος,
τουτέστιν ὁ ΑΒ κύλινδρος καὶ ὁ ΓΔ κύλινδρος, ὁ ΑΒ κύλινδρος καὶ ὁ ΓΔ κύλινδρος
πρὸς τὸν ΕΖ κύλινδρον. Ἐὰν ἄρα κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ταῖς τῶν
ἐναντίων βάσεων ἐπιπέδοις, ἔστιν ὡς ὁ ὅλος πρὸς τὸν ἀποτμηθέντα, οὕτως ἡ
περιφέρεια τοῦ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον καὶ διαστήματα ἴσα τῇ περιφερείᾳ τοῦ
κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ ἀποτμηθέντος, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου,
ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ ἀποτμήματος.

Ἔστω κύλινδρος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ ταῖς τῶν ἐναντίων
βάσεων ἐπιπέδοις τοῖς ΑΓ, ΒΔ κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω, ὅτι ἔστιν ὡς ὁ ΑΒΓΔ
κύλινδρος πρὸς τὸν ΑΕΖΒ κύλινδρον, οὕτως ἡ περιφέρεια τοῦ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον
καὶ διαστήματα ἴσα τῇ περιφερείᾳ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ κυλίνδρου,
πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ ΑΕΖΒ κυλίνδρου.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΗΘ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Κ, Λ σημεῖα, καὶ κείσθω τῇ
ΗΘ ἴση ἑκατέρα τῶν ΗΚ, ΘΛ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΚΑ, ΛΒ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ
Μ, Ν σημεῖα, καὶ διὰ τῶν Κ, Λ σημείων τῇ ΗΘ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΚΜ, ΛΝ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΝ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚ τῇ ΘΛ ἴση καὶ παράλληλός ἐστιν, καὶ αἱ ΗΘ,
ΚΛ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ἀλλὰ καὶ αἱ ΗΘ, ΜΝ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί
εἰσιν· καὶ αἱ ΚΛ, ΜΝ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς
αἱ ΚΜ, ΛΝ· καὶ αἱ ΚΜ, ΛΝ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὁ ἄρα ΚΜΝΛ
παραλληλόγραμμόν ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΗΚ τῇ ΚΜ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, ἡ δὲ ΚΜ τῇ
ΜΝ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, καὶ ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΜ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ὁ ἄρα ΚΜΝΛ
παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιόν ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΗΚ τῇ ΚΜ πρὸς ὀρθάς ἐστιν,
ἡ δὲ ΚΜ τῇ ΜΝ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, καὶ ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΜ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ὁ ἄρα
ΚΜΝΛ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιόν ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΗΚ τῇ ΚΜ πρὸς ὀρθάς
ἐστιν, ἡ δὲ ΚΜ τῇ ΜΝ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, καὶ ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΜ πρὸς ὀρθάς ἐστιν·

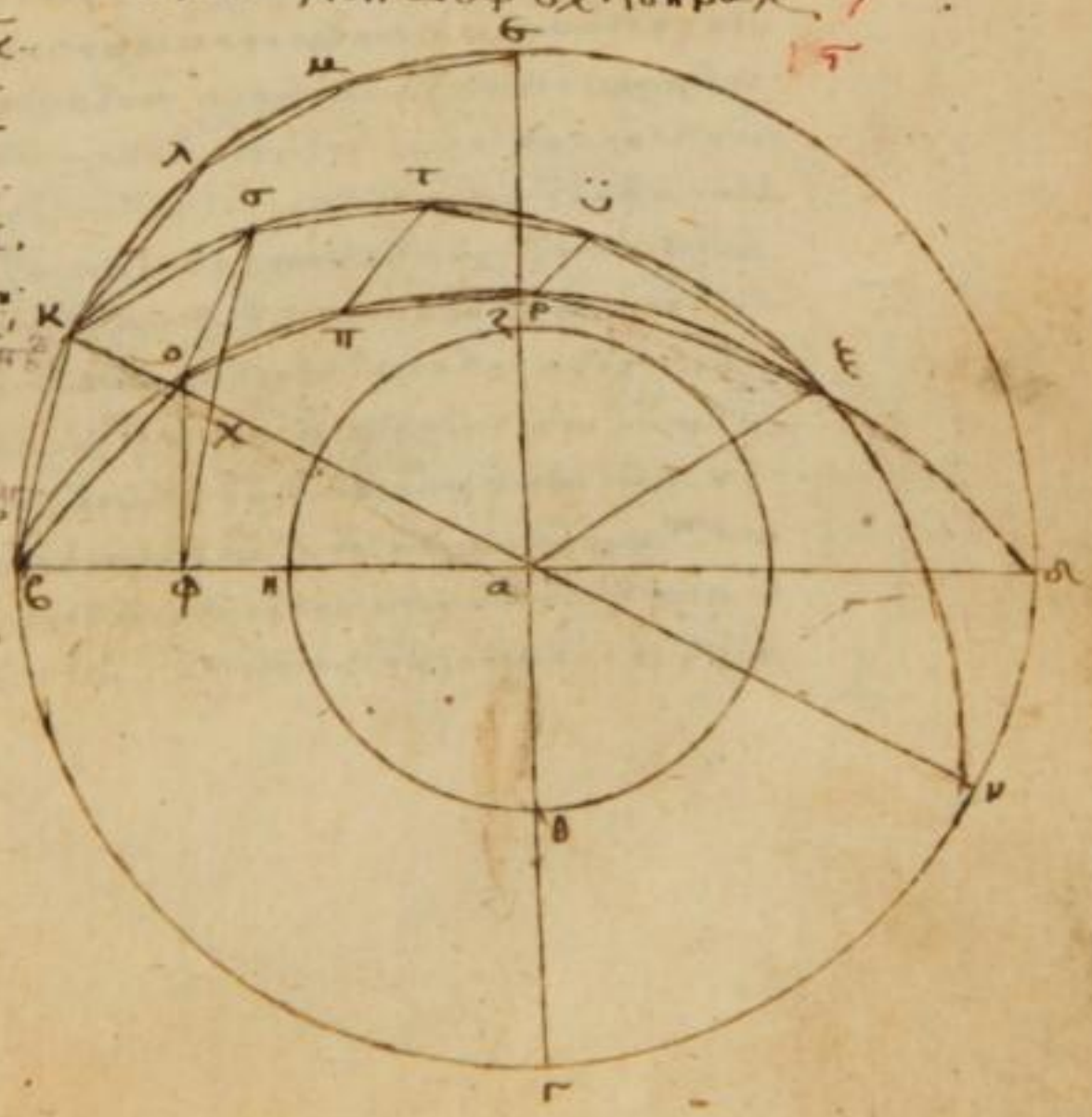


ἴσου πλευρὸν τετράγωνον ἀλλ' ὁ πλάγ. καὶ τοῦτον τοῦ ἐλάσσονος
κύκλου τοῦ ΖΗΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

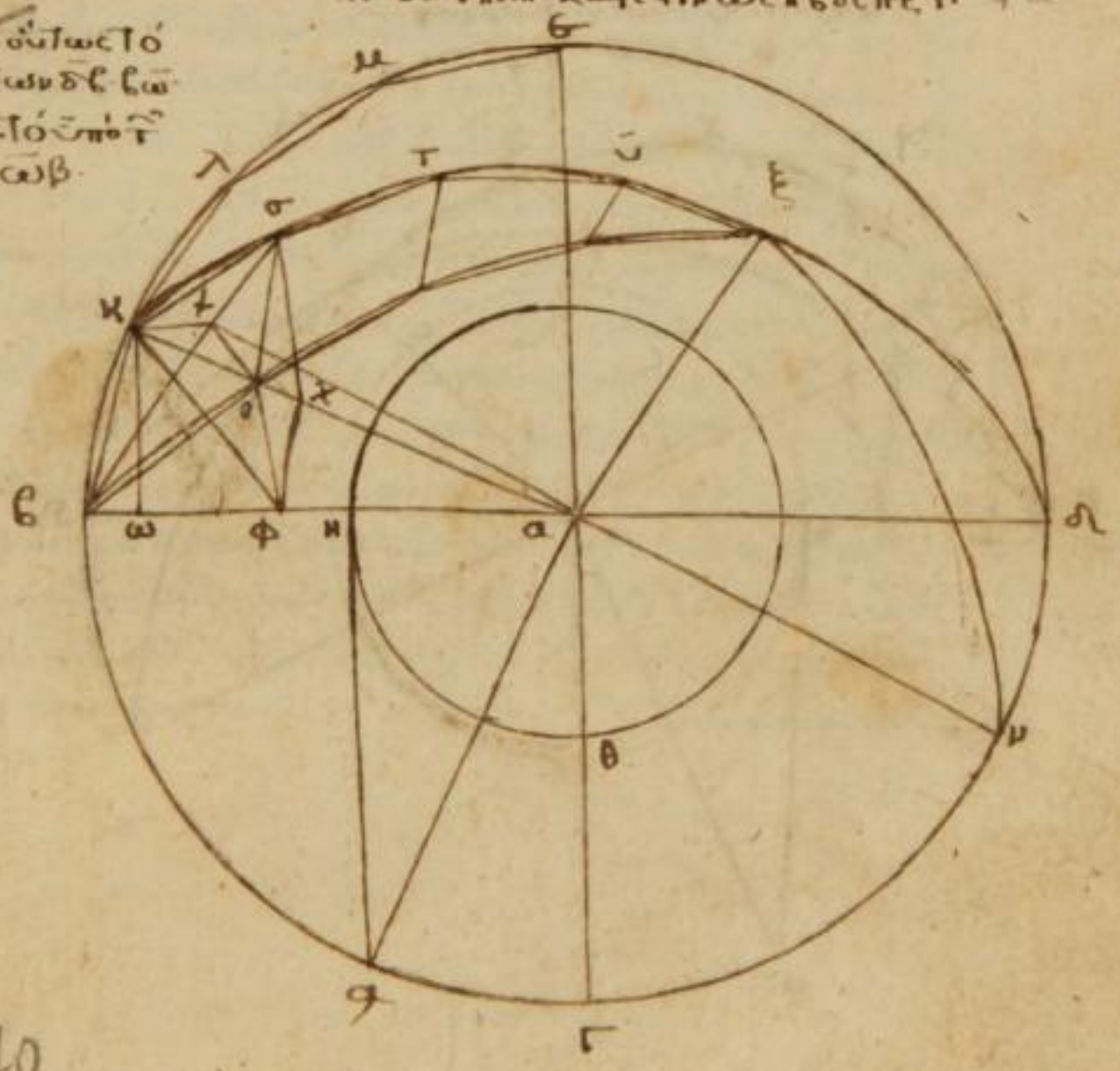
ιδ' Ἀ Δύο σφαίρων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν ἀνίσων τὴν μείζονα
σφαῖραν πολὺ ἐστὶν ἐπιφανείᾳ στερεὸν πολυεδρον περιλαβεῖν μὴ
ἁπτόμενον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας μηδενὸς δύο σφαῖραι περὶ τὸ αὐτὸ
κέντρον· τὸ δὲ διὰ τῆς τῶν μείζονα σφαῖραν, στερεὸν πολυ-
εδρον ἐπιφανείᾳ περιλαμβάνον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατά τινα
φάνειαν· λέγω ὅτι ἡ διὰ τοῦ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας
κύκλου ἐπὶ πᾶσαν περιφέρειαν ἐκβαλλομένη εὐθεῖα ἁπτεται τῆς
ἐλάσσονος σφαίρας· εἰ γὰρ μή, ἤτοι τέμνει αὐτὴν ἢ ἐφάπτεται
κατὰ πλείονα σημεῖα τῶν δύο· τεμνέτω πρότερον κατὰ δύο τὰ
Α, Β· καὶ ἔστω τοῦ μείζονος κύκλου κέντρον τὸ Γ· καὶ ἐπεζεύχθω-
σαν αἱ ΑΓ, ΒΓ· καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Δ ἐφαπτέσθω τοῦ
ἐλάσσονος κύκλου· ἔστω δὴ αὐτῷ κοινὸν τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ·
καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ ἁπτεται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, ἡ δὲ ΓΕ ἐπιζευγνύει,
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΕΔ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΓΕΒ ἀμβλεῖα ἐστίν· καὶ
ἐν τῷ ΓΕΒ ἄρα τριγώνῳ μείζων πλευρὰ ἡ ΓΒ τῆς ΓΕ· ἴση δὲ ἡ ΓΒ
τῇ ΓΑ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΑ τῆς ΓΕ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ διὰ
τοῦ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας κύκλου ἐπὶ πᾶσαν περιφέρειαν
ἐκβαλλομένη τέμνει τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι
οὐδὲ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα τῶν δύο· ἁπτεται ἄρα κατὰ
ἓν μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

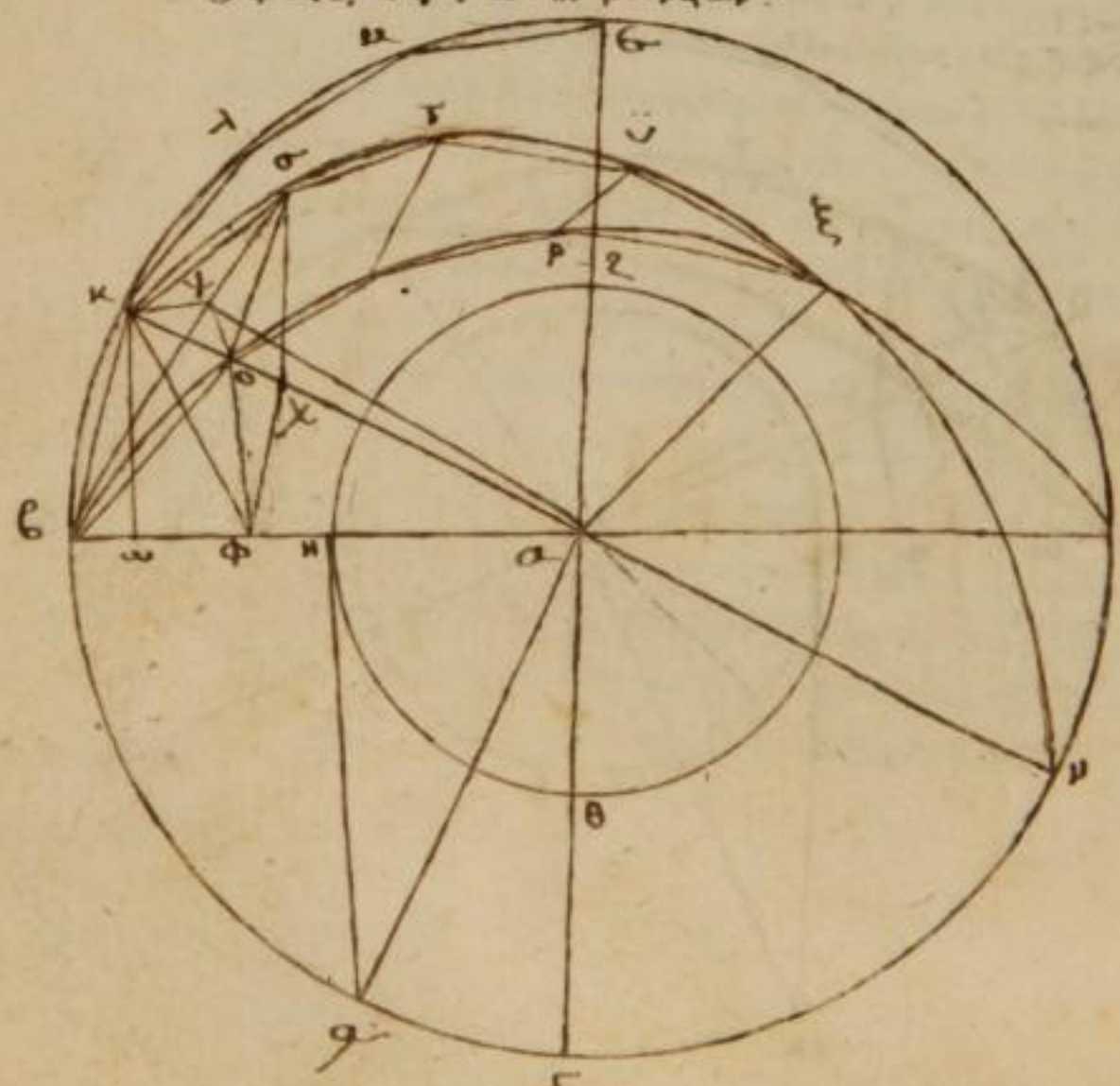
ιε' Δύο σφαίρων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν ἀνίσων τὴν μείζονα
σφαῖραν πολὺ ἐστὶν ἐπιφανείᾳ στερεὸν πολυεδρον περιλαβεῖν μὴ
ἁπτόμενον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας μηδενός· δύο σφαῖραι περὶ τὸ αὐτὸ
κέντρον· τὸ δὲ διὰ τῆς τῶν μείζονα σφαῖραν, στερεὸν πολυ-
εδρον ἐπιφανείᾳ περιλαμβάνον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατά τινα
φάνειαν· λέγω ὅτι ἡ διὰ τοῦ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας
κύκλου ἐπὶ πᾶσαν περιφέρειαν ἐκβαλλομένη εὐθεῖα ἁπτεται τῆς
ἐλάσσονος σφαίρας· εἰ γὰρ μή, ἤτοι τέμνει αὐτὴν ἢ ἐφάπτεται
κατὰ πλείονα σημεῖα τῶν δύο· τεμνέτω πρότερον κατὰ δύο τὰ
Α, Β· καὶ ἔστω τοῦ μείζονος κύκλου κέντρον τὸ Γ· καὶ ἐπεζεύχθω-
σαν αἱ ΑΓ, ΒΓ· καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Δ ἐφαπτέσθω τοῦ
ἐλάσσονος κύκλου· ἔστω δὴ αὐτῷ κοινὸν τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ·
καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ ἁπτεται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, ἡ δὲ ΓΕ ἐπιζευγνύει,
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΕΔ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΓΕΒ ἀμβλεῖα ἐστίν· καὶ
ἐν τῷ ΓΕΒ ἄρα τριγώνῳ μείζων πλευρὰ ἡ ΓΒ τῆς ΓΕ· ἴση δὲ ἡ ΓΒ
τῇ ΓΑ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΑ τῆς ΓΕ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ διὰ
τοῦ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας κύκλου ἐπὶ πᾶσαν περιφέρειαν
ἐκβαλλομένη τέμνει τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι
οὐδὲ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα τῶν δύο· ἁπτεται ἄρα κατὰ
ἓν μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἐπὶ τ̄ β̄ λ̄ κύκλου ἀπὸ τῶν ζ̄ ξ̄ λ̄ κ̄ ξ̄ μ̄. Καὶ ἐπεζεύχθω-
σαν ὀρθαὶ αἱ σπ πρὸς τὸ τοῦ β̄ γ̄ δ̄ κύκλου ἐπίπεδον. ὁ πρ-
ὁρατὸν διὰ πασῶν ἐστὶ τῶν σπ ἐπίπεδα. ὀρθαὶ εἰσὶ καὶ αἱ πρ τῷ ὑ̄ ζ̄ γ̄ δ̄ κύκλ-
ου ἐπίπεδον. ὥστε καὶ τὰ ζ̄ ξ̄ λ̄ κ̄ ξ̄ μ̄ κύκλια ὀρθαί εἰσι πρ
τῷ τοῦ ζ̄ γ̄ δ̄ κύκλου ἐπίπεδον. Καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ τῶν ζ̄ ξ̄ δ̄
κ̄ ξ̄ μ̄ κύκλια ἐπιπέδων πρὸς ἄλληλα γωνία. ἔστι δὲ καὶ
ἴσον ἑκάτερον τῶν ζ̄ ξ̄ δ̄ κ̄ ξ̄ μ̄ κύκλων τῷ ὑ̄ ζ̄ γ̄ δ̄ κύκλῳ. ἑκάτερον
ἄρα τῶν ζ̄ ξ̄ δ̄ κ̄ ξ̄ μ̄ κύκλων ἐφάπτεται ἑκατέρου τῶν ὑ̄ ζ̄ γ̄ δ̄ κ̄ ξ̄ λ̄ κύκλων.
ἐπεὶ γὰρ ἐὰν ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων τῶν ὀρθῶν πρὸς ἄλληλα
ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ ἑκάτερον τῶν ἐπιπέδων
ἀχθῶσιν εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς γωνίας τοῖς κοινοῖς τομαῖς τῶν
ἐπιπέδων, ἡ ἀπὸ τοῦ σημείου ἐπὶ τὴν ἑτέραν τῶν ἐπιπέδων
ἀγομένη ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων πεσεῖται. ἐὰν
οὖν ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ ἐπὶ ἑκατέρου τῶν ἐπιπέδων ἀχθῶσιν
εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς γωνίας τοῖς κοιναῖς τομαῖς τῶν ἐπιπέδων,
αἱ ἀχθεῖσαι ἐπὶ τὸ ἕτερον τῶν ἐπιπέδων πεσοῦνται ἐπὶ τὴν
κοινὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων. ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ὑ̄ ζ̄ γ̄ δ̄ κ̄ ξ̄ λ̄ κύκλων
ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων πεσεῖται ἡ ἀπὸ τοῦ σημείου
ἐπὶ τὸ ἕτερον τῶν ἐπιπέδων ἀγομένη πρὸς ὀρθὰς γωνίας τῇ
κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων. ἐπὶ τὸ ἕτερον ἄρα τῶν ἐπιπέδων
ἀχθεῖσα ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων πεσεῖται. ἐὰν
ἄρα ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων τῶν ὑ̄ ζ̄ γ̄ δ̄ κ̄ ξ̄ λ̄ κύκλων ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν
τῶν ἐπιπέδων πεσεῖται ἡ ἀπὸ τοῦ σημείου ἐπὶ τὸ ἕτερον τῶν
ἐπιπέδων ἀγομένη πρὸς ὀρθὰς γωνίας τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων.
ἐπὶ τὸ ἕτερον ἄρα τῶν ἐπιπέδων ἀχθεῖσα ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν τῶν
ἐπιπέδων πεσεῖται. ἐὰν ἄρα ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων τῶν ὑ̄ ζ̄ γ̄ δ̄ κ̄ ξ̄ λ̄ κύκλων



269.


ζ
μ
λ
τ
υ
ξ
σ
κ
ι
χ
ο
β
ω
φ
η
α
δ
θ
ν
ϟ
γ


α
β
γ
δ
ε
ζ
η
θ
ι
κ
λ
μ
ν
ξ
ο
π
ρ
σ
τ
υ
φ
χ
ψ
ω

ιβ΄ Ἐὰν ὦσι δύο σφαῖραι ἐφαπτόμεναι ἀλλήλων, καὶ ἐγγραφῶσιν εἰς αὐτὰς πολύεδρα ἰσόπλευρα καὶ ἰσογώνια καὶ ἴσα τὸν ἀριθμὸν ἑκατέρα ἑκατέρας, ἔχῃ δὲ καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν· αἱ σφαῖραι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ιγ΄ Ἐὰν ὦσι δύο σφαῖραι ἐφαπτόμεναι ἀλλήλων, καὶ ἐγγραφῶσιν εἰς αὐτὰς πολύεδρα ἰσόπλευρα καὶ ἰσογώνια καὶ ἴσα τὸν ἀριθμὸν ἑκατέρα ἑκατέρας, ἔχῃ δὲ καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν· καὶ ἐὰν ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν σφαιρῶν εὐθεῖαι ἐπιζευχθῶσιν, ἐπὶ τῆς ἐπιζευγνυούσης ἔσται τὸ κοινὸν τῆς ἐπαφῆς τῶν σφαιρῶν σημεῖον.

ιδ΄ Ἐὰν ὦσι δύο σφαῖραι ἐφαπτόμεναι ἀλλήλων, καὶ ἐγγραφῶσιν εἰς αὐτὰς πολύεδρα ἰσόπλευρα καὶ ἰσογώνια καὶ ἴσα τὸν ἀριθμὸν ἑκατέρα ἑκατέρας, ἔχῃ δὲ καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν· καὶ ἐὰν ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν σφαιρῶν εὐθεῖαι ἐπιζευχθῶσιν, ἐπὶ τῆς ἐπιζευγνυούσης ἔσται τὸ κοινὸν τῆς ἐπαφῆς τῶν σφαιρῶν σημεῖον.

ιε΄ Ἐὰν ὦσι δύο σφαῖραι ἐφαπτόμεναι ἀλλήλων, καὶ ἐγγραφῶσιν εἰς αὐτὰς πολύεδρα ἰσόπλευρα καὶ ἰσογώνια καὶ ἴσα τὸν ἀριθμὸν ἑκατέρα ἑκατέρας, ἔχῃ δὲ καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν, καὶ ἑκάστη ἑκατέρας ἑκατέρου τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην σφαῖραν· καὶ ἐὰν ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν σφαιρῶν εὐθεῖαι ἐπιζευχθῶσιν, ἐπὶ τῆς ἐπιζευγνυούσης ἔσται τὸ κοινὸν τῆς ἐπαφῆς τῶν σφαιρῶν σημεῖον.

ιϛ΄ Ἐὰν σφαῖρα σφαῖραν ἐφάπτηται κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον, καὶ μὴ ὦσιν αἱ αὐταὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας καὶ τὸ τῆς ἁφῆς σημεῖον, ἡ ἐλάττων σφαῖρα ἐντὸς ἔσται τῆς μείζονος σφαίρας· καὶ ἐὰν ἐντὸς ἐφάπτηται,

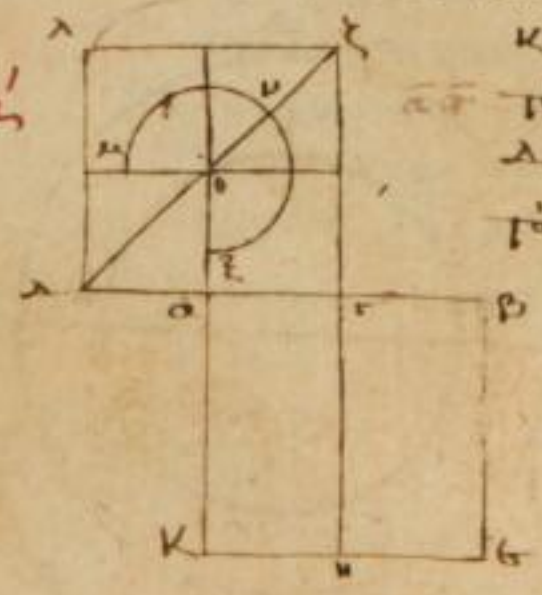
σφαῖρα. ὅτι δὲ καὶ ἡ ΑΒΚ σφαῖρα τῆς ΓΔΖ σφαίρας πολλαπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, πρότερον δεικτέον ὅτι ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς πρώτης σφαῖρα πρὸς τὴν ὁμοίως ἀναγραφομένην ἐπὶ τῆς δευτέρας σφαῖραν. ἔστωσαν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ Α, Β, Γ, ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἔστω ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὴν ὁμοίως ἀναγραφομένην ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν, ἔστω ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τινα στερεὸν ἔλαττον τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας. ἔστω τὸ Ε. καὶ ἔστω τῶν αὐτῶν πολλαπλασίων ἡ Ζ τῆς Α καὶ τὸ Η στερεὸν τοῦ Ε· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ Η στερεὸν τῷ ἐπὶ τῆς Ζ σφαίρᾳ ἀναγραφομένῳ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὴν Α, ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὸ Ε, ὡς δὲ ἡ Ζ πρὸς τὴν Α οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Ζ σφαῖρα πρὸς τὸ Η στερεόν, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὸ Ε οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Ζ σφαῖρα πρὸς τὸ Η στερεόν. ἀλλὰ τὸ Η στερεὸν ἔλαττόν ἐστι τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας· καὶ τὸ Ε ἄρα ἔλαττόν ἐστι τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας. ἔστω τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας ὁμοίως ἀναγραφομένης τὸ Θ στερεὸν ἴσον τῷ Ε· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὸ Θ στερεόν. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν· καὶ ὡς ἄρα ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὸ Θ στερεόν· ἡ ἐπὶ τῆς Α ἄρα σφαῖρα τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν καὶ τὸ Θ στερεὸν ἔχει ἴσον. ἀλλὰ μὴν οὐδὲ τὸ Θ στερεὸν ἔλαττόν ἐστι τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας· ἐπεὶ εἰ δυνατόν, ἔστω τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας ὁμοίως ἀναγραφομένης ἔλαττον· ἔστιν ἄρα τινὰ τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν περιέχοντα στερεὰ ἴσα τῷ Θ στερεῷ. περιεχέτω οὖν τὸ Κ· καὶ ἔστω τῶν αὐτῶν πολλαπλασίων ἡ Ζ τῆς Α καὶ τὸ Λ στερεὸν τοῦ Κ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ Λ στερεὸν τῷ ἐπὶ τῆς Ζ σφαίρᾳ ἀναγραφομένῳ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὴν Α, ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὸ Θ στερεόν, ὡς δὲ ἡ Ζ πρὸς τὴν Α οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Ζ σφαῖρα πρὸς τὸ Λ στερεόν, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τὸ Θ στερεὸν οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Ζ σφαῖρα πρὸς τὸ Λ στερεόν. ἀλλὰ τὸ Θ στερεὸν ἔλαττόν ἐστι τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας· καὶ τὸ Λ ἄρα στερεὸν ἔλαττόν ἐστι τῆς ἐπὶ τῆς Ζ σφαίρας. ἀλλὰ μείζων ἐστὶν ἡ ἐπὶ τῆς Ζ σφαῖρα τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας· πολλαπλασίων γάρ ἐστιν ἡ Ζ τῆς Β· πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Λ στερεὸν τοῦ Κ στερεοῦ· ὅπερ ἄτοπον· περιέχει γὰρ τὸ Κ στερεὸν τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν· τὸ Λ ἄρα στερεὸν τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν περιέχον μείζων ἐστὶ τοῦ Κ στερεοῦ τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν περιέχοντος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ ἐπὶ τῆς Α σφαῖρα πρὸς τινα στερεὸν ἔλαττον τῆς ἐπὶ τῆς Β σφαίρας. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ μείζονα· ἔστιν ἄρα τινὰ τὴν ἐπὶ τῆς Β σφαῖραν περιέχοντα στερεὰ ἴσα τῷ ἐπὶ τῆς Α σφαίρᾳ

μείζων εἰς τὸν Κ, ἤλλαξαν, τῆς δὲ Κ καὶ Λ ἑτέρας σφαίρας
προσεναρμοσθήσεται τῇ ΓΔ σφαίρᾳ σφαῖρα, ἣ πλασίονα λόγον
ἕξει ἤπερ ἡ περὶ τὸν ΒΓ· ὅπερ ἀδύνατον ὑπῆρξε. οὐκ ἄρα αἱ
ΑΒ, ΓΔ σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας τριπλασίονα λόγον ἔχουσιν ἤπερ
αἱ διάμετροι αὐτῶν· οὐδὲ μὴν ἐλάσσονα· καὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ ἄρα
σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας τριπλασίονα λόγον ἔχουσιν ἤπερ αἱ
διάμετροι αὐτῶν.

ἀναλείδου στερεῶν ϛ

ἐὰν δύο κῶνοι ἢ κύλινδροι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὦσι καὶ
ἐπὶ βάσεων ἐπιπέδων, ἔχῃ δὲ καὶ ἡ τῶν κύκλων τῶν βάσεων
διάμετρος πρὸς τὴν τῶν κύκλων διάμετρον λόγον ὃν ἡ τοῦ
ἑτέρου κώνου ἢ κυλίνδρου ἄξων πρὸς τὸν τοῦ ἑτέρου κώνου ἢ
κυλίνδρου ἄξονα, ἴσα δὲ ἔσται καὶ τὰ στερεά· καὶ ἐὰν ἴσα ᾖ
τὰ στερεά, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ οἱ
ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι ἢ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους
εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

α'



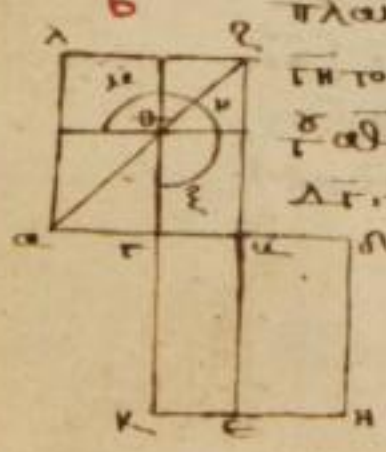
ἔστω κῶνοι ἢ κύλινδροι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες οἱ ΑΒ, ΓΔ
ἐπὶ βάσεων ἐπιπέδων τῶν ΕΖ, ΗΘ κύκλων, ἔστω δὲ καὶ ἡ τοῦ
ΕΖ κύκλου διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ΗΘ κύκλου διάμετρον λόγον
ὃν ἔχει ὁ ΑΒ κῶνος ἢ κύλινδρος πρὸς τὸν ΓΔ κῶνον ἢ κύλινδρον·
ἴσα δὲ ἔστω καὶ τὰ ΑΒ, ΓΔ στερεά· λέγω ὅτι ἀντιπεπόνθασιν
αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, καὶ ὅτι ἐὰν ἴσα ᾖ τὰ στερεά, καὶ οἱ
ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι ἢ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους
εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

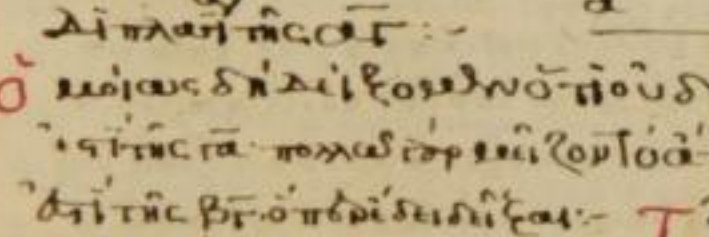
273

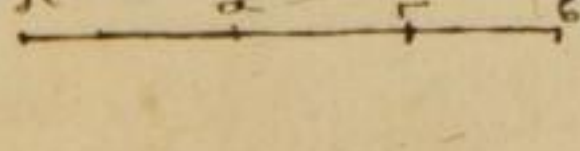
ξθ΄ Ἐὰν ὁλόκληρος ὁλόκληρον ἀφαιρεθῇ ὁλόκληρος ἴσος ἴσου ἀφαιρεθῇ, καὶ τὸ λοιπὸν ἴσον ἔσται τῷ λοιπῷ.

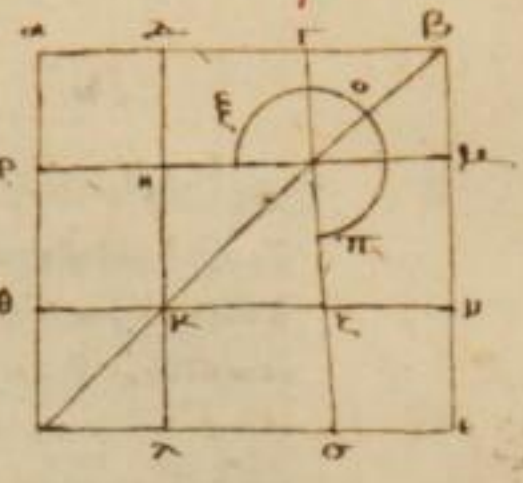
Ἐὰν γὰρ τὸ Α τῷ Β ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ Γ τῷ Δ ἴσον ἐστί, καὶ τὸ Α τῷ Γ ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ Β τῷ Δ ἴσον ἐστί.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Α τῷ Β ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ Γ τῷ Δ ἴσον ἐστί, καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΕ ὅλῳ τῷ ΒΖ ἐστὶν ἴσον. ἦν δὲ καὶ τὸ Γ τῷ Δ ἴσον ἐστί· τὸ ἄρα Α τῷ Β ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ Γ τῷ Δ ἴσον ἐστί·







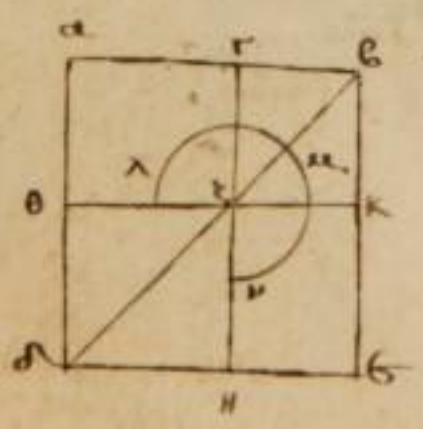

Γ
α
λ
γ
β
ρ
μ
θ
ν
κ
ξ
ο
π
λ
σ

δ. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ παραλληλογράμμου ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς δ. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δ. ὃ πάλιν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ. παραλληλογράμμου ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς δ. ὃ περ ἔδει δεῖξαι.

ε΄. Ἐὰν εἰθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ· ἑκατέρου τῶν τμημάτων τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τμήματος παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω κατὰ τὸ Γ. καὶ ἔστω τῶν ΑΒ. ΒΓ μεῖζον τμῆμα τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ παραλληλόγραμμον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ τὸ ΑΔΕΒ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ παραλληλόγραμμον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ τετραγώνῳ ἴσον ἐστίν. Καὶ ἔστω τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον τὸ ΑΔΘΚ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἴσον τὸ ΚΘΖΕ. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· καὶ ἔστι τῷ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ ἴσον τὸ ΑΕ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον τὸ ΑΘ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΑΘ. Καὶ ἀφῃρήσθω κοινὸν τὸ ΑΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΔΕ λοιπῷ τῷ ΗΖ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἔστι τὸ μὲν ΔΕ τὸ ΑΒ. ΒΓ· τὸ γὰρ ΑΒ τῷ ΒΔ ἐστὶν ἴσον· τὸ δὲ ΗΖ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. Καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ τὸ ΑΕ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΒ τὸ ΖΗ· τὸ ἄρα ΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΗ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΓ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΗ ὅλῳ τῷ ΚΓ ἐστὶν ἴσον· ὅλον δὲ τὸ ΑΗ ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον· ὅλον ἄρα τὸ ΚΓ ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον· ἀλλὰ τὸ ΑΔΕΒ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ΚΓ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· καὶ ἔστι τῷ μὲν ΚΓ ἴσον τὸ ΚΘΖΕ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΘ· τὸ ἄρα ΑΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΘΖΕ παραλληλογράμμῳ· τὸ ἄρα ΑΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΕ· ἐστὶ δὲ τὸ ΑΕ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ· τὸ γὰρ ΒΔ τῷ ΑΒ ἐστὶν ἴσον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ παραλληλόγραμμον ἐστὶ τὸ ΑΕ· τὸ ἄρα ΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω κατὰ τὸ Γ. καὶ ἔστω τῶν ΑΒ. ΒΓ μεῖζον τμῆμα τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ παραλληλόγραμμον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ τὸ ΑΔΕΒ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ παραλληλόγραμμον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ τετραγώνῳ ἴσον ἐστίν. Καὶ ἔστω τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον τὸ ΑΔΘΚ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἴσον τὸ ΚΘΖΕ. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· καὶ ἔστι τῷ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ ἴσον τὸ ΑΕ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον τὸ ΑΘ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΑΘ. Καὶ ἀφῃρήσθω κοινὸν τὸ ΑΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΔΕ λοιπῷ τῷ ΗΖ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἔστι τὸ μὲν ΔΕ τὸ ΑΒ. ΒΓ· τὸ γὰρ ΑΒ τῷ ΒΔ ἐστὶν ἴσον· τὸ δὲ ΗΖ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. Καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ τὸ ΑΕ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΒ τὸ ΖΗ· τὸ ἄρα ΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΗ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΓ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΗ ὅλῳ τῷ ΚΓ ἐστὶν ἴσον· ὅλον δὲ τὸ ΑΗ ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον· ὅλον ἄρα τὸ ΚΓ ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον· ἀλλὰ τὸ ΑΔΕΒ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ΚΓ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· καὶ ἔστι τῷ μὲν ΚΓ ἴσον τὸ ΚΘΖΕ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΘ· τὸ ἄρα ΑΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΘΖΕ παραλληλογράμμῳ· τὸ ἄρα ΑΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΕ· ἐστὶ δὲ τὸ ΑΕ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ· τὸ γὰρ ΒΔ τῷ ΑΒ ἐστὶν ἴσον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ. ΒΓ παραλληλόγραμμον ἐστὶ τὸ ΑΕ· τὸ ἄρα ΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



α ——— γ ——— β

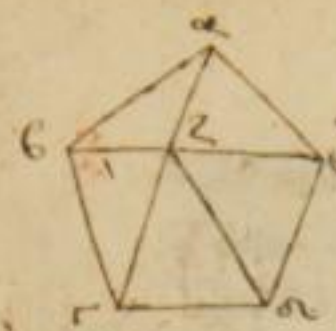
δηλονότι τὰ ἀπὸ τῶν αβ βγ τοῦ ἐπιπλασίου ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν αγ γβ. ἀλλὰ τὰ ἀπὸ τῶν αβ βγ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν αβ βγ ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν αγ γβ· τὸ δὶς ἄρα ὑπὸ τῶν αβ βγ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν αβ βγ· τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ τῶν αβ βγ τοῦ ἐπιπλασίου ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς αβ τοῦ ἐπιπλασίου ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ' Ἐὰν εἰς κύκλον ἑξάγωνον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ δύναται τὴν τοῦ πενταγώνου τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου πενταγώνου πλευρὰν καὶ τὴν τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου δεκαγώνου πλευράν.

Ἔστω κύκλος ὁ αβγ, καὶ εἰς τὸν αβγ κύκλον ἑξάγωνον ἐγγεγράφθω τὸ αβγδεζ, καὶ πεντάγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον τὸ αηθικλ, καὶ δεκάγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον τὸ αμνξοπ· λέγω ὅτι ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ δύναται τὴν τοῦ πενταγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αβγ κύκλον ἐγγραφομένων.

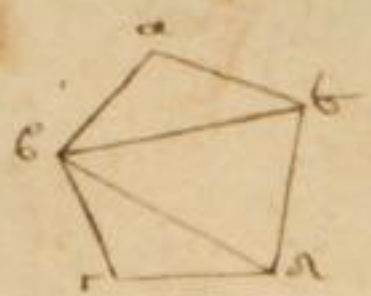
Εἰλήφθω γὰρ τοῦ μὲν αβγ κύκλου κέντρον τὸ σ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βσ γσ ἐκβεβλήσθω δὲ ἡ βσ ἐπὶ τὸ φ, καὶ τετμήσθω ἡ ασ δίχα κατὰ τὸ ρ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ρβ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ρσ ἐπὶ τὸ ψ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ρσ ἐπὶ τὸ ω, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αγ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ρσ ἐπὶ τὸ χ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ

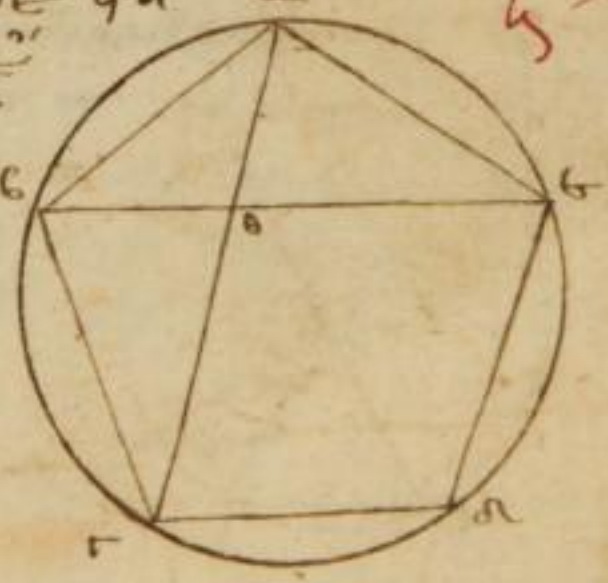
ὑπερ̄ ιβ̄. ἀλόγου εἰσὶν αἱ ἀπὸ τῆς μέσης καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ ἐκ τούτων συναμφότεραι ἑκάτεραι· ἔστω γὰρ ῥητὸν τὸ α β, καὶ τῷ α β σύμμετρον ἔστω τὸ γ δ μήκει μόνον· ὥστε καὶ ῥητὸν ἔστι τὸ γ δ· καὶ ἐκκείσθω τῷ α β ἴσον τὸ α ε· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ α γ τῷ γ ε· καὶ ἔστω τῷ μὲν α γ ἴσον τὸ ε ζ, τῷ δὲ γ ε ἴσον τὸ ζ η· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ε ζ τῷ ζ η· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ α γ τῷ γ ε, ἔστι δὲ τὸ μὲν α γ τῷ ε ζ ἴσον, τὸ δὲ γ ε τῷ ζ η, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ε ζ τῷ ζ η· καὶ ἔστιν ὡς τὸ ε ζ πρὸς τὸ ζ η, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ ε ζ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η· τὸ ἄρα ἀπὸ τοῦ ε ζ ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ε ζ τῷ ζ η, ἀλλὰ τὸ ε ζ τῷ ζ η ἐστὶν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η τῷ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η· καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η, οὕτως τὸ ε ζ πρὸς τὸ ζ η· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ε ζ τῷ ζ η· ῥητὸν δὲ τὸ ε ζ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ζ η· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ε η· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ε ζ τῷ ζ η, ἔστι δὲ τὸ μὲν ε ζ τῷ α γ ἴσον, τὸ δὲ ζ η τῷ γ ε, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ α γ τῷ γ ε· καὶ ἔστιν ὡς τὸ α γ πρὸς τὸ γ ε, οὕτως τὸ α ε πρὸς τὸ ε η· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ α ε τῷ ε η· ῥητὸν δὲ τὸ α ε· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ε η· τὰ α ε η ἄρα ῥητὰ ἐστὶ καὶ μήκει μόνον σύμμετρα· ἡ α η ἄρα ἄλογόν ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων· καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη, ἐπειδήπερ τὸ α ε τοῦ ε η μεῖζόν ἐστι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῷ· καὶ ἐπεὶ τὸ α γ τῷ γ ε οὐκ ἔστι σύμμετρον μήκει, ἀλλὰ τὸ α γ τῷ γ ε ἐστὶν ἴσον τὸ ε ζ τῷ ζ η, οὐδὲ τὸ ε ζ ἄρα τῷ ζ η σύμμετρόν ἐστι μήκει· καὶ ἐπεὶ τὸ ε ζ τῷ ζ η οὐκ ἔστι σύμμετρον μήκει, ἀλλὰ τὸ ε ζ τῷ ζ η ἐστὶν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η, οὐδὲ τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η ἄρα τῷ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η σύμμετρόν ἐστι μήκει· καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ε ζ ζ η, οὕτως τὸ ε ζ πρὸς τὸ ζ η· οὐδὲ τὸ ε ζ ἄρα τῷ ζ η σύμμετρόν ἐστι μήκει

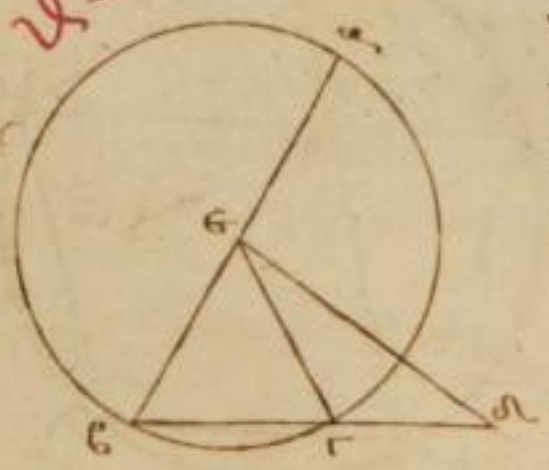


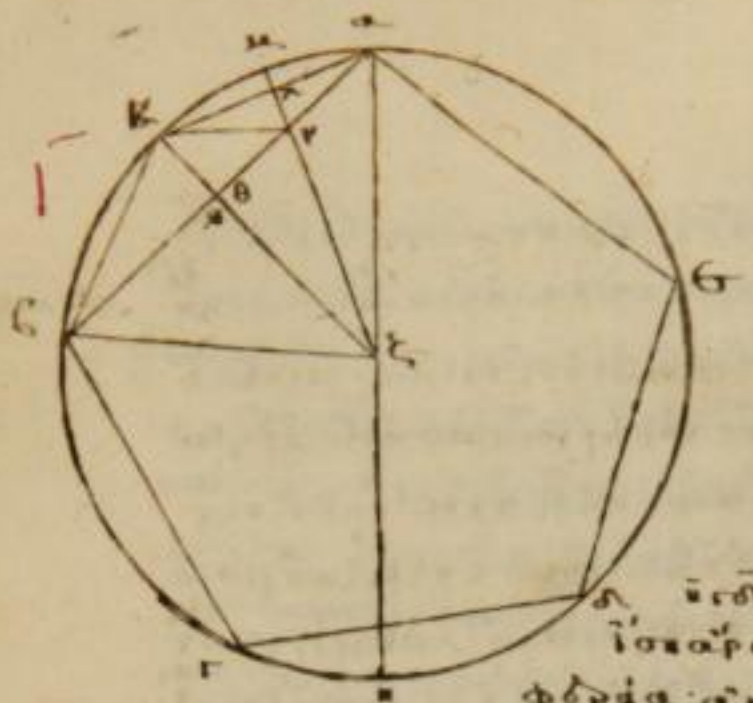
Ἴσον καὶ τὸ αβγ δίγωνον τῷ αβε δίγωνιῳ ὀρθογωνίῳ.

Καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι αἱ λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, αἱ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἡ μὲν γὰρ βγ τῇ βε ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ γβ τῇ εβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βγ ἄρα τῇ βε ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βζ τριγώνου ἰσοσκελοῦς ἴση ἐστὶ τῇ βγ· ἡ δὲ καὶ ὅλη ἡ αγ ὅλῃ τῇ αε ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ζγ λοιπῇ τῇ εδ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ βγ τῇ βε ἐστὶν ἴση· αἱ ἄρα ζγ, βγ δυσὶ ταῖς εδ, βε ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ζγβ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εδβ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ βζ βάσει τῇ βε ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ βγζ ἄρα τρίγωνον τῷ βδε τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βζγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βεδ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ αζβ γωνία τῇ ὑπὸ αεβ ἐστὶν ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αζε ὅλῃ τῇ ὑπὸ αεζ ἐστὶν ἴση· καὶ πλευρὰ ἡ αζ πλευρᾷ τῇ αε ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αεζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ αζε ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ αεζ, ζεβ, βεδ τρισὶ ταῖς ὑπὸ αζε, ζβε, βδε ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ μὲν ὑπὸ αεζ, ζεβ, βεδ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν ἐπὶ τῆς ε σημείου· αἱ δὲ ὑπὸ αζε, ζβε, βδε δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν ἐπὶ τῆς ζ σημείου· ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἄρα εὐθείας τῆς αβ δύο τρίγωνα τὰ αβγ, αβε ἴσα τε καὶ ὁμοιοσκελῆ συνεστάσθω ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς αβ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ αγ πλευρᾷ τῇ αε ἴση ἔσται, ἡ δὲ βγ τῇ βε· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ γδ λοιπῇ τῇ εζ ἐστὶν ἴση· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βγδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βεζ ἐστὶν ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ βδ βάσει τῇ βζ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ἄρα βγδ τρίγωνον τῷ βεζ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ γβδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εβζ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ αβγ γωνία τῇ ὑπὸ αβε ἐστὶν ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αβδ ὅλῃ τῇ ὑπὸ αβζ ἐστὶν ἴση· καὶ βάσις ἡ αδ βάσει τῇ αζ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ αζ τῇ αγ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ αγ ἄρα τῇ αδ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αδγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ αγδ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ αδγ, γβδ, βδε τρισὶ ταῖς ὑπὸ αγδ, δβζ, βζε ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ μὲν ὑπὸ αδγ, γβδ, βδε δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν ἐπὶ τῆς δ σημείου· αἱ δὲ ὑπὸ αγδ, δβζ, βζε δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν ἐπὶ τῆς ζ σημείου· ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἄρα εὐθείας τῆς αβ δύο τρίγωνα τὰ αβγ, αβδ ἴσα τε καὶ ὁμοιοσκελῆ συνεστάσθω ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς αβ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

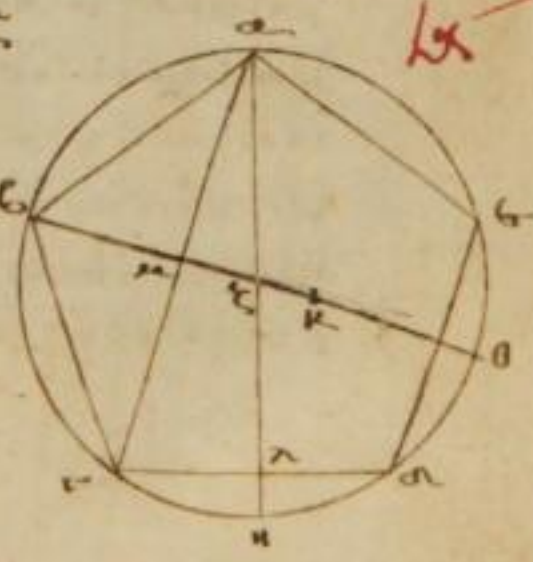



α
β
γ
δ


Α
Β
Γ
Δ

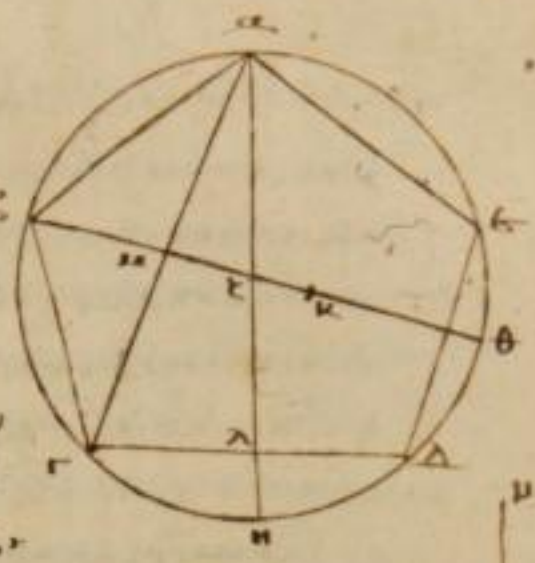


ἐστὶ δὲ πλευρὰ καὶ ἡ ΒΜ ἑξαγώνου πλευρά· ἡ ΒΜ ἄρα τῆς ΜΚ ἡμιφλασίας ἐστὶν ἴσον δυνήσεται ἑαυτῇ καὶ τῇ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾷ· ἡ ΜΚ ἄρα τῆς ΚΒ ἡμιφλασίας ἐστὶν ἴσον δυνήσεται ἑαυτῇ καὶ τῇ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾷ· ἡ ΚΒ ἄρα ἡμιφλασία τῆς ΒΜ ἡμιφλασίας ἐστὶ διπλασία· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΒ ἡμιφλασίας τῷ ἀπὸ τῆς ΒΜ ἡμιφλασίας καὶ τῷ ἀπὸ τῆς τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾶς· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΚΒ τοῦ μὲν ΒΜ ἡμιφλασίας διπλασία, τοῦ δὲ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾶς τριπλασία· ἀνάλογον ἄρα εἰσὶν αἵ τε ΚΒ, ΒΜ καὶ ἡ ΒΜ πρὸς τὴν τοῦ ἑξαγώνου πλευράν· τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΒ, τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾶς ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ καὶ ἑαυτῆς· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΚΒ, τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾶς ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΘ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾶς· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΜ καὶ ἑαυτῆς ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΜ· ἡ γὰρ ΒΜ ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ καὶ κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΚ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΚ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΜ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΒ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ καὶ ἑαυτῆς· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΒ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ καὶ ἑαυτῆς· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΒΜ καὶ ἑαυτῆς· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΜ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΜ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΜΒ, οὕτως ἡ ΒΜ πρὸς ΜΛ· τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ καὶ ἑαυτῆς· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΜ καὶ ἑαυτῆς ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ καὶ κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΛ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΛ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΛ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΒΜ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΛ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΛ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΛ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΘ, ΜΛ· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΘ, ΜΛ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ καὶ ἑαυτῆς· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΚΜ καὶ ἑαυτῆς καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΛ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΛ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΘ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ καὶ ἑαυτῆς· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΜΛ, οὕτως ἡ ΚΜ πρὸς ΜΘ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΜΛ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΛΘ· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΜΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΒ πρὸς ΒΜ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΒ πρὸς ΒΜ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΛΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΒ πρὸς ΚΘ, οὕτως ἡ ΒΜ πρὸς ΛΘ· ἀλλὰ ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΚΘ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΜ πρὸς ΜΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΜ πρὸς ΜΘ, οὕτως ἡ ΒΜ πρὸς ΛΘ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΛΘ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΜΘ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΜ πρὸς ΜΘ, οὕτως ἡ ΒΜ πρὸς ΛΘ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΜ πρὸς ΜΘ, οὕτως ἡ ΜΛ πρὸς ΛΘ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΛΘ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΜ, ΛΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΘ, ΜΛ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΜΘ πρὸς ΜΛ, οὕτως ἡ ΜΘ πρὸς


α
ζ
μ
ξ
κ
θ
ε
λ
δ
η

ε ε

ϛ ιη



ιθ

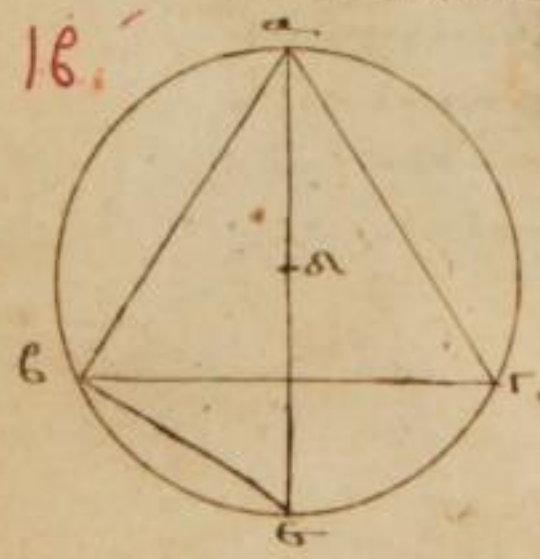
τῆς κζ πλευρᾶς πλαισίου ῥα. τὸ ἀπὸ τῆς βκ. τοῦ ἀπὸ τῆς κη. τὸ ε′
ἀπὸ τῆς βκ. πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κη. λόγον ἔχει ὃν τρίγωνος ἀριθμὸς πρὸς τρίγωνον ἀριθμόν. δοθείσης δὲ τῆς βκ
τῆς κη. καὶ κατὰ κορυφὴν τῆς κ τῶν ὑπὸ βκη. ηκα καὶ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κύκλου
αὐτῶν αὐβκ καὶ ὅρα ἐν ταὐτῷ σημείῳ
κέντρου ἴσαι δὲ ἀπὸ ῥητῆς.
ἐν τῇ αφ ἐφάπτεται διὰ δυνάμει μόνον συμμέτρου τῇ ὅλῃ
ὅλη τῇ αλ ὁποία ἐστὶν ἀποτομὴ δευτέρα καὶ εβ. προσαρμόζουσα
δὲ αὐτῇ κατὰ λόγον δὲ ὃν καὶ ἡ ὅλη τὸ αὐτὸ ἄρα ἐστὶ τὸ
ἀπὸ τῆς βκ τοῦ ἀπὸ τῆς κη. ἐκ μέσων ἀνάλογον ἐστὶ τῆς
ἡ βκ ἄρα τῆς κη. μεῖζον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ζ μ καὶ ἐστὶ
συμμέτρος ἐστὶν ἡ κζ τῇ ζβ. καὶ ἐστὶν ὡς ἡ συγκειμένη ἐκ
κβ. τῆς βζ ἀπολειπ. τῆς βθ συμμέτρος ἐστὶ μήκει ἡ δὲ βκ
ἄρα τῇ βθ συμμέτρος ἐστὶ καὶ ὑπάρχουσα πρὸς ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς
βκ τοῦ ἀπὸ τῆς κη. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς βκ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κη.
λόγον ἔχειν οὐκ ἐστὶ πρὸς ἀ. ἀναρτίαν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς βκ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς η. λόγον ἔχει ὃν ε πρὸς ζ. ὃν τρίγωνος
πρὸς τρίγωνον. δοθείσης ἄρα ἐστὶν ἡ βκ. τὴν βκ ε′
τῆς κη μεῖζον λίμμα τοῦ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ ὑπάρχουσαν
ὅλην βκ. τῆς προσαρμόζουσαν τὴν κη. μεῖζον δύναται τοῦ
ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ καὶ ὅλην βκ. συμμέτρος ἐστὶ τῇ
βκ καὶ ἐστὶν ἐν τῇ τῇ ζθ ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ τρίτη
τὸ δὲ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης περιεχόμενον ὀρθὸν
ἄλογόν ἐστι καὶ καλεῖται ὁ
θλαστὸν δυνάμει ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν βθ. θκ. καὶ αβ. διὰ τοῦτο ἡ
– ζαδυνάμει ἐστὶ τῶν ἀπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης καὶ τὰ βθ

Καὶ εἰ μὲν αἱ ΑΒ τῇ ΒΓ ἴσαι εἰσίν, οὐδὲν ἂν εἴη μεῖζον ἢ ἔλαττον τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου, ἀλλ' ἴσον· ὥστε τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου ὁμοιότμημον ἐστὶν ἀφῃρημένον.

ιβ´ ϛ Ἀλλὰ δὴ ἔστω τὰ ΑΒΓ τμήματα ὅμοια ἀλλήλοις μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΑΓ κείμενα· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν ἑτέρου κύκλου τμήματα ὅμοια καὶ ἄνισα τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΑΓ κείμενα. Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἑτέρου κύκλου τμήματα ὅμοια καὶ ἄνισα τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΑΓ κείμενα τὰ ΑΔΓ, ἔστω δὲ μείζων ἡ ΑΔΓ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΓ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΒ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Η, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΓ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Θ. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῷ ΑΒΓ τμήματι, καὶ ἐστὶν αὐτῶν βάσις ἡ αὐτὴ ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ΑΔΓ τοῦ ΑΒΓ μείζων ἐστίν, ἡ ΑΔΓ ἄρα τοῦ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ ὅμοιον. καὶ ἐστὶν ὅμοια τμήματα κύκλων τὰ ΑΔΓ, ΑΒΓ· ἐπὶ ἴσων ἄρα εὐθειῶν τῶν ΑΓ τὰ ὅμοια τμήματα δέδεκται τὰ ΑΔΓ, ΑΒΓ. ἐπὶ δὲ τῶν ἴσων εὐθειῶν τῶν ΑΓ τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ΑΓ πίπτει τῷ ΑΔΓ τμήματι· ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων τὰ ΑΔΓ, ΑΒΓ· ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα μέρη τῆς ΑΓ πεσεῖται τὰ ὅμοια τμήματα κύκλων. πεσέτω ὡς τὸ ΑΕΓ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῷ ΑΕΓ τμήματι, καὶ ἐστὶν ἐκτὸς τοῦ ΑΔΓ τμήματος, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα ἑτέρου κύκλου τμήματα ὅμοια καὶ ἄνισα τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΑΓ κείμενα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

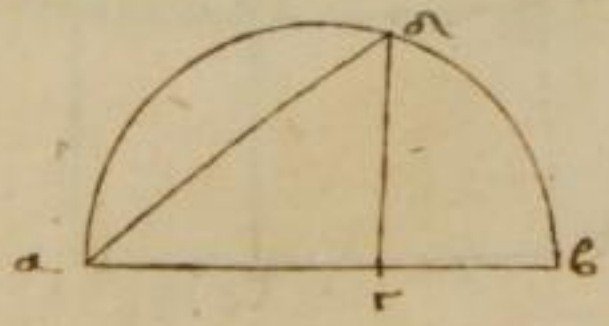
ιγ´ Πᾶσα σφαῖρα ὑπὸ διαμέτρου δίχα τέμνεται καὶ σφαίρας καὶ κύκλου ἡ τομή. Ἔστω σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω ὑπὸ ἐπιπέδου τοῦ ΓΔΕ· λέγω ὅτι ἡ τομὴ ἡμισφαίριόν ἐστι καὶ ὁ ΓΔΕ κύκλος μέγιστός ἐστι κύκλων τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ιβ´



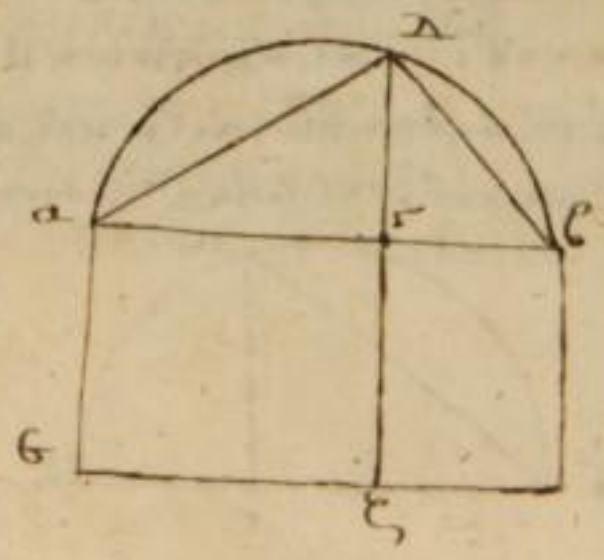
Εἰ μὲν οὖν ἡ ΑΒ διάμετρος τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κύκλου ἐστὶν ἐπὶ ὀρθὰς τῷ ΓΔΕ ἐπιπέδῳ, φανερόν ἐστιν ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ ἡμισφαιρίου ὅτι ἡμισφαίριόν ἐστιν ἡ τομή· εἰ δὲ μὴ ἐπὶ ὀρθὰς ἐστὶν ἡ ΑΒ τῷ ΓΔΕ ἐπιπέδῳ, ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Γ, Δ, Ε σημείων ἐπὶ τὴν ΑΒ διάμετρον τοῦ κύκλου κάθετοι αἱ ΓΒ, ΔΘ, ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΔ, ΔΕ, ΓΕ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ διάμετρος τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κύκλου ἐστὶν ἐπὶ ὀρθὰς τῷ ΓΔΕ ἐπιπέδῳ, καὶ ἐστὶν ἡ ΑΒ διάμετρος τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κύκλου, ἐπὶ ὀρθὰς ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῷ ΓΔΕ ἐπιπέδῳ· ὥστε καὶ ἑκάστη τῶν ΓΒ, ΔΘ, ΕΖ ἐπὶ ὀρθὰς ἐστὶ τῷ ΓΔΕ ἐπιπέδῳ. Καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΓΘΔ γωνία, ἐπὶ ὀρθὰς ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῇ ΔΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΔΘ ἐστὶν ἐπὶ ὀρθάς· ἡ ΔΘ ἄρα τῇ ΓΔΕ ἐπιπέδῳ ἐπὶ ὀρθάς ἐστιν. ἐὰν δὲ εὐθεῖα τρισὶν εὐθείαις ἐπὶ τῆς τομῆς συμπίπτουσα πρὸς ὀρθὰς ὑπάρχῃ, καὶ τὸ διὰ τῶν τριῶν εὐθειῶν ἐπίπεδον πρὸς ὀρθὰς ἐστὶ τῇ ὑποκειμένῃ ἐπιφανείᾳ· τὸ ἄρα διὰ τῶν ΓΔ, ΔΕ, ΓΕ ἐπίπεδον πρὸς ὀρθάς ἐστι τῇ ὑποκειμένῃ ἐπιφανείᾳ τῇ τοῦ κύκλου· καὶ ἐστὶν ἐν τῷ διὰ τῶν ΓΔ, ΔΕ, ΓΕ ἐπιπέδῳ ἡ ΓΔΕ περιφέρεια· ἐπὶ ὀρθὰς ἄρα ἐστὶ τῇ ΑΒ διαμέτρῳ. ἐὰν δὲ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία βασιν ἔχουσα τὴν τοῦ ἡμικυκλίου διάμετρον ἐπὶ ὀρθὰς ἐστὶ τῇ ΑΒ διαμέτρῳ· ἡ ΓΔΕ ἄρα περιφέρεια ἐπὶ ὀρθὰς ἐστὶ τῇ ΑΒ διαμέτρῳ. ἐὰν δὲ κύκλου περιφέρεια ἐπὶ διαμέτρου τινὸς ἐπὶ ὀρθὰς ᾖ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πίπτει τῆς διαμέτρου καὶ ἡ τομὴ ἡμισφαίριον ἐστίν· ἡ τομὴ ἄρα ἡμισφαίριόν ἐστιν. Ἐπεὶ οὖν ἡμισφαίριόν ἐστιν ἡ τομὴ καὶ ἐστὶν ἐν τῇ τομῇ κύκλος ὁ ΓΔΕ, φανερόν ἐστιν ὅτι μέγιστός ἐστι κύκλων τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

κ
ϛ
θ
ζ
η
λ


α
δ
γ
β

τετράγωνον ἴσον· καὶ ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔ
ΕΖΗΘ τετράγωνον· κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΚΜΝΞ·
καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ ΚΜΝΞ παραλληλόγραμμον
τῷ ΕΖΗΘ τετραγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῇ
ΔΓ ἐστιν ἴση, ἴση δὲ καὶ ἡ ΔΓ τῇ ΔΚ, καὶ ἡ ΔΚ ἄρα
τῇ ΔΞ ἐστιν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΞ τῇ ΚΜ, καὶ ἡ ΚΜ
ἄρα τῇ ΔΞ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΞ ἄρα τῇ ΞΜ ἐστιν
ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΞ τῇ ΜΝ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΜΝ
ἄρα τῇ ΞΜ ἐστιν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΚΜΝΞ παραλληλόγραμμον· λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον·
ἐπεὶ γὰρ ἡ ΚΔ τῇ ΔΞ ἐστιν ἴση, ἴση δὲ καὶ ἡ ΔΞ τῇ
ΜΝ, καὶ ἡ ΚΔ ἄρα τῇ ΜΝ ἐστιν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ
ΚΔ τῇ ΚΘ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΘ ἄρα τῇ ΜΝ ἐστιν
ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΜ τῇ ΘΝ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΜ
ἄρα τῇ ΘΝ ἐστιν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΘΝΜ
παραλληλόγραμμον· ἀλλὰ καὶ ὀρθογώνιον· ἐὰν γὰρ
ἀπὸ τοῦ Κ τῷ ΚΜ πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ, καὶ τῇ ΚΘ
ἐπιζευχθείσῃ παράλληλος ἀχθῇ ἡ ΜΝ, ὀρθὴν ἕξει
τὴν ὑπὸ ΚΜΝ γωνίαν· διὰ τὸ ἐναλλὰξ παράλληλον
εἶναι τὴν ΚΘ τῇ ΜΝ· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΚΜΝ· ὀρθὴ
ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΚΘΝ· καὶ ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΚΘΝΜ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα
ἐστίν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΔ τῇ ΔΓ, ἴση δὲ καὶ
ἡ ΚΘ τῇ ΔΚ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΚΓ ἴση ἐστὶ ταῖς ΚΘ,
ΚΔ· ἀλλὰ ταῖς μὲν ΚΘ, ΚΔ ἴσον ἐστὶ τὸ ΚΜΝΞ
παραλληλόγραμμον, τῇ δὲ ΚΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ
τετράγωνον· καὶ τὸ ΑΒΓΔ ἄρα τετράγωνον ἴσον ἐστὶ
τῷ ΚΜΝΞ παραλληλογράμμῳ· ἀλλὰ τὸ ΚΜΝΞ τῷ
ΕΖΗΘ ἐδείχθη ἴσον· καὶ τὸ ΑΒΓΔ ἄρα τετράγωνον
ἴσον ἐστὶ τῷ ΕΖΗΘ τετραγώνῳ.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τμηθείσης
τῆς παραστησούσης πλευρᾶς ἐστὶ τὸ δοθὲν



Δ
α
Β
Γ

Α
Β
Γ
Δ
Ε
Ζ
Η
Κ

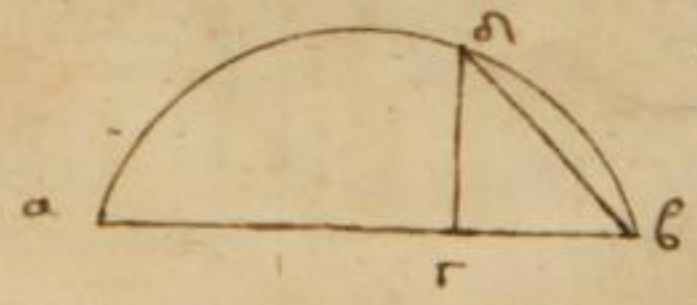
πρὶ ὃ μὲν χθὲν τὸ ΗΑΙΚΥΚΛΙ ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τὸ ΑΠΟ ΤΗΣ ΚΑΤΑΓΡΑΦΗΣ
ὅθεν ΗΡΞΑΤΟ ΦΕΡΕΣΘΑΙ ΗΞΕ ΚΑΙ ΔΙΑΤΕΤΗΚΕΝ ΚΑΘ
ἑξαιρέσεα πρὶ ΗΛΙΚΙΑΣ ΤΟ ΟΝΤΑΕΔΡΟΝ λίτα δ΄
ὃ τινα ΔΗ ΤΗΝ ΔΟΘΕΙΣΑΝ ΩΣΕΙ ΣΦΑΙΡΑΝ ΕΣΤΙ ΜΕΝ ΑΚ ΤΗΝ ΚΖ ΚΟΙΝΗΝ
ΚΘ, ΚΑΙ ΓΕΓΟΝΕΤΩ ΑΣΦΑΙΡΑ ΠΡΙΕΧΟΥΣΑ ΤΑ ΟΚΤΑΕΔΡΑ ΠΕΡΙΛΗΨΕΙ ΤΑ
ΤΗΝ ΔΕ ΕΣΤΙΝ ΙΣΗ ΚΑΙ ΤΕΤΡΑΠΛΑΣΙΑ ΤΗΣ ΥΠΟΛΕΙΠΟΥΣΗΣ ΜΕΡΟΥΣ ΤΗΣ
ΚΥΚΛΟΥ ΤΟΥ ΔΡΑ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΚ ΔΙΧΑ ΟΥ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΛ
ΠΑΛΙΝ ΔΗ ΤΟΥ ΙΣΟΝ ΕΣΤΙ ΝΗ ΑΓ ΤΗ ΒΔ. ΔΙΠΛΑΣΙΟΝ ΕΣΤΙ ΝΗ ΑΒ ΤΗΣ ΓΖ
ΝΗ ΑΒ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΒΓ. ΟΥΤΩΣ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΖ. ΩΣ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΔΒ
ΔΙΠΛΑΣΙΟΝ ΑΡΑ ΕΣΤΙ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΖ ΟΥ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΒΓ ΔΙΠΛΑΣΙΟΝ
ΔΕ ΚΑΙ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΛ. ΔΙΠΛΑΣΙΟΝ ΑΡΑ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΖ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΛ
ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΖΛ. ΙΣΟΝ ΑΡΑ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΖΛ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΛ. ΚΑΙ ΕΣΤΙΝ
ΗΜΙΣΥ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΛ ΑΡΑ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΖΛ ΗΜΙΣΥ ΕΣΤΙΝ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΛ
ΚΑΙ ΕΣΤΙ ΤΟ ΜΕΝ ΑΠΟ ΤΗΣ ΖΛ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΖΚ ΚΑΙ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΚΛ
ΤΟ ΔΕ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΛ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΚΛ. ΤΟ ΑΡΑ ΑΠΟ ΤΗΣ ΖΚ ΚΑΙ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΚΛ
ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΖΛ ΕΣΤΙ ΤΟ ΔΙΠΛΑΣΙΟΝ ΤΟΥ ΑΠΟ ΤΗΣ ΚΛ. ΚΑΙ ΕΣΤΙ ΤΟ ΜΕΝ
ΑΠΟ ΤΗΣ ΖΚ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΚΘ ΚΑΙ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΘΖ. ΤΟ ΔΕ ΑΠΟ ΤΗΣ ΚΛ ΤΟ ΑΠΟ
ΤΗΣ ΚΘ. ΤΟ ΑΡΑ ΑΠΟ ΤΗΣ ΚΘ ΚΑΙ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΘΖ ΤΟ ΔΙΠΛΑΣΙΟΝ ΕΣΤΙ ΤΟΥ
ΟΚΤΑΕΔΡΟΥ ΠΛΕΥΡΑΣ.

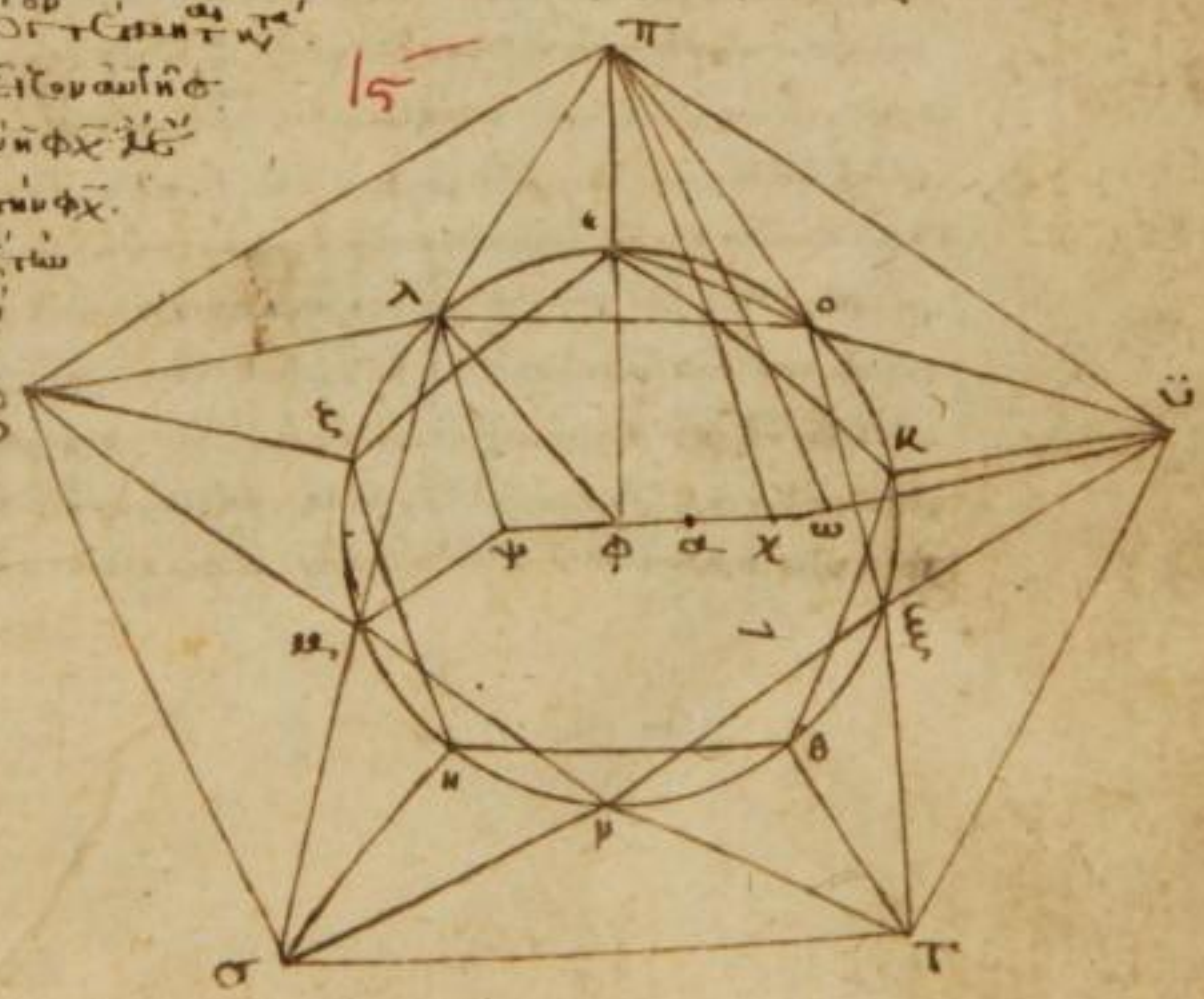
Κ ΥΠΟΚΕΙΣΘΩ ΔΗ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΑ ΠΕΡΙ ΛΟΒΑΝ ΗΝ ΚΑΙ ΕΣΤΩ ΤΟ ΚΕ
ΚΑΙ ΔΕΙΞΑΙ ΟΤΙ Η ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΔΥΝΑΤΑΙ ΔΥΝΑΜΕΙ ΠΕΝΤΕ
ΤΩΝ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΠΛΕΥΡΩΝ ΤΩΝ ΕΙΣ ΤΟΝ ΚΥΚΛΟΝ ΤΟΝ ΔΙΑΜΕΤΡΟΝ ΤΗΝ ΑΒ ΚΑΙ
ΕΝΑΙ ΜΗΚΕΙ ΤΗΣ ΕΒ ΚΑΙ ΠΕΡΑΣ ΦΘΩ ΤΟ ΗΒ ΣΗΜΕΙΟΝ ΤΗΣ ΑΒ ΚΑΙ ΕΣΤΩ
ΤΟ ΑΘ ΚΑΙ ΑΠΟ ΤΟΥ Η ΤΗ ΑΒ ΠΡΟΣ ΟΡΘΑΣ ΗΧΘΩ Η ΗΘ ΚΑΙ ΕΚΒΕΒΛΗΘΩ
ΕΠΙ ΤΟ Θ ΣΗΜΕΙΟΝ ΚΑΙ ΕΣΤΩ ΠΛΕΥΡΑ ΤΟΥ ΕΙΚΟΣΑΕΔΡΟΥ ΤΟ ΗΘ ΚΑΙ ΑΠΟ ΤΟΥ

Α
Γ
Β

κ
μ
ε
θ
λ
ζ
η

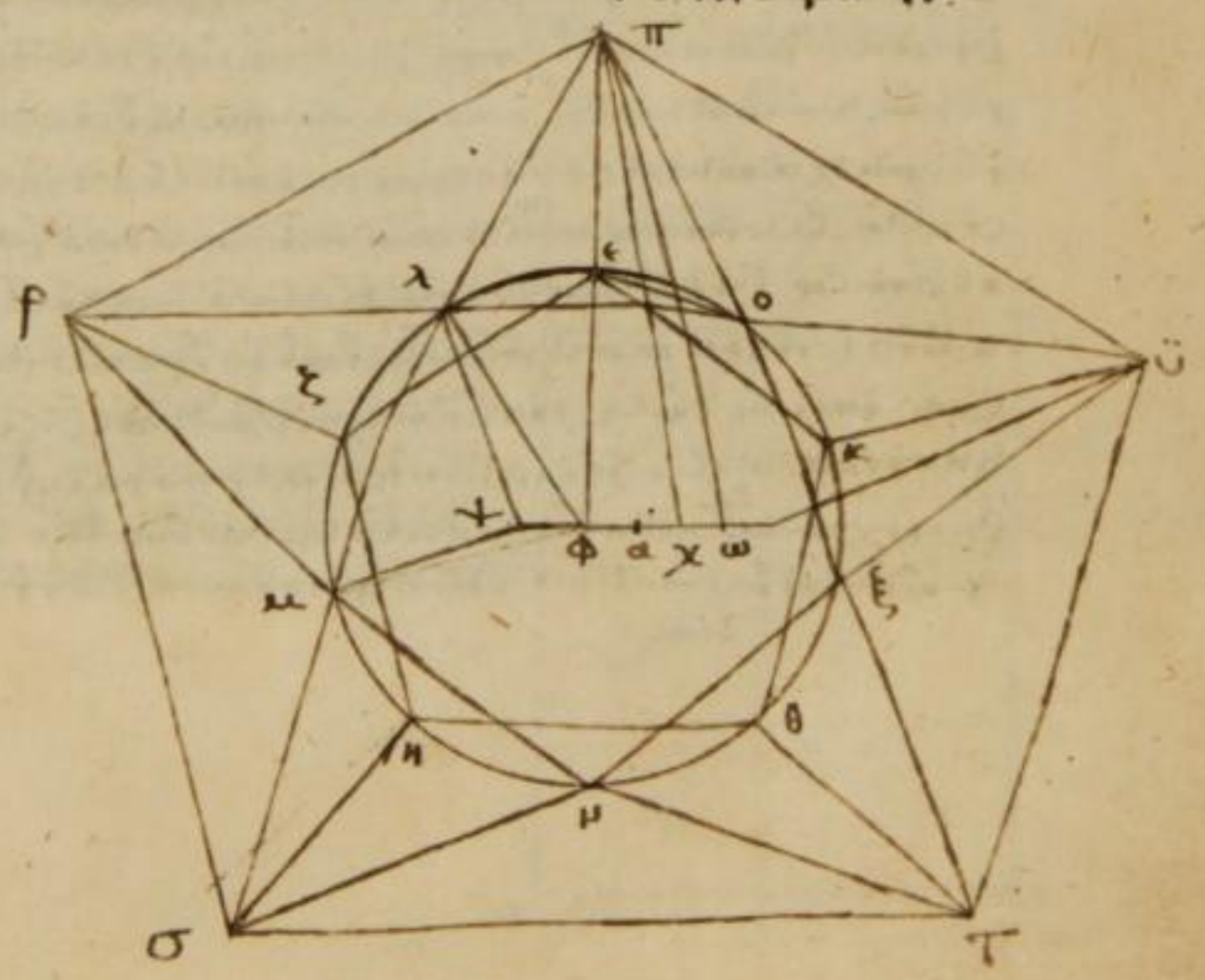
285


δ
α
β
γ

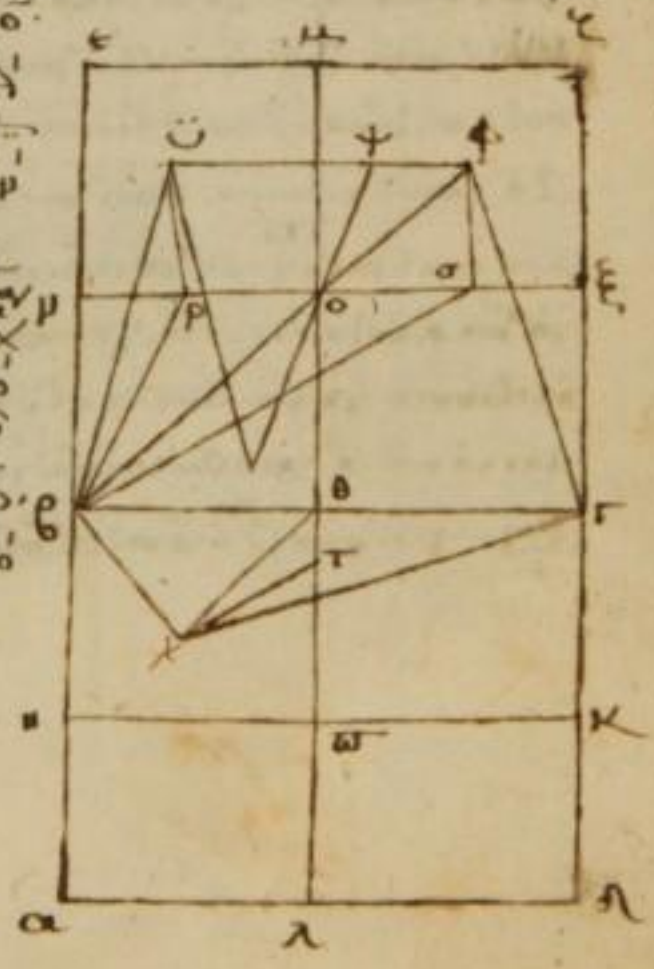


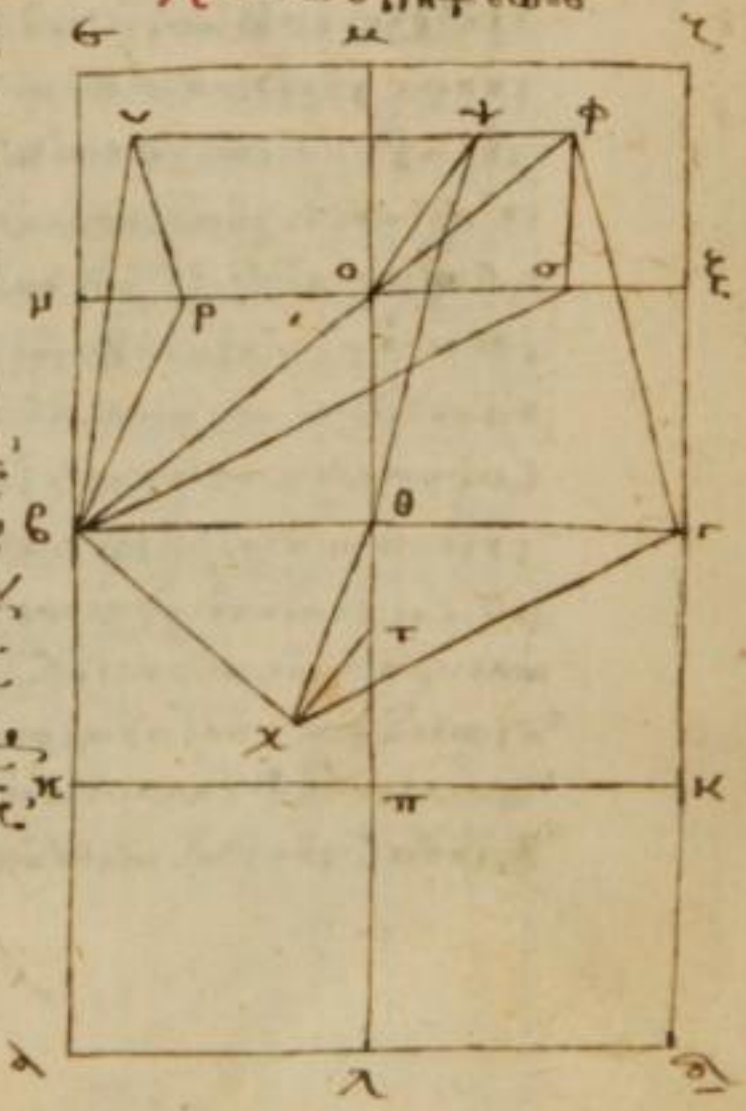
15

286


π
ρ
λ
ε
ο
ϋ
ζ
κ
ψ
φ
α
χ
ω
μ
ξ
θ
η
μ
σ
τ

ιβ΄

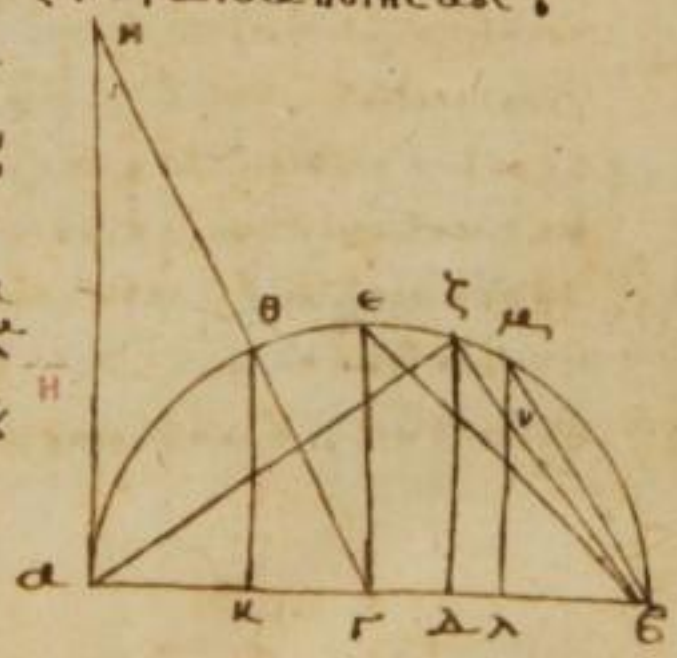

ε
μ
ζ
ϋ
ψ
φ
σ
ρ
ο
ξ
θ
π
τ
χ
β
γ
α
λ
η
κ
ϖ


ν
φ
ο
σ
ρ
θ
τ
χ
π
μ
ξ
ζ
κ
ψ
λ

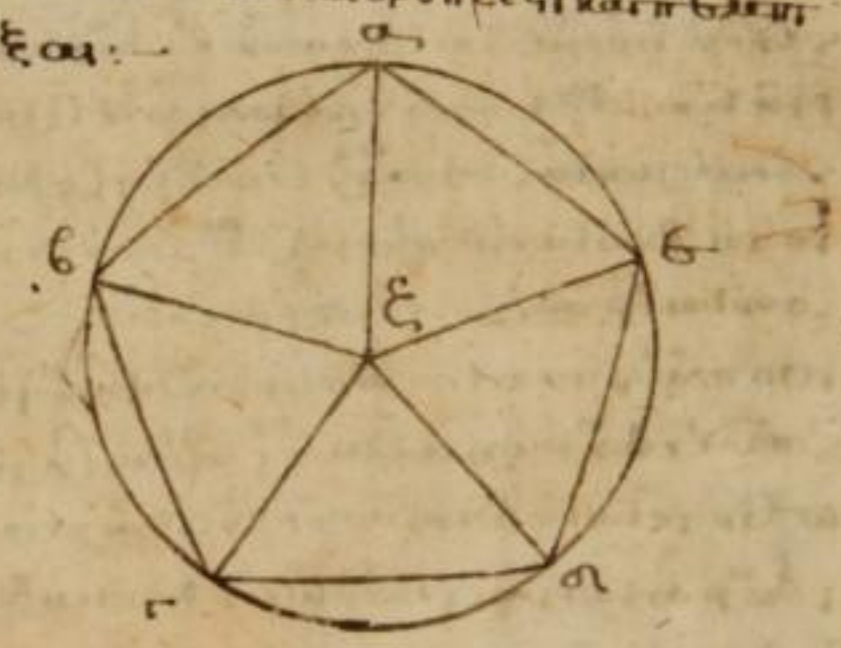
(ὡ δελφοτρόπου τῆς γρ. σξ΄ ἡ νξ΄ ἀπ' αὐτοῦ κ' καὶ ιγ΄ λ ιδ΄
τ ιζ΄ ιε΄ καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα ἐστὶν ἡ ΘΞ· ἴση δὲ
ἐστὶ καὶ ἡ ΘΦ τῆς ΣΤ ἐκ τοῦ κέντρου καὶ ὁ ΔΘΛ λόγος τοῦ πρὸς
τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ΘΦ καὶ διήρηται ἡ ΘΦ κατὰ τὸ Ξ σημεῖον
ὡς καὶ ἡ ΣΤ, καὶ ἐστὶ διάμετρος μὲν πλαγίων τῆς τοῦ
ὠλοειδοῦς ἡ ΘΞ, πλευρὰ δὲ τοῦ κώνου
ἡ ΘΓ πρὸς ὀρθάς, ἐκ τοῦ κέντρου καὶ ὁ ΔΘΛ λόγος τοῦ πρὸς
τῷ ΔΘ, ὃς ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ τῆς ΣΤ πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα,
ἀλλ' ὡς ἐστὶν ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΘΦ, οὕτως ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς
ΚΘ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΦ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΘ τῷ ἀπὸ
τῆς ΘΦ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΣΤ· ὥστε καὶ ἡ ΚΘ τῇ ΣΤ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἐστὶν ἡ ΚΘ ἡμίτονος τοῦ ΚΛΘ τόξου, ὃ ἐστὶν ἡμιόλιον
τοῦ ΔΘ τόξου· καὶ ἡ ΣΤ ἄρα ἡμίτονος ἐστὶ τοῦ ΚΛΘ τόξου·
καὶ ἐστὶν ἡ ΣΤ ἡμίτονος τοῦ ΔΘ τόξου, ὃ ἐστὶν ἡμιόλιον
τοῦ ΔΘ τόξου· καὶ ἐστὶν ἡ ΣΤ ἡμίτονος τοῦ ΔΘ τόξου·
καὶ ἐστὶν ἡ ΣΤ ἡμίτονος τοῦ ΔΘ τόξου·

ιη΄ Τὰς δοθείσας σφαίρας περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γενέσθαι,
πρὸς ἀλλήλας δὲ ἐχούσας τὸν δοθέντα λόγον τῶν τῶν
δοθεισῶν σφαιρῶν· δεῖ δὴ τὸν δοθέντα λόγον εἶναι τὸν τῆς
ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· ἐκκείσθω τις κῶνος ὁ ΕΖΗ, οὗ ἡ μὲν
διάμετρος τῆς βάσεως ἡ ΕΗ, ἡ δὲ πλευρὰ ἡ ΕΖ, καὶ ἔστω
τῇ μὲν ΕΗ ἴση ἡ ΑΒ, τῇ δὲ ΕΖ παράλληλος ἡ ΓΔ· καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ· καὶ ἐπεὶ διὰ τοῦ Ε τῇ ΓΔ παράλληλός
ἐστιν ἡ ΕΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ
πρὸς τὴν ΕΔ· ὥστε καὶ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΕΔ τὸν δοθέντα
λόγον ἔχει· τριῶν δὲ ὄντων εὐθειῶν ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ
ἔστω ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως ἡ ἀπὸ τῆς πρώτης
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας παραλληλόγραμμον ὅμοιον καὶ
ὁμοίως κείμενον τῷ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ ἐστὶν ἡ ΕΖ τῶν
ΕΔ, ΕΖ τρίτη ἀνάλογον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΕΔ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ· καὶ ἐστὶν ἡ ΕΖ
πρὸς τὴν ΕΔ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ· καὶ
ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ· ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ, οὕτως
ἐστὶν ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΕΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΕΖ,
οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ· καὶ ἐστὶν ἡ ΕΗ τῇ ΕΖ
ἴση· καὶ ἡ ΓΔ ἄρα τῇ ἀπὸ τῆς ΕΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶν ἡ ΓΔ
τῇ ΑΒ ἴση· καὶ ἡ ἀπὸ τῆς ΕΔ ἄρα τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση· καὶ

τῆς αβ πρὸς τὸ α̣π̣ὸ τῆς βζ τετράπλασιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ
αβ τοῦ ἀπὸ τῆς βζ ἐστὶ δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος τοῦ
διπλασίων καὶ τετράπλασιον ἄρα ἐστὶ τὸ τῆς κύβου πλευρᾶς καὶ τὸ
αβ τῆς σφαίρας διαμέτρου· ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κύβου τοῦ ἐ
ωλδρα· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν ἡ αε τῇ βγ, διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ
αβ τῆς βε· ὡς δὲ ἡ αβ πρὸς τὴν βε, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς αβ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βδ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ
τοῦ ἀπὸ τῆς βδ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος διπλασίων
ωλασίων τῆς τοῦ ἡμικυκλίου πλβρ· καὶ ἐστὶν ἡ αβ ἴση
σφαίρας διαμέτρου ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ ἡμικυκλίου πλβρ
ἡ χθ ωδικὴ πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν ἡμικύκλιον πλβρ
ἡ αν καὶ ἡ τῆς ἡ χθ. ἡ ης καὶ ἀπὸ τοῦ θ. ἐπὶ τὰ ν, κ, ἡ
ἡ χθ ωδικὴ πλευρὰ τοῦ ἑξαγώνου ἐστὶν ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου
τῇ αβ· ὡς δὲ ἐπὶ τοῦ ἑξαγώνου, οὕτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων
ἡ χθ ἄρα καὶ ἡ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς κγ τετραπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς
τοῦ ἀπὸ τῆς κγ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος τετραπλασίων
τοῦ ἀπὸ τῆς κγ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ τῆς σφαίρας διαμέτρου
τῇ χθ· ἡ δὲ χθ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς κγ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ τῆς σφαίρας διαμέτρου
τῇ


α
κ
γ
λ
δ
θ
ε
ζ
μ
ν

292



cc. 292

B.E.

G. 56
Ms. III. B 4.
a. U. 9,7